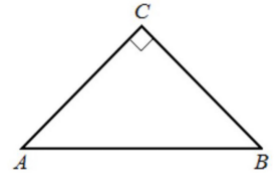


## Вариант №23

## Часть 1

- 1 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $AC = \sqrt{51}$ .  
Найдите  $\sin A$ .

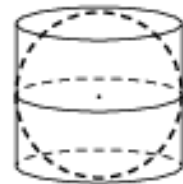


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(15; -6)$ ,  $\vec{b}(-10; 7)$  и  $\vec{c}(2; -15)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 69. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орлов выпало больше, чем решек.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,07. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

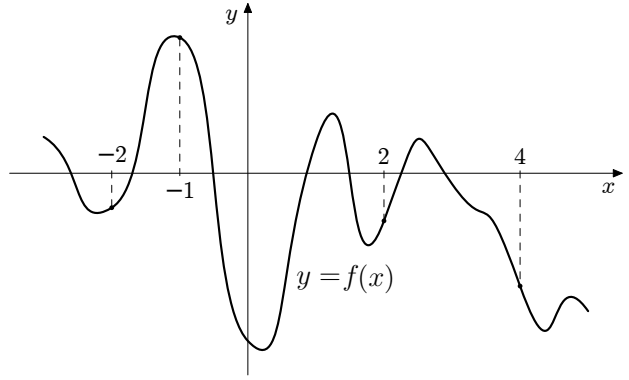
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения  $\log_7(4 - x) = 2 \log_7 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{2^{2,2} \cdot 3^{5,2}}{6^{4,2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**8** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2$ ,  $-1$ ,  $2$ ,  $4$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.

Ответ: \_\_\_\_\_.

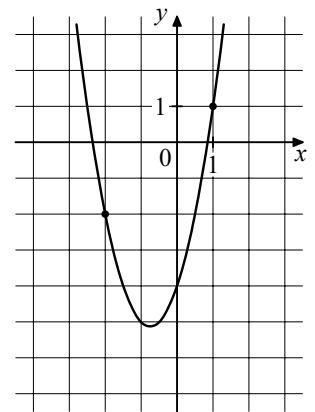
**9** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 180$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 170 В? Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Имеется два сосуда. Первый содержит 40 кг, а второй – 25 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx - 4$ . Найдите  $f(-4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите наименьшее значение функции  $y = 10x - \ln(x + 10)^{10}$  на отрезке  $[-9,5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\sin^2(x + \pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  известно, что  $AB = 2$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через вершины  $A_1$  и  $B$  и середину  $M$  ребра  $CC_1$ .

а) Докажите, что сечение призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$  является равнобедренным треугольником.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения плоскостью  $\alpha$  равна 6.

15 Решите неравенство

$$11^x - 6 - \frac{24 \cdot 11^x - 244}{121^x - 16 \cdot 11^x + 60} \leq \frac{1}{11^x - 10}.$$

16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1021 тысячу рублей.

17 Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $BD$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $CD$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  – биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали трапеции:  $AC = 12$  и  $BD = 6,5$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x - 4} \cdot \ln(x^2 - 8x + 17 - a^2) = 0$$

имеет на отрезке  $[0; 4]$  ровно один корень.

19 Есть три коробки: в первой коробке 97 камней, во второй – 104, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 97 камней, во второй – 89, а в третьей – 15?

б) Мог ли в третьей коробке оказаться 201 камень?

в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?