

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

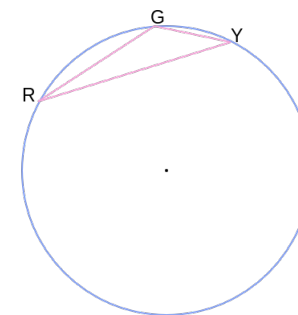
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике RYG сторона YR равна $\sqrt{50}$, угол G равен 135° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

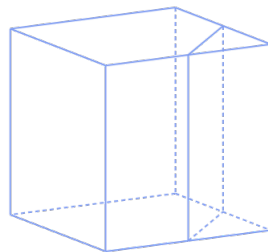


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{f} = (-14; 20)$, $\vec{h} = (10; -13)$ и $\vec{j} = (-18; -10)$. Найдите длину вектора $2\vec{f} + 2\vec{h} - \vec{j}$.

Ответ: _____.

- 3** Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 5832. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

- 4** В чемпионате по гимнастике участвуют 100 спортсменок: 41 из Эквадора, 47 из Германии, остальные — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая 11-ой, окажется из Словении.

Ответ: _____.

- 5** Вероятность того, что на тестировании по истории студент Н. верно решит больше 9 задач, равна 0,62. Вероятность того, что Н. верно решит больше 8 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Н. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$4^{\log_4 4x-6} = 4$$

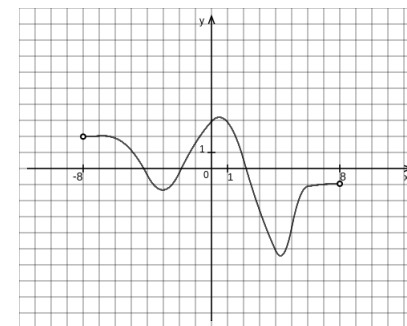
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 14}{\log_{27} 14}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 8)$. В какой точке отрезка $[-4; -2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.



Ответ: _____.

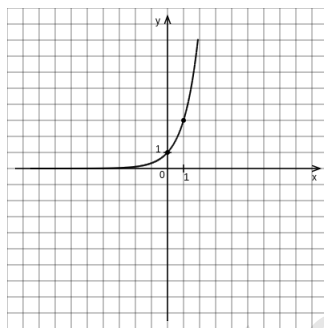
- 9** При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 729 \cdot 10^{11} \text{ Па} \cdot \text{м}^3$, где p - давление в газе (в Па), V - объём газа (в м^3), $k = 3$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $512 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 10** Расстояние между деревнями Y и Z равно 280 км. Из деревни Y в деревню Z выехал грузовик, а через 2 часа следом за ним со скоростью 78 км/ч выехал велосипед, догнал грузовик в деревне J и повернул обратно. Когда он вернулся в Y , грузовик прибыл в Z . Определите расстояние от Y до J . Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 9$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{14x} - 14e^x + 63$ на отрезке $[-13; 60]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

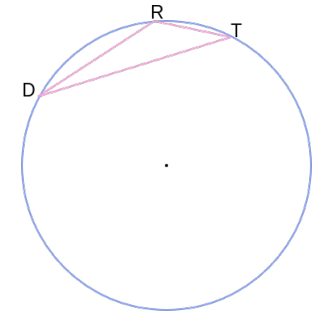
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике DTR сторона TD равна $10\sqrt{2}$, угол R равен 135° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

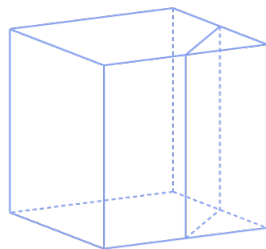


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{s} = (1; -14)$, $\vec{m} = (11; 6)$ и $\vec{d} = (-4; 13)$. Найдите длину вектора $\vec{s} - \vec{m} + 3\vec{d}$. Ответ разделите на $\sqrt{5}$.

Ответ: _____.

- 3** Объём куба равен 125. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____.

- 4** В чемпионате по тяжёлой атлетике участвуют 40 спортсменов: 4 из Словении, 4 из Кубы, остальные — из Чехии. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Чехии.

Ответ: _____.

- 5** Вероятность того, что на проверочной работе по физике студент Н. верно решит больше 11 задач, равна 0,58. Вероятность того, что Н. верно решит больше 10 задач, равна 0,81. Найдите вероятность того, что Н. верно решит ровно 11 задач.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$3 - 3^{\log_{243}(4x-9)} = 0$$

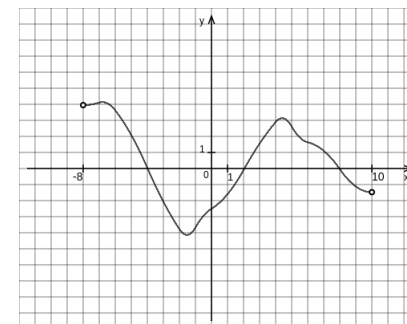
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения

$$\frac{\log_4 3}{\log_{16} 3}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 10)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.



Ответ: _____.

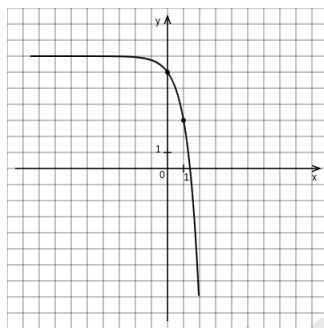
- 9** При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 64 \cdot 10^{12} \text{ Па} \cdot \text{м}^3$, где p - давление в газе (в Па), V - объём газа (в м^3), $k = 1\frac{1}{2}$. Какой наибольший объём V (в м^3) будет занимать газ при давлениях p не ниже $4,096 \cdot 10^{12} \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 10** Расстояние между пунктами U и A равно 318 км. Из пункта U в пункт A выехал автомобиль, а через 2 часа следом за ним со скоростью 52,496 км/ч выехал грузовик, догнал автомобиль в пункте B и повернул обратно. Когда он вернулся в U, автомобиль прибыл в A. Определите расстояние от U до B. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = -a^x + b$. Найдите $f(3)$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{62x} - 62e^x + 8$ на отрезке $[-24; 18]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

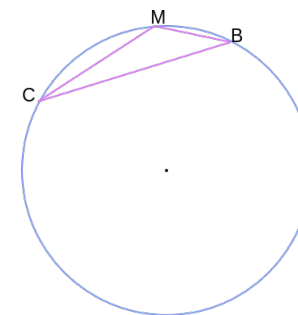
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике CBM сторона CB равна $18\sqrt{3}$, угол M равен 120° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

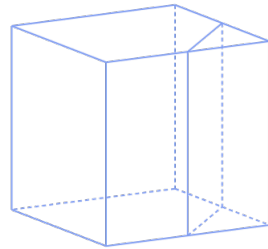


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{t} = (4; 1)$, $\vec{h} = (9; 16)$ и $\vec{c} = (-17; 14)$. Найдите длину вектора $3\vec{h} + \vec{c} - \vec{t}$. Ответ умножьте на $\sqrt{13}$.

Ответ: _____.

- 3** Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 2460,375. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

- 4** В чемпионате по гимнастике участвуют 80 спортсменок: 26 из Кубы, 35 из Австрии, остальные — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая третьей, окажется из Австрии.

Ответ: _____.

- 5** Вероятность того, что на тесте по химии учащийся Д. верно решит больше 8 задач, равна 0,73. Вероятность того, что Д. верно решит больше 7 задач, равна 0,87. Найдите вероятность того, что Д. верно решит ровно 8 задач.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$7^{\log_{16807}(-8x-7)} = 5$$

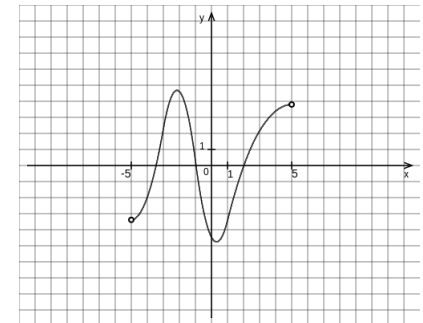
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 13}{\log_{81} 13}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. В какой точке отрезка $[3; 4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.



Ответ: _____.

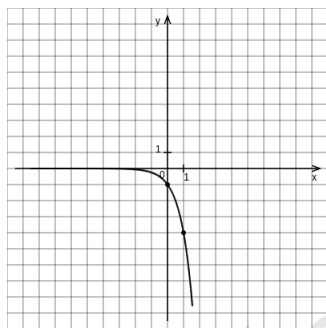
- 9** При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 25 \cdot 10^{12} \text{ Па} \cdot \text{м}^3$, где p — давление в газе (в Па), V — объём газа (в м^3), $k = \frac{2}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $25 \cdot 10^{12} \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 10** Расстояние между городами М и J равно 270 км. Из города М в город J выехал автомобиль, а через 3 часа следом за ним со скоростью 60 км/ч выехал велосипедист, догнал автомобиль в городе N и повернул обратно. Когда он вернулся в М, автомобиль прибыл в J. Найдите расстояние от М до N. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = -a^x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -1024$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{15x} - 15e^x + 24$ на отрезке $[-98; 46]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} + 2 = 0.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

- 14 В правильной треугольной призме со стороной основания $BC = 1$ и высотой BB_1 , равной 3, около оснований ABC и $A_1B_1C_1$ проведены окружности, центрами которых являются соответственно O и O_1 . На CC_1 лежит точка N так, что $NC = 2$.

- а) Доказать, что точка пересечения медиан треугольника NBA лежит на OO_1 .
б) Найти объём пирамиды C_1NBA .

- 15 Решите неравенство

$$2 \cdot 20^x - 17 \cdot 10^x - 2 \cdot 8^x + 8 \cdot 5^x + 17 \cdot 4^x - 2^{x+3} \leq 0.$$

- 16 В банке открывается вклад на 4 года в размере S миллионов рублей, где S является натуральным числом. В конце каждого года вклад увеличивается на 10%, а в начале 3-го и 4-го года вклад пополняют, прибавляя по 5 миллионов рублей. Известно, что начисленные проценты за весь период от банка будут более 10000000 рублей. Найдите минимально возможное S .

17 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC на середине боковой стороны DC отмечена точка N .

а) Доказать, что $S_{ABN} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$.

б) На стороне DC отмечена точка E так, что $S_{BEC} = \frac{1}{2}S_{AED}$ и $BC = \frac{AD}{2}$. Найти расстояние от точки E до прямой AB , если расстояние от D до AB равняется 15.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 + 2ax - a^2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 За круглым столом сидят учителя и ученики, среди которых есть хотя бы 2 учителя и хотя бы 2 ученика. У каждого сидящего есть натуральное количество карандашей. У любых двух учителей одинаковое количество карандашей, а у любых двух учеников разное. По команде каждый отдал соседу справа треть или четверть всех своих карандашей. После этого у любых двух учителей стало разное количество карандашей, а у любых двух учеников стало одинаковое. Известно, что каждый отдал натуральное количество карандашей.

а) Могло ли быть так, что учеников и учителей было одинаковое количество?

б) Могло ли быть 4 учителя?

в) Могло ли быть 10 учителей?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.