@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 530

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

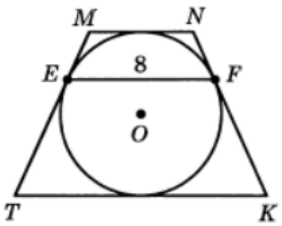
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

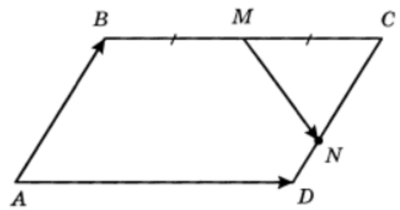
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Окружность, вписанная в равнобедренную трапецию $TMNK$ касается её боковых сторон в точках E и F. $MT = NK$, $EF = 8$; $S_{TMNK} = 125$. Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию TMNK.



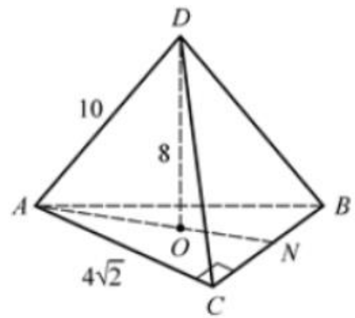
Ответ: ________________________.

2. ABCD – параллелограмм, точка M – середина BC, на CD отмечена точка N так, что $CN : ND = 3:1$. $\overrightarrow{AB}(2;5), \overrightarrow{AD}(3;-4)$, Найдите длину вектора $\overrightarrow{MN}$.



Ответ: ________________________.

3. В основании пирамиды ABCD лежит прямоугольный треугольник ABC, $\angle ACB = 90^0$, O – точка пересечения медиан, $DO = 8$ – высота пирамиды. $AD = 10$; $AC = 4\sqrt{2}$. Найдите BC.



Ответ: ________________________.

4. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

Ответ: ________________________.

5. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно, какая. Наудачу извлеченная (после перевозки) из ящика деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна нестандартная деталь. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

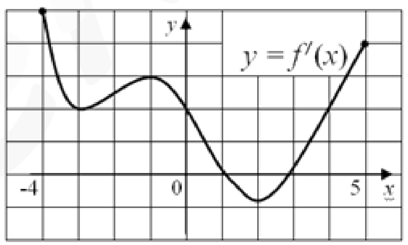
6. Решите уравнение $3^{2x-1}\cdot 5^{3x+2}=\left(\dfrac{9}{5}\right)\cdot 5^{2x}\cdot 3^{3x}$.

Ответ: ________________________.

7. Найдите значение выражения $\sin^4 x+\cos^4 x$, если $\sin x+\cos x=1{,}2$.

Ответ: ________________________.

8. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $[-4;5]$. На рисунке приведен график её производной. Найдите количество точек графика функции $y=f(x)$, касательная в которых параллельна прямой $5x-2y=1$ или совпадает с ней.



Ответ: ________________________.

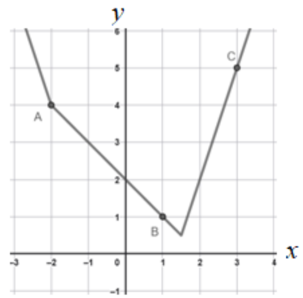
9. Автомобиль, масса которого равна $m=1800$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S=400$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F=\dfrac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 10 кН. Ответ выразите в минутах.

Ответ: ________________________.

10. Из пункта А в пункт В выехал автомобиль и одновременно из пункта В в пункт А выехал велосипедист. После встречи они продолжали свой путь. Автомобиль, доехав до пункта В, тотчас повернул назад и догнал велосипедиста через два часа после момента первой встречи. Сколько времени (в часах) после первой встречи ехал велосипедист до пункта А, если известно, что к моменту второй встречи он проехал 2/5 всего пути от В до А? Скорости автомобиля и велосипедиста постоянны.

Ответ: ________________________.

11. На рисунке изображен график функции $f(x)=|x+a|+|bx+c|+d$, где a,b,c и d - целые числа. Найдите сумму: $a+b+c+d$.



Ответ: ________________________.

12. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=6-\log_2(16x-x^2)$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\log_2(\cos x)\cdot\log_{\cos x}(\sin^2 x)=-1.$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{11\pi}{4}\right]$

14. На окружности основания конуса с вершиной S отмечены точки К и М по одну сторону от диаметра основания АВ так, что плоскости ASK и BSM наклонены к плоскости основания конуса под углами $arctg\sqrt{2}$ и $arctg\sqrt{3}$, причём точка М принадлежит дуге ВК, не содержащей точку А. Тангенс угла наклона образующей конуса к плоскости основания равен $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

А) Докажите, что плоскость KMS наклонена к плоскости основания конуса под углом 60^0.

Б) Найдите площадь треугольника SKM, если радиус основания конуса равен 2.

15. Решите неравенство: $\left(4\cdot 3^x+3^{-x}\right)^{3\log_3(x-1)-\log_3\left(2x^2-x-1\right)}>1.$

16. 16 ноября Аристарх взял в банке в кредит 1 млн. руб. на шесть месяцев. Условия возврата кредита таковы:

- 28-го числа каждого месяца долг увеличивается на 10 % по сравнению с 16-м числом текущего месяца;
- с 1-го по 10-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- в случае задержки выплат (от 1 до 5 дней) дополнительно взимаются пени: за каждые просроченные сутки 1% от суммы, которую необходимо было выплатить в текущем месяце;
- 16-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей:

Дата	16.11	16.12	16.01	16.02	16.03	16.04	16.05
Долг, тыс. руб.	1000	800	700	500	300	200	0

Определите, сколько тысяч рублей Аристарх выплатит банку сверх взятого кредита, если известно, что он осуществлял выплаты 7 декабря, 12 января, 10 февраля, 9 марта, 1 апреля и 15 мая.

17. Внутри квадрата ABCD отмечена точка О, а через нее проведены прямые, параллельные сторонам квадрата, пересекающие стороны AB, BC, CD и DA в точках X, Y, Z и T соответственно. DY – биссектриса угла XYC

А) Докажите, что площадь прямоугольника XBYO в два раза больше площади ZDTO.

Б) Найдите сторону квадрата, если дополнительно известно, что $tg\angle DYC=\frac{3}{2}$, а площадь наименьшего из прямоугольников, на которые квадрат делится прямыми XZ и YT равна 15.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\dfrac{\left(y^2+x^2-2|x|\right)\cdot\left(y+x^2-2|x|+2\right)}{\sqrt{4-x^2}\cdot\sqrt{(|x|+y)(y+1)}}=0\\ y=ax-2\end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Натуральное число n будем называть *особым*, если все его цифры нечетные.

А) Сколько *особых* чисел $n<100$?

Б) Бесконечная возрастающая последовательность $\{a_n\},(n\ge 1)$ состоит из всех *особых* чисел. Чему равно a_{100}?

В) Какие квадраты натуральных чисел будут *особыми*?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.