XVIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
Региональный этап

2 февраля 2026 г.

---

8 класс

Первый день

1. В каждом столбце таблицы 10×10 записаны сверху вниз в порядке возрастания степени двойки: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512. Как пройти из какой-либо клетки верхней строки таблицы в какую-либо клетку нижней, сдвигаясь на каждом ходу на клетку вправо или на клетку вниз, чтобы сумма чисел во всех пройденных клетках равнялась 2026? Достаточно найти один пример.

2. Числа a, b, c таковы, что $a^2+b^2 > (a+b)^2$ и $b^2+c^2 > (b+c)^2$. Что больше: a^4+c^4 или $(a+c)^4$?

3. В треугольнике ABC точка K — середина биссектрисы BL. Известно, что $AK = AL$ и $AK \perp BC$. Найдите величину угла ABC.

4. В электронную таблицу, где две строки и n столбцов, в произвольном порядке записаны все натуральные числа от 1 до $2n$ (в каждой клетке — одно число). В полдень каждого дня компьютер случайным образом выбирает столбец, где число из верхней строки больше числа из нижней, и меняет эти два числа местами, а затем случайным образом переставляет числа в верхней строке. В момент, когда в каждом столбце верхнее число оказывается меньше нижнего, процесс заканчивается. Докажите, что такой процесс не может происходить дольше, чем n^2 дней.

5. Существует ли такое натуральное число n, что для каких-то трёх его делителей a, b, c, больших, чем 1, произведение $(a–1)(b–1)(c–1)$ делится на n^2?

XVIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
Региональный этап

3 февраля 2026 г.

---

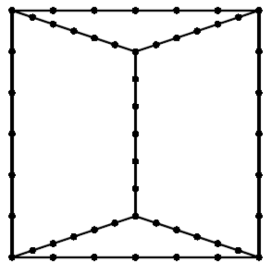
8 класс

Второй день

6. Как разрезать квадрат на 12 треугольников, площади которых относятся как 1 : 2 : 3 :…: 11 : 12?

7. У Васи есть банки с синей, жёлтой и зелёной красками. Он хочет покрасить каждое натуральное число от 100 до 1 000 000 включительно одной из этих красок так, чтобы каждые три попарно взаимно простых числа были одного цвета. Докажите, что Васе придётся покрасить все числа одним цветом. Напомним, что три числа *попарно взаимно просты*, если у каждых двух из них наибольший общий делитель равен 1.

8. На рисунке изображён автодром; точки — это перекрёстки, отрезки — дороги. Каждый отрезок между соседними точками машина проезжает ровно за минуту. Приехав на перекрёсток, машина немедленно уезжает с него по любой дороге, кроме той, по которой она приехала. Сначала несколько машин расположены на перекрёстках, затем они одновременно начинают двигаться по указанным правилам. При каком наибольшем количестве машин может случиться, что они смогут неограниченно долго ездить, никогда не встречаясь (ни на перекрёстках, ни на дорогах)?



9. Для каких натуральных n найдутся такие целые числа a, b, c, d, большие, чем 10^{2026}, что $a^2+b^2 = c^2+d^2$ и $a+b-c-d = n$?

10. Дан треугольник ABC, в котором $\angle B = 60°$. На продолжении стороны AB за точку B отмечена точка D, а на стороне BC — точка E, причем $AD = CE$. На продолжении отрезка AE за точку E нашлась такая точка F, что $AC = CF$ и $DE = EF$. Найдите величины углов треугольника DEF (укажите все возможные варианты).