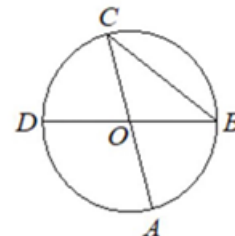


## Вариант №19

## Часть 1

- 1 Отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $32^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.

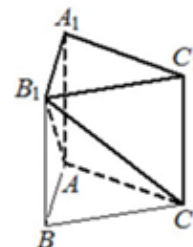


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-12; 1)$ ,  $\vec{b}(4; -5)$  и  $\vec{c}(0; 3)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, C, A_1, B_1, C_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 3 сумки из 100 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выигрывает оба раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

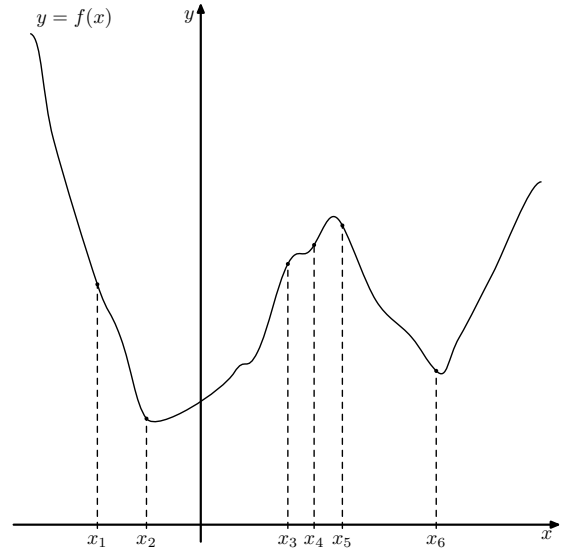
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{3}}(6 - 3x) = -4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{6^{8,5}}{36^{2,75}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено шесть точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ . В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции  $f(x)$  положительна.



Ответ: \_\_\_\_\_.

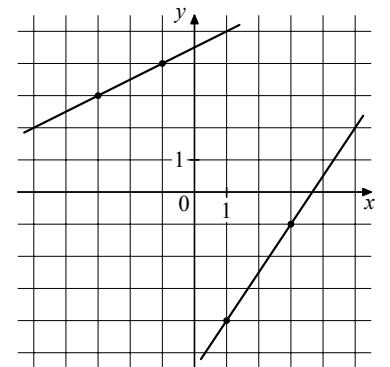
9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана – Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  – мощность излучения звезды (в Ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  – постоянная,  $S$  – площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  – температура (в Кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{81} \cdot 10^{15} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $9,12 \cdot 10^{20} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Первые три часа автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующий час – со скоростью 65 км/ч, а затем один час – со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 12x - \ln(12x) + 4$  на отрезке  $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$\sin 2x + \sqrt{2} \cos(x + \pi) = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

- 14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , на окружности другого основания – точки  $B_1$  и  $C_1$ , причём  $BB_1$  – образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра.

- а) Докажите, что угол  $ABC_1$  прямой.  
б) Найдите угол между прямыми  $BB_1$  и  $AC_1$ , если  $AB = 10$ ,  $BB_1 = 7$ ,  $B_1C_1 = 24$ .

- 15 Решите неравенство

$$\log_5(3x + 1) + \log_5\left(\frac{1}{72x^2} + 1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x} + 1\right).$$

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 375 000 рублей?

- 17 Окружность с центром  $O_1$  касается оснований  $BC$  и  $AD$  и боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Окружность с центром  $O_2$  касается сторон  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ . Известно, что  $AB = 10$ ,  $BC = 9$ ,  $CD = 30$ ,  $AD = 39$ .

- а) Докажите, что прямая  $O_1O_2$  параллельна основаниям трапеции  $ABCD$ .  
б) Найдите  $O_1O_2$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x - 1} \cdot \ln(4x - a) = \sqrt{2x - 1} \cdot \ln(5x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

- 19 Из набора цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел четырёхзначное, другое – трёхзначное и оба кратны 45.

- а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 2205?  
б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 3435?  
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?