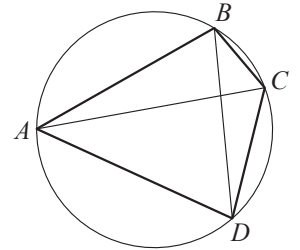


## Вариант №14

## Часть 1

- 1 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $67^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $42^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

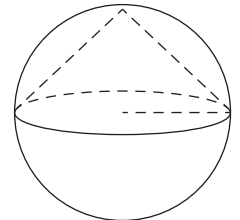


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(11; 2)$ ,  $\vec{b}(-3; 5)$  и  $\vec{c}(-2; 3)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 48. Найдите объём конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 9».

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Вероятность того, что новый персональный компьютер прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,84. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: \_\_\_\_\_.

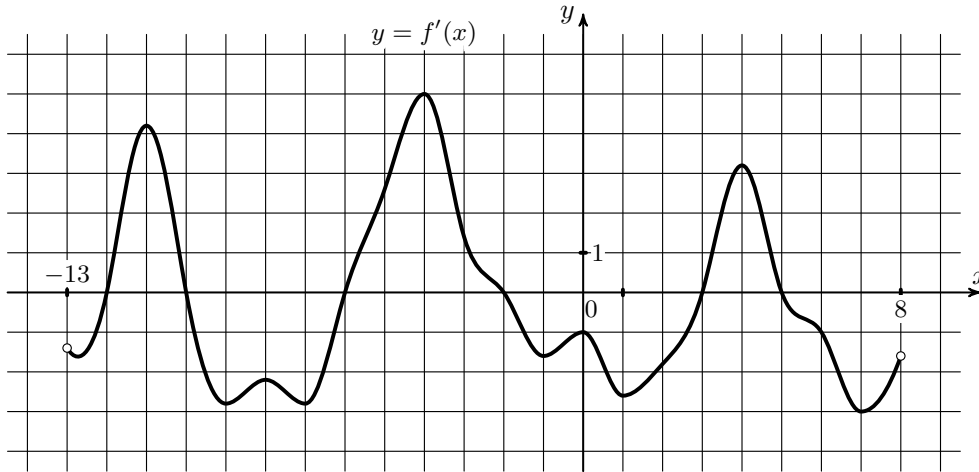
- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{8x+3} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-13; 8)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-8; 6]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

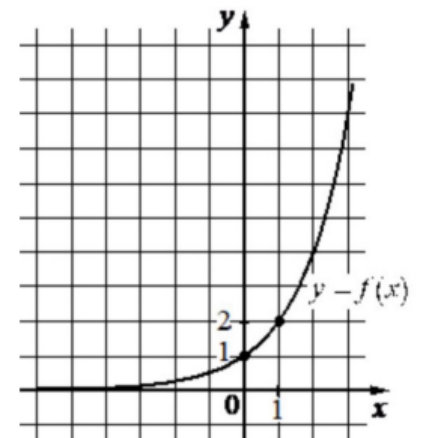
- 9 К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 115$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 110 В? Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 50 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 800 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского, равно 45 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(5)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 5x - \ln(x + 4)^5$  на отрезке  $[-3, 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$2 \cos^3 x + \sqrt{3} \cos^2 x + 2 \cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

14 Основанием четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  является прямоугольник  $ABCD$ , причём  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $BC = 6$ . Основанием высоты пирамиды является центр прямоугольника. Из вершин  $A$  и  $C$  опущены перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$  на ребро  $SB$ .

а) Докажите, что  $P$  – середина отрезка  $BQ$ .

б) Найдите угол между гранями  $SBA$  и  $SBC$ , если  $SD = 9$ .

15 Решите неравенство

$$\log_{0,1} (x^3 - 5x^2 - 25x + 125) \leq \log_{0,01} (x - 5)^4.$$

16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

17 Сумма оснований трапеции равна 17, а её диагонали равны 8 и 15.

- а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.
- б) Найдите высоту трапеции.

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0$$

имеет четыре различных корня.

19 В течение  $n$  дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество меньше, чем в предыдущий день.

- а) Может ли  $n$  быть больше 5?
- б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 3, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4?
- в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 6. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел, записанных за все дни?