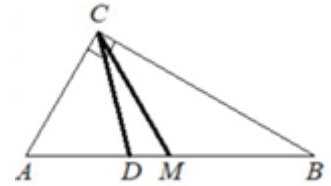


Вариант №21

Часть 1

- 1 Острый угол B прямоугольного треугольника равен 12° . Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.

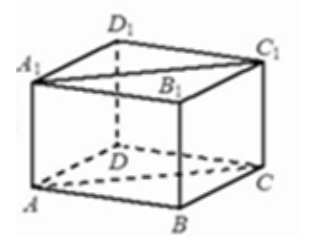


Ответ: _____.

- 2 Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны $7\sqrt{3}$ и 4, а угол между ними равен 150° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 8$, $BC = 7$, $AA_1 = 6$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1 .



Ответ: _____.

- 4 В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания каждой отдельной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

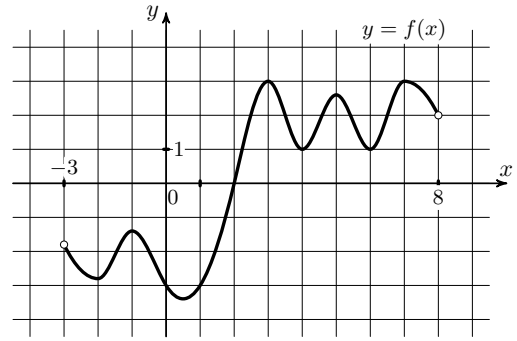
Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения $(3x - 11)^2 = (3x + 2)^2$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$.

Ответ: _____.



8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[0; 6,5]$.

Ответ: _____.

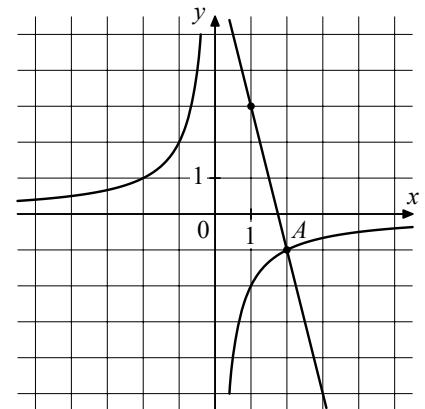
9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км/ч²). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 км, развить скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ: _____.

10 Расстояние между городами А и В равно 500 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 260 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + \frac{21}{\pi}x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\left(\frac{1}{49}\right)^{\sin(x+\pi)} = 7^{2\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N – середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K .

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD .

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$.

15 Решите неравенство

$$12^x - 8^x - 2 \cdot 6^{x+1} + 3 \cdot 4^{x+1} + 32 \cdot 3^x - 2^{x+5} \leq 0.$$

16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с июлем предыдущего года.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

17 Периметр треугольника ABC равен 36. Точки E и F – середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок EF касается окружности, вписанной в треугольник ABC .

а) Докажите, что $AC = 9$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $\angle ACB = 90^\circ$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{11}(a - y^2) = \log_{11}(a - x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?

б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?

в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 200 см на куски длиной 1 см?