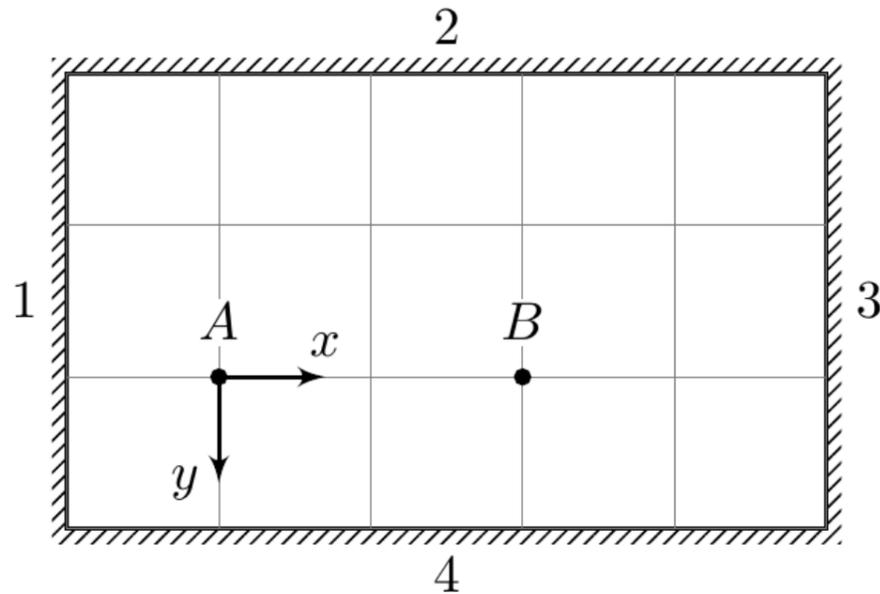




Найдите все возможные ориентации рамки, при которых шайба после одного удара попадёт из точки  $A$  в точку  $B$ , и для каждой из них определите угол между отрезком  $AB$  и ускорением свободного падения.

Пронумеруем стороны рамки и введём координаты  $x, y$  с началом в точке  $A$ , направив их вдоль и перпендикулярно отрезку  $AB$ .



Пусть координаты точки  $A$  равны  $(0; 0)$ , координаты точки  $B$  равны  $(L; 0)$ , а расстояние от точек до стороны —  $H$ . Будем искать проекции ускорения свободного падения  $g_x$  и  $g_y$ . Рассмотрим движение шайбы из  $A$  в  $B$  с отскоком от стороны 4. Из уравнения движения по оси  $y$  получим, что время падения из точки  $A$  до стенки равно  $\sqrt{\frac{2H}{g_y}}$ . После удара шайба будет лететь столько же по времени до точки  $B$ . Полное время составит:

$$t = 2\sqrt{\frac{2H}{g_y}}$$

По оси  $x$  шайба движется равноускоренно, так как при упругом ударе проекция скорости на ось  $x$  не меняется.

$$L = g_x \frac{t^2}{2} = g_x \cdot \frac{4H}{g_y}$$

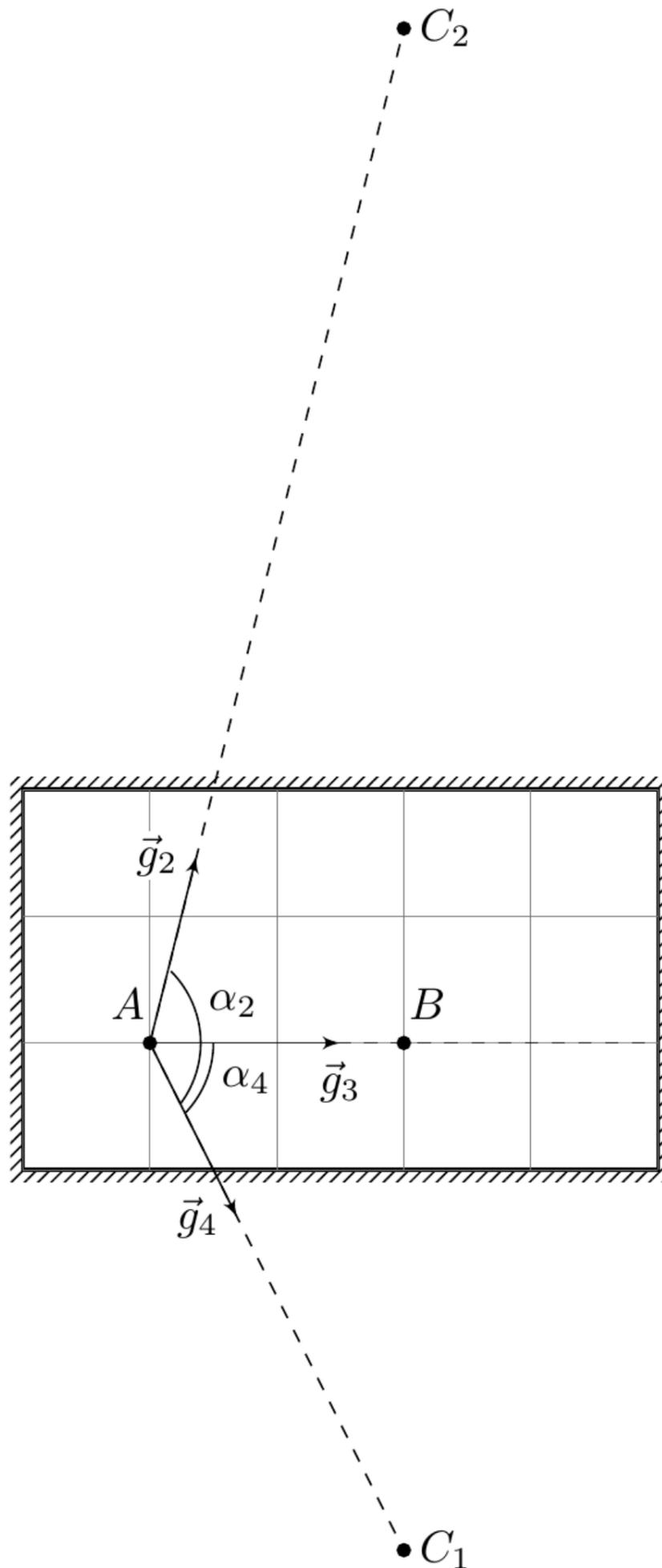
Откуда получим:

$$\frac{g_x}{g_y} = \frac{L}{4H}$$

В случае отскока от стенки 4  $L = 2l$  и  $H = l$ , где  $l$  — сторона заданной масштабной сетки. Из полученного отношения проекций ускорений легко найти направление  $\vec{g}$ . Например, можно отметить точку  $C_1$  с координатами  $(2l; 4l)$ . Тогда  $\vec{g}$  будет направлено вдоль прямой  $AC_1$  и, в частности, первая часть траектории шайбы будет лежать вдоль этой прямой.

Аналогично можно поступить со стороной 2. В этом случае  $L = 2l$  и  $H = 2l$ , тогда ускорение свободного падения будет направлено вдоль отрезка  $AC_2$ , где координаты точки  $C_2$  это  $(2l; -8l)$ .

После отскока от стороны 1 шайба не сможет попасть в точку  $B$ , так как та расположена дальше точки  $A$  по оси  $x$ . По тем же соображениям отражение от стороны 3 подходит. Соответствующее этому случаю направление ускорения свободного падения будет вдоль оси  $x$ .



С помощью найденных в предыдущем пункте координат точек  $C_1$  и  $C_2$  вычислим углы между направлением  $AB$  и ускорением свободного падения:

Ответ:

$$\alpha_4 = \arctg 2 \approx 63^\circ, \alpha_2 = \arctg 4 \approx 76^\circ, \alpha_3 = 0^\circ.$$

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.



1?? Найдите удлинения пружин  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  и упругой ленты  $\Delta x$  для двух значений внешней силы:  $F = 1,0$  Н и  $F = 20$  Н.

Пусть  $F_1$  — сила упругости ленты и первой пружины, а  $F_2$  — сила упругости второй пружины. Сила  $F$ , с которой растягивают данную систему, уравнивается данными силами  $F_1$  и  $F_2$ :

$$F = F_1 + F_2.$$

Закон Гука для пружин:  $F_1 = k\Delta x_1$  и  $F_2 = k\Delta x_2$ .

Суммарное удлинение первой пружины и ленты равно удлинению второй пружины:

$$\Delta x_1 + \Delta x = \Delta x_2.$$

Из этих уравнений получим:

$$\Delta x = \Delta x(F_1) = \frac{F}{k} - \frac{2}{k}F_1, \quad (1)$$

или

$$F_1(\Delta x) = \frac{F}{2} - \frac{k}{2}\Delta x. \quad (1')$$

При  $F_1 < 1$  Н лента ведёт себя как пружина с коэффициентом жёсткости  $k_0 \approx 120$  Н/м, который можно определить с помощью коэффициента наклона касательной к начальному участку графика. Следовательно, зависимость удлинения ленты от растягивающей её силы можно выразить как:

$$F_1 = k_0\Delta x. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\Delta x = \frac{F}{k} - \frac{2k_0}{k}\Delta x$$

или

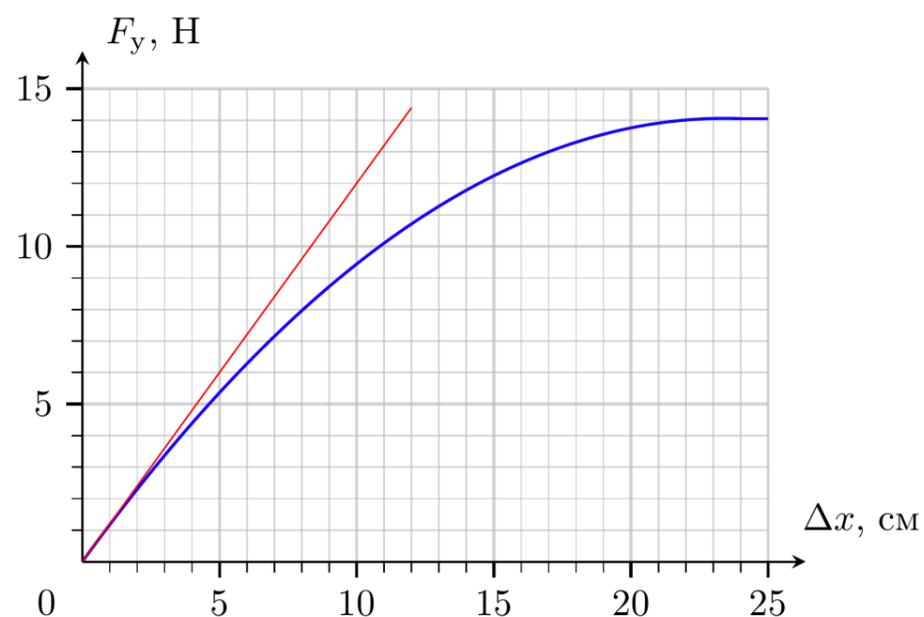
$$\Delta x = \frac{F}{2k_0 + k} \approx 2,9 \text{ мм.}$$

Тогда

$$\Delta x_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{k_0}{k}\Delta x = \frac{k_0 F}{(2k_0 + k)k} \approx 3,5 \text{ мм}$$

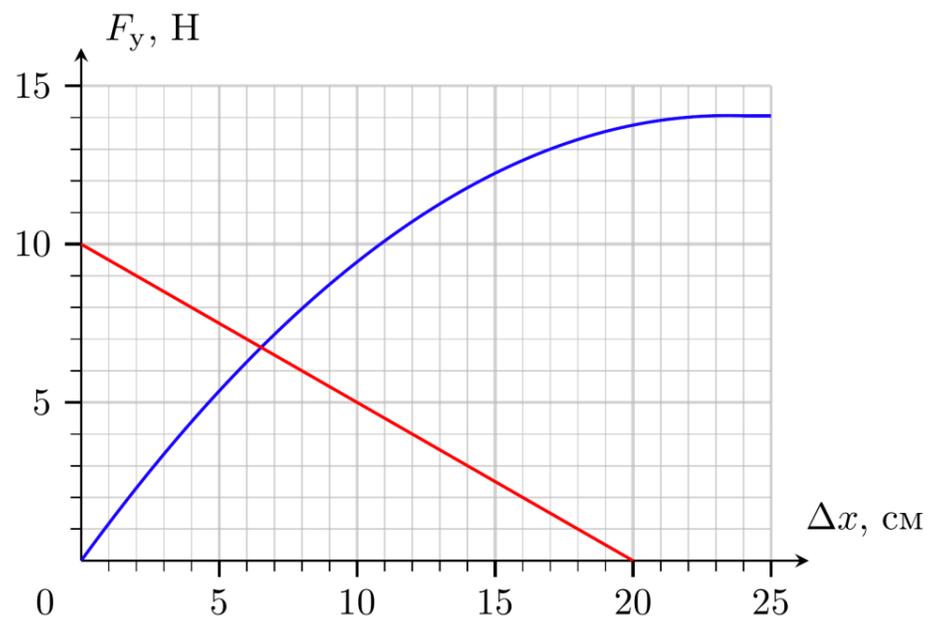
и

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + \Delta x \approx 6,4 \text{ мм.}$$



Ответ:  $\Delta x \approx 2,9$  мм,  $\Delta x_1 \approx 3,5$  мм,  $\Delta x_2 \approx 6,4$  мм.

Для нахождения растяжений при  $F = 20$  Н построим зависимость (1') (аналог нагрузочной прямой из электричества) на графике из условия.



Пересечение этих прямой и кривой позволяет найти силу упругости ленты  $F_1 \approx 6,7$  Н и её удлинение

$$\Delta x \approx 6,5 \text{ см.}$$

Следовательно, удлинение первой пружины

$$\Delta x_1 = \frac{F_1}{k} \approx 6,7 \text{ см}$$

и удлинение второй пружины

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + \Delta x \approx 13,2 \text{ см.}$$

Ответ:  $\Delta x = 6,5$  см,  $\Delta x_1 = 6,7$  см,  $\Delta x_2 = 13,2$  см.

2?? С какой максимальной внешней силой  $F_{\max}$  можно растягивать систему, если лента рвётся при удлинении  $\Delta x_{\max} = 25$  см?

Угловой коэффициент прямой ( $l'$ ) не зависит от прикладываемой силы. Проведём прямую с таким угловым коэффициентом через крайнюю точку графика (25 см, 14 Н) либо решим уравнение аналитически, подставив в соответствующие значения.

$$F_1 = \frac{F_{\max}}{2} - \frac{k}{2} \Delta x_{\max}.$$

Тогда максимальная сила:

Ответ:  $F_{\max} = 53$  Н.

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.



1?? Определите скорость движения втулки в начальный момент времени, когда колечко движется вблизи вершины прямого угла.

За небольшое время  $\Delta t$  колечко пройдет расстояние  $v\Delta t$ , оставив позади себя кусочек нити длиной  $v\Delta t$ . Такой же по длине кусочек нити должен освободиться из-за приближения втулки к колечку. Значит,  $u(0)\Delta t = v\Delta t$ , и:

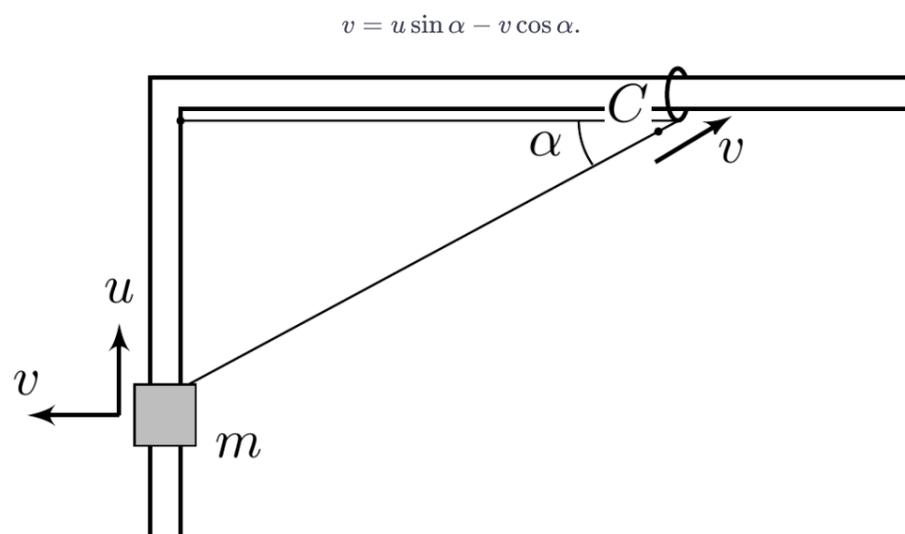
Ответ:

$$u(0) = v.$$

2?? Как зависит скорость движения втулки от угла  $\alpha$ ?

### Способ 1

Перейдем в систему отсчета, связанную с колечком. В этой СО колечко неподвижно, а у втулки появляется составляющая скорости, перпендикулярная стержню (см. рисунок). При этом относительно точки  $C$ , выбранной вблизи колечка, втулка движется по окружности. Проекции скоростей втулки и точки  $C$  на направление участка нити между втулкой и кольцом должны компенсировать друг друга так, чтобы длина этого участка оставалась постоянной. Точка  $C$  движется со скоростью  $v$ , поэтому:



### Способ 2

Пусть расстояния от вершины прямого угла до колечка и до втулки равны соответственно  $x$  и  $y$ . Тогда запишем полную длину нити следующим образом:

$$x + \sqrt{x^2 + y^2} = l.$$

Возьмём производную по времени:

$$\dot{x} + \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \dot{l} = 0;$$

$$\dot{y} = -\frac{\dot{x}}{y}(\sqrt{x^2 + y^2} + x);$$

$$u = \frac{v}{y}(\sqrt{x^2 + y^2} + x).$$

$$u = v\left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right) = v\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

### Способ 3

Рассмотрим маленький промежуток времени  $\Delta t$ . Колечко прошло расстояние  $v\Delta t$ , а втулка  $u\Delta t$ . Проецируя эти перемещения на отрезок, соединяющий колечко с ниткой, получим маленькое изменение длины куска нити между ними:

$$\Delta R = v\Delta t \cos \alpha - u\Delta t \sin \alpha$$

Кусок нити между вершиной прямого угла и колечком увеличился на  $v\Delta t$ . Так как полная длина нити не меняется:

$$(v \cos \alpha - u \sin \alpha + v)\Delta t = 0$$

Откуда:

Ответ:

$$u = v\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

3?? Чтобы колечко двигалось с постоянной скоростью  $v$ , к нему прикладывают силу  $F$ , направленную вдоль стержня. Как зависит сила  $F$  от угла  $\alpha$ ?

## Способ 1

Скорость втулки при её движении по окружности относительно точки  $C$  равна:

$$v \sin \alpha + u \cos \alpha = v \frac{\sin^2 \alpha + \cos \alpha (1 + \cos \alpha)}{\sin \alpha} = v \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Нормальная компонента ускорения:

$$a_n = \frac{v^2 (1 + \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha \cdot R},$$

где  $R = \frac{l}{1 + \cos \alpha}$  — длина участка нити между втулкой и точкой  $C$ .

Полное ускорение втулки  $a$  направлено вдоль стержня, а  $a_n$  является его проекцией на нить. Поэтому

$$a = \frac{a_n}{\sin \alpha} = \frac{v^2 (1 + \cos \alpha)^3}{\sin^3 \alpha \cdot l}.$$

## Способ 2

Воспользуемся полученной в предыдущем пункте связью  $u$  и  $v$ :

$$u = \frac{v}{y} (\sqrt{x^2 + y^2} + x) = v \frac{l}{y}.$$

Возьмём производную по времени от этого выражения:

$$a = -vl \frac{\dot{y}}{y^2} = \frac{v^2 l^2}{y^3}.$$

Так как нить нерастяжима:

$$l = \frac{y}{\sin \alpha} + \frac{y}{\operatorname{tg} \alpha} \Rightarrow y = \frac{l \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

Тогда:

$$a = \frac{v^2 (1 + \cos \alpha)^3}{\sin^3 \alpha \cdot l}.$$

Далее  $ma = T \sin \alpha$ , откуда

$$T = m \frac{v^2 (1 + \cos \alpha)^3}{\sin^4 \alpha \cdot l}$$

Сила  $F$ , прикладываемая к колечку, равна сумме проекций двух сил натяжения на стержень:

$$F = T + T \cos \alpha.$$

Ответ:

$$F = m \frac{v^2 (1 + \cos \alpha)^4}{l \sin^4 \alpha}$$

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.



1?? давление жидкости на дне сосудов;

Зависимость плотности от температуры:

$$\rho(t) = \rho_0 - \frac{\rho_0}{2} \cdot \frac{t - t_0}{t_0} = \rho_0 \frac{3t_0 - t}{2t_0}. \quad (1)$$

Начальная масса  $m_{L0}$  жидкости в левом сосуде:

$$m_{L0} = 4Sh\rho_0 = 4SH\rho_0.$$

Следовательно сосуд большего сечения заполнится доверху, когда плотность в нём уменьшится до  $\rho = 0,95\rho_0$ . Из (1) получаем:

$$\rho = 0,95\rho_0 \Rightarrow 3t_0 - t_1 = 1,9t_0 \Rightarrow t_1 = 1,1t_0.$$

После этого жидкость начинает перетекать из левого (широкого) сосуда в правый. При достижении температуры  $t = 2t_0$  масса  $m_L$  жидкости в левом сосуде равна:

$$m_L = 4SH \cdot \frac{\rho_0}{2} = 2\rho_0SH.$$

Полная масса  $m$  жидкости изначально:

$$m = (4S + S)h\rho_0 = 5S \cdot 0,95H\rho_0 = 4,75\rho_0SH.$$

Следовательно, масса  $m_R$  жидкости в правом сосуде после нагрева:

$$m_R = m - m_L = 2,75\rho_0SH.$$

Тогда давление на дне:

Ответ:

$$p_{\text{дно}} = \frac{m_R g}{S} = 2,75\rho_0 g H.$$

2?? давление жидкости на крышку в сосуде большего сечения;

Давление  $p_k$  жидкости на крышку в сосуде большего сечения найдём из равенства давлений:

Ответ:

$$p_k = p_{\text{дно}} - 0,5\rho_0 g H = 2,25\rho_0 g H.$$

3?? температуру жидкости в сосуде меньшего сечения.

Поскольку объём левого сосуда фиксирован (при достижении высоты  $H$ ), уменьшение массы в нём прямо пропорционально уменьшению плотности при нагреве. При нагреве левого сосуда на малую величину  $\Delta t$  плотность уменьшается на  $\Delta\rho$ , и в правый сосуд перетекает масса:

$$\Delta m = 4SH \Delta\rho, \quad (2)$$

температура которой равна текущей температуре  $t$  в левом сосуде.

Способ 1

Можно считать, что нагреватель сообщил количество теплоты массе  $\Delta m$  уже после того, как она переместилась в правый сосуд. Тогда количество теплоты, поступающее в правый сосуд:

$$\Delta Q = c\Delta m (t - t_0) = 4cSH(t - t_0)\Delta\rho,$$

где  $c$  — теплоёмкость жидкости.

Если воспользоваться графиком зависимости  $\rho(t)$ , то можно заметить, что величине  $\Delta Q$  пропорциональна площадь полоски шириной  $\Delta\rho$  и длиной  $t - t_0$  (см. рисунок 1), домноженной на  $4cSH$ .

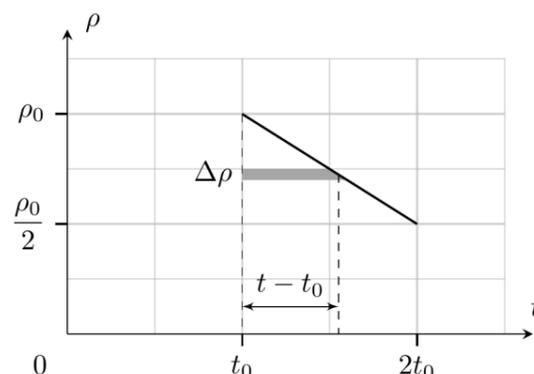


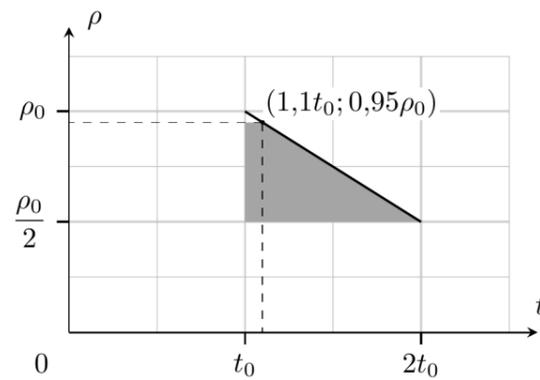
Рис. 1

Полное количество «перенесённой» в правый сосуд теплоты  $Q$  пропорционально площади трапеции, показанной на рисунке 2, с домножением на  $4cSH$ . Тогда:

$$Q = 0,99\rho_0 t_0 cSH.$$

Эта теплота, распределённая по массе  $m_R = 2,75\rho_0 SH$ , повысит температуру правого сосуда:

$$t_R = t_0 + \frac{Q}{cm_R} = t_0 + \frac{0,99\rho_0 t_0 cSH}{c \cdot 2,75\rho_0 SH}.$$



### Способ 2

Из (1) и (2) получим, что при повышении температуры левого сосуда от  $t_1 = 1,1t_0$  до  $t_2 = 2t_0$  масса, перетекающая в правый сосуд, увеличивается равномерно с температурой:

$$\Delta m = \frac{2SH}{t_0} \cdot \Delta t.$$

Следовательно, распределение масс по температуре равномерное, и средняя температура приходящих порций жидкости равна среднему арифметическому концов интервала:

$$t_{\text{cp}} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{1,1t_0 + 2t_0}{2} = 1,55t_0.$$

Уравнение теплового баланса для правого сосуда:

$$m_{R0}c(t_R - t_0) + \Delta mc(t_R - t_{\text{cp}}) = 0,$$

где  $m_{R0}$  — начальная масса жидкости в правом сосуде.

Отсюда:

$$t_R = \frac{m_{R0}t_0 + \Delta m t_{\text{cp}}}{m_{R0} + \Delta m}.$$

### Способ 3

Малая масса, перетекающая при возрастании температуры на  $dt$ :

$$dm = -4SH d\rho.$$

Из (1):

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho_0}{2t_0} \Rightarrow dm = \frac{2\rho_0 SH}{t_0} dt.$$

Количество теплоты, переносимое этой массой:

$$dQ = c(t - t_0) dm = c(t - t_0) \frac{2\rho_0 SH}{t_0} dt.$$

Интегрируем от  $t_1 = 1,1t_0$  до  $2t_0$ :

$$Q = \frac{2\rho_0 SHc}{t_0} \int_{1,1t_0}^{2t_0} (t - t_0) dt = \frac{2\rho_0 SHc}{t_0} \left[ \frac{(t - t_0)^2}{2} \right] \Big|_{1,1t_0}^{2t_0}.$$

Подставляем пределы:

$$Q = \frac{2\rho_0 SHc}{t_0} \cdot \frac{t_0^2 - 0,01t_0^2}{2} = 0,99\rho_0 ct_0 SH.$$

Далее, как и в первом способе:

$$t_R = t_0 + \frac{Q}{cm_R}.$$

Окончательно:

Ответ:

$$t_R = 1,36t_0.$$

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.



1?? Определите изменение силы тока  $\Delta I_{\text{верх}}$  через резистор  $2R$  между узлами  $A$  и  $O$ , если регулируемый ток увеличить на  $\Delta I$ . Ответ выразите через  $\Delta I$ .

### Способ 1

Воспользуемся методом наложения токов. Представим два независимых источника тока: один создаёт ток силой  $I_0$ , другой — регулируемый ток  $I$  (см. рисунок 1). При расстановке токов учтём, что часть цепи для каждого источника представляет собой сбалансированный мост.

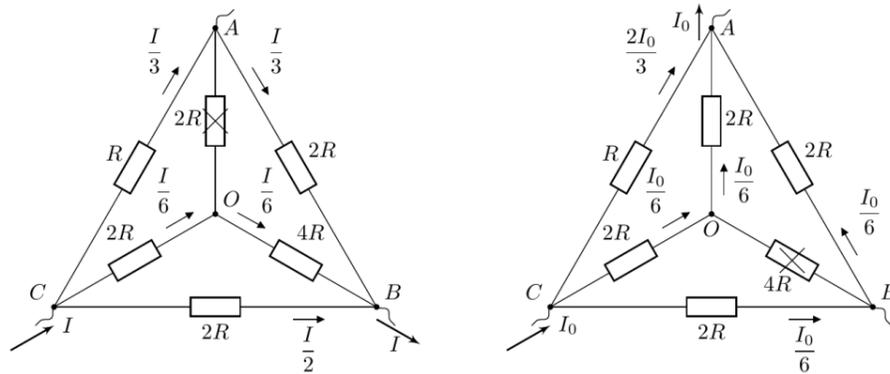


Рис. 1

### Способ 2

Введём токи  $I_1$  и  $I_2$ , далее, с учётом первого и второго правил Кирхгофа выразим через них токи во всех остальных участках разветвлённой цепи (см. рисунок 2).

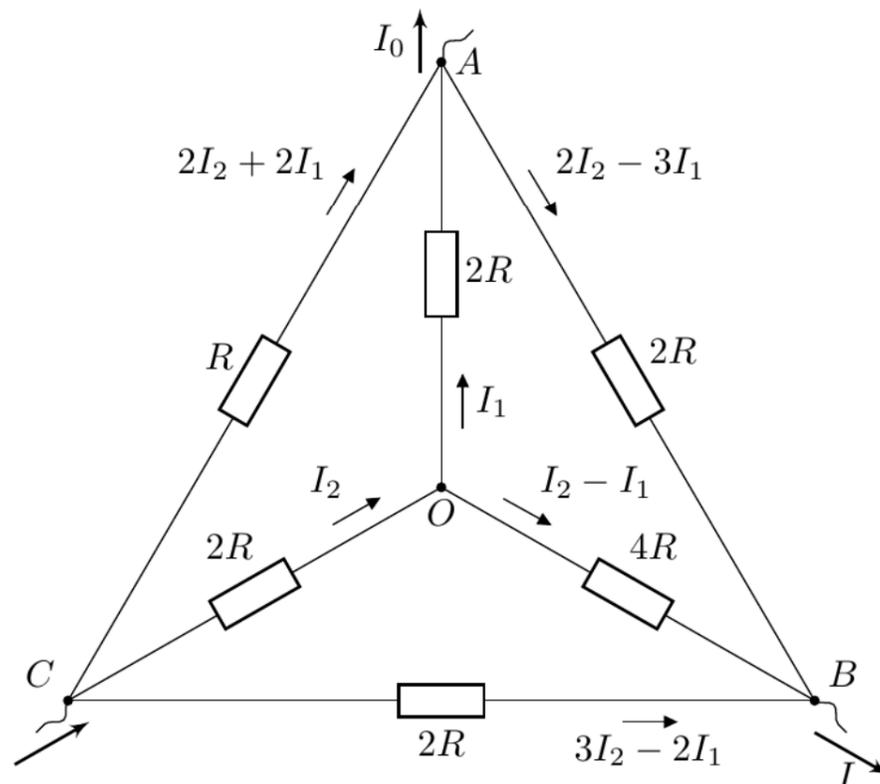


Рис. 2

Запишем первое правило Кирхгофа для узлов  $A$  и  $B$  и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2I_2 + 2I_1 + I_1 = I_0 + 2I_2 - 3I_1 \\ 3I_2 - 2I_1 + I_2 - I_1 + 2I_2 - 3I_1 = I \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{I_0}{6} \\ I_2 = \frac{I + I_0}{6} \end{cases}$$

Тогда:

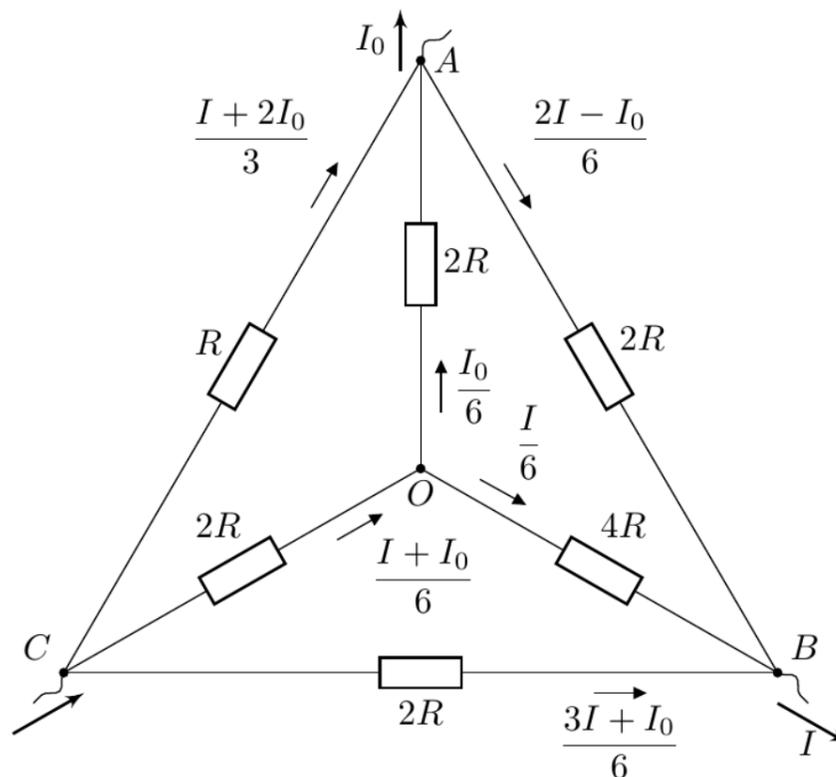


Рис. 3

Заметим, что ток  $I$  никак не влияет на силу тока через верхний резистор, следовательно:

Ответ:

$$\Delta I_{\text{верх}} = 0.$$

2?? Определите изменение силы тока  $\Delta I_{\text{нижн}}$  через резистор  $2R$  между узлами  $B$  и  $C$ , если регулируемый ток увеличить на  $\Delta I$ . Ответ выразите через  $\Delta I$ .

Изменение силы тока через нижний резистор

$$\Delta I_{\text{нижн}} = \Delta \left( \frac{I}{2} + \frac{I_0}{6} \right)$$

Ответ:

$$\Delta I_{\text{нижн}} = \frac{\Delta I}{2}.$$

3?? При каком значении регулируемой силы тока  $I' > 0$  ток в одном из резисторов становится равным нулю? Укажите этот резистор. Ответ выразите через  $I_0$ .

Единственный резистор, через который токи от двух источников направлены противоположно, — это резистор  $2R$  между узлами  $A$  и  $B$ . Условие обнуления тока:

$$I'/3 = I_0/6.$$

Таким образом

Ответ:  $I' = I_0/2$ ; резистор  $2R$  между узлами  $A$  и  $B$ .

4?? При каком значении регулируемой силы тока  $I^*$  суммарная тепловая мощность, выделяющаяся на резисторах, будет минимальна? Чему равна эта минимальная мощность  $P_{\text{min}}$ ? Ответы выразите через  $I_0$  и  $R$ .

Способ 1

Мощность можно рассчитать как сумму мощностей воображаемых источников токов  $I_0$  и  $I$ . Напряжение между узлами  $B$  и  $C$ :

$$U_{BC} = \left( \frac{I}{2} + \frac{I_0}{6} \right) \cdot 2R,$$

а между узлами  $A$  и  $C$ :

$$U_{AC} = \left( \frac{I}{3} + \frac{2I_0}{3} \right) \cdot R.$$

Тогда суммарная тепловая мощность, выделяющаяся в цепи равна:

$$P(I) = U_{BC}I + U_{AC}I_0 = RI^2 + \frac{2}{3}II_0R + \frac{2}{3}RI_0^2$$

## Способ 2

Тот же результат можно получить как сумму тепловых мощностей на каждом резисторе:

$$P(I) = R\left(\frac{I}{3} + \frac{2I_0}{3}\right)^2 + 2R\left(\frac{I_0}{6}\right)^2 + 2R\left(\frac{I}{6} + \frac{I_0}{6}\right)^2 + 4R\left(\frac{I}{6}\right)^2 + 2R\left(\frac{I}{3} - \frac{I_0}{6}\right)^2 + 2R\left(\frac{I}{2} + \frac{I_0}{6}\right)^2$$

Минимум выражения  $P(I)$  (вершина параболы) достигается при:

$$I^* = -\frac{I_0}{3}$$

Соответствующая минимальная мощность:

Ответ:

$$P_{\min} = P(I^*) = \frac{5}{9}RI_0^2;$$

$$I^* = -\frac{I_0}{3}.$$

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.



1?? Измерьте зависимость (не менее 10 точек) координаты центра масс системы  $x_{C1}$  (в мл) от показаний шприца  $V$  — объёма воздуха в нём (в мл). Постройте график зависимости  $x_{C1}(V)$  и определите по нему отношение масс  $m_1/m_2$ .

Все расстояния будем измерять с помощью шкалы на шприце. Координаты центров масс будем определять, подвесив в горизонтальном положении шприц на нити. Чтобы не держать шприц в руках, точку подвеса закрепим скотчем к столу.

Пусть центр масс цилиндра находится в координате  $x_1$ , а центр масс поршня, когда показания шприца нулевые, имеет координату  $x_2$ . Выдвинем поршень так, чтобы показания шприца стали равными  $V$ . Тогда центр масс поршня сместится в координату  $x_2 + V$ . Центр масс всего шприца будет находиться в координате:

$$x_{C1}(V) = \frac{m_1 x_1 + m_2 (x_2 + V)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} V.$$

Снимем эту зависимость, построим ее график.

$x_{C1}$ , мл	$V$ , мл
5,6	0
6,2	1
6,8	2
7,2	3
7,6	4
8,2	5
8,8	6
9,2	7
9,6	8
10,0	9

Из углового коэффициента  $k = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \approx 0,49$  определим отношение  $\frac{m_1}{m_2}$ :

Ответ:

$$\frac{m_1}{m_2} \approx 1,0.$$

2?? Повторите измерения, заполняя шприц водой объёмом  $V$ . Для каждого значения  $V$  определите координату центра масс  $x_{C2}$  (не менее 10 точек). Постройте график зависимости  $x_{C2}(V)$  на той же координатной плоскости, что и в пункте 1. Определите минимальное значение  $x_{C2}^{\min}$ .

В случае, когда внутри шприца находится  $V$  мл воды, координата его центра масс вычисляется чуть сложнее. Важно учесть, что к суммарной массе  $m_1 + m_2$  добавляется масса воды  $\rho_0 V$ , центр масс которой находится в координате  $V/2$ . Формула координаты центра масс системы  $x_{C2}$  в зависимости от объёма воды  $V$ :

$$x_{C2}(V) = \frac{m_1 x_1 + m_2 (x_2 + V) + \frac{\rho_0 V^2}{2}}{m_1 + m_2 + \rho_0 V}.$$

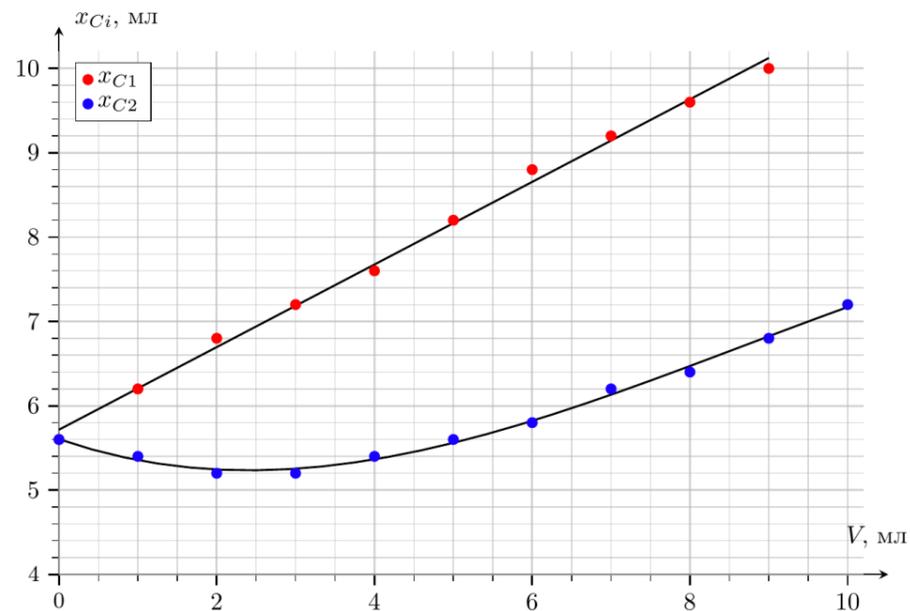
Снимем зависимость  $x_{C2}(V)$ .

$x_{C2}$ , мл	$V$ , мл
5,6	0
5,4	1
5,2	2
5,2	3
5,4	4
5,6	5
5,8	6
6,2	7

6,4	8
6,8	9
7,2	10

Ответ: Минимальное значение  $x_{C2}^{\min} \approx 5,2$  мл.

Ответ:



3?? Получите выражение, связывающее между собой  $x_{C1}(V)$  и  $x_{C2}(V)$  — координаты центра масс шприца в случаях, когда внутри него  $V$  мл воздуха или воды соответственно. В полученном выражении должны содержаться лишь  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $V$ ,  $x_{C1}$ ,  $x_{C2}$  и плотность воды  $\rho_0$ .

Пусть шприц собственной массы  $m_1 + m_2$  заполнен  $V$  мл воды. Центр масс самого шприца (без воды) находится в координате  $x_{C1}(V)$ . Центр масс воды находится в координате  $V/2$ . Шприц, заполненный водой, подвешен за нить в координате центра масс системы «шприц+вода»  $x_{C2}(V)$ . Запишем правило моментов для шприца с водой относительно точки подвеса. В этом случае момент силы натяжения нити будет равен нулю. Момент силы тяжести шприца (без воды) будет уравновешен моментом силы тяжести воды:

Ответ:

$$(m_1 + m_2)(x_{C1} - x_{C2}) = \rho_0 V (x_{C2} - \frac{V}{2}).$$

4?? Зависимость, полученную в 3 пункте, можно привести к виду  $Y = kX$ , где  $Y$  и  $X$  — переменные, зависящие от измеряемых параметров ( $V$ ,  $x_{C1}$ ,  $x_{C2}$ ), а  $k$  — постоянный коэффициент, связанный с массами  $m_1$  и  $m_2$ . Предложите соответствующие переменные  $Y$  и  $X$ . Постройте линейный график  $Y(X)$  и по его параметрам определите массы  $m_1$  и  $m_2$ .

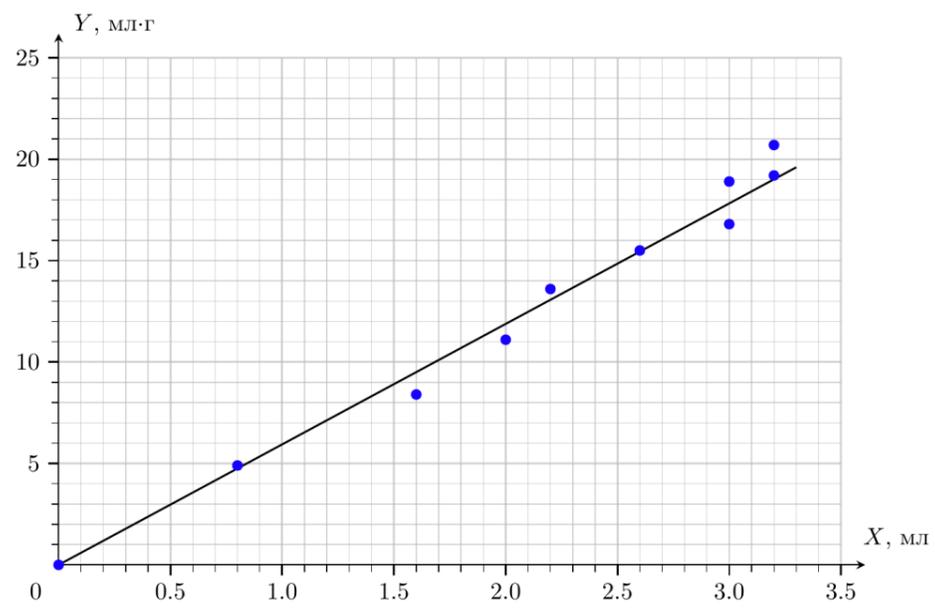
Заметим, что зависимость  $Y(X)$ , где  $Y = \rho_0 V (x_{C2} - V/2)$  от  $X = x_{C1} - x_{C2}$ , является прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом  $m_1 + m_2$ . Сделаем пересчёт значений  $Y$  и  $X$ .

$Y$ , мл · г	$X$ , мл
0	0
4,9	0,8
8,4	1,6
11,1	2,0
13,6	2,2
15,5	2,6
16,8	3,0
18,9	3,0
19,2	3,2

20,7

3,2

Построим график соответствующей зависимости:



Найдем угловой коэффициент  $m_1 + m_2 \approx 5,9$  г. Тогда:

Ответ:

$$m_1 = m_2 = \frac{M}{2} \approx 3,0 \text{ г.}$$

 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.



1?? С помощью предоставленного оборудования определите номинальное (полное) сопротивление потенциометра. При решении этого пункта построение графиков не требуется. Подробно опишите способ определения полного сопротивления.

Для нахождения полного сопротивления потенциометра соединим его крайние выводы («А» и «В») и подключим омметр к выводам «А» и «Б» (см. рисунок 1). Обозначим полное номинальное сопротивление потенциометра  $R_0$ , а сопротивление потенциометра между контактами «Б» и «В» —  $R_x$ .

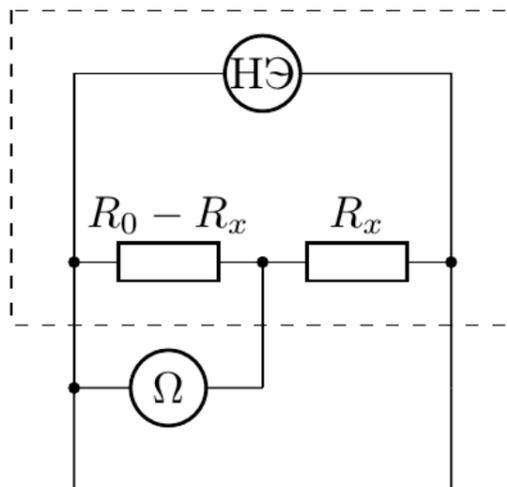


Рис. 1

Тогда показания омметра  $R_\Omega$  равны:

$$\frac{1}{R_\Omega} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_0 - R_x};$$

$$R_\Omega = R_x - \frac{R_x^2}{R_0}.$$

Максимум  $R_\Omega$  будет наблюдаться при  $R_x = R_0/2$ . Поворачивая ручку потенциометра, измерим максимальные показания прибора:  $R_{\max} = (27,2 \pm 0,3)$  Ом. Тогда:

Ответ:

$$R_0 = 4R_{\max} = (108,8 \pm 1,2) \text{ Ом.}$$

2?? Измерьте вольт-амперную характеристику неизвестного элемента, подключив «+» источника к выводу «А». Измерения необходимо провести в максимально широком диапазоне напряжений, получив не менее 15 точек, равномерно распределенных по оси напряжения.

Для измерения вольт-амперной характеристики неизвестного элемента соберём электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке 2. При таком соединении напряжение  $U_{\text{ИЭ}}$  на неизвестном элементе будет равно напряжению, измеренному с помощью вольтметра, подключенного к выводам «А» и «В». Сила тока  $I_{\text{ИЭ}}$  через неизвестный элемент будет равняться току через  $R_x$ .

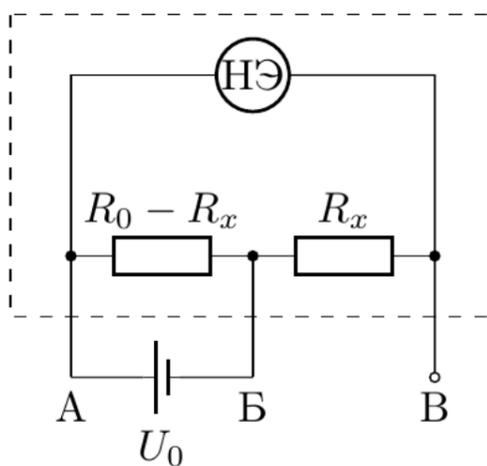


Рис. 2

Следовательно:

$$I_{\text{ИЭ}} = \frac{U_x}{R_x},$$

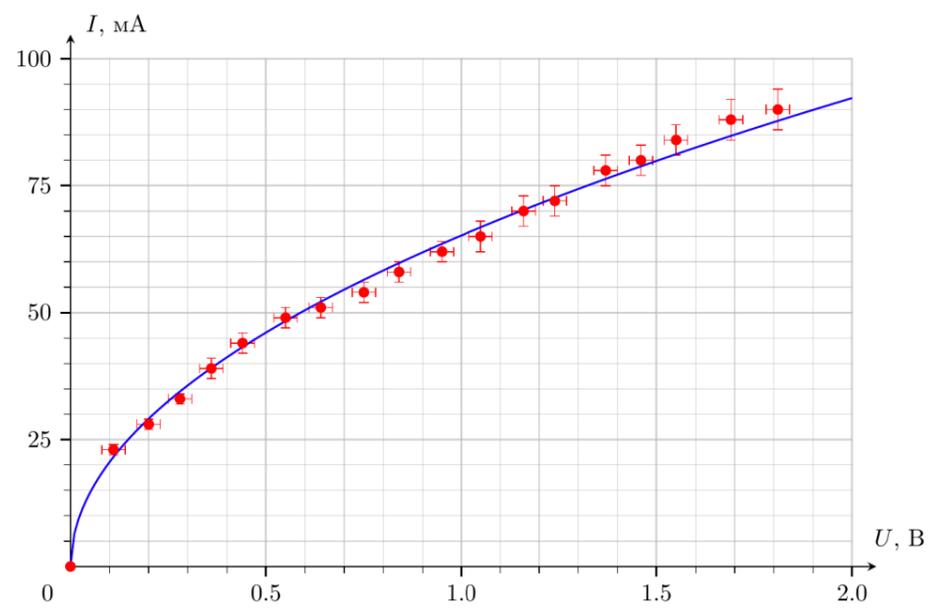
где  $U_x$  — напряжение на  $R_x$ , которое будем измерять подключая вольтметр к выводам «Б» и «В». Для нахождения текущего значения  $R_x$  подключим источник напряжения к выводам «А» и «В». Используя отношение  $U'_{\text{ВВ}}/U'_{\text{АВ}}$  напряжений на  $R_0$  и  $R_x$ , можем определить  $I_{\text{ИЭ}}$ :

$$\frac{U'_{\text{АВ}}}{R_0} = \frac{U'_{\text{ВВ}}}{R_x}; \Rightarrow R_x = \frac{U'_{\text{ВВ}}}{U'_{\text{АВ}}} \cdot R_0; \Rightarrow I_{\text{ИЭ}} = \frac{U_x \cdot U'_{\text{АВ}}}{U'_{\text{ВВ}} \cdot R_0}.$$

$$U_{\text{ИЭ}}, \text{ В} \quad U_x, \text{ В} \quad U'_{\text{АВ}}, \text{ В} \quad U'_{\text{ВВ}}, \text{ В} \quad I_{\text{ИЭ}}, \text{ А} \quad \Delta I_{\text{ИЭ}}, \text{ А}$$

1,81	0,83	2,66	0,23	0,090	0,004
1,69	0,94	2,65	0,26	0,088	0,004
1,55	1,07	2,64	0,31	0,084	0,003
1,46	1,16	2,64	0,35	0,080	0,003
1,37	1,25	2,63	0,39	0,078	0,003
1,24	1,38	2,62	0,46	0,072	0,003
1,16	1,47	2,62	0,50	0,070	0,003
1,05	1,57	2,62	0,58	0,065	0,003
0,95	1,68	2,62	0,66	0,062	0,002
0,84	1,79	2,62	0,74	0,058	0,002
0,75	1,87	2,62	0,83	0,054	0,002
0,64	1,99	2,61	0,94	0,051	0,002
0,55	2,10	2,60	1,03	0,049	0,002
0,44	2,18	2,60	1,19	0,044	0,002
0,36	2,26	2,60	1,38	0,039	0,002
0,28	2,34	2,60	1,70	0,033	0,001
0,20	2,42	2,56	2,00	0,028	0,001
0,11	2,50	2,55	2,52	0,023	0,001

3?? Постройте график полученной вами вольт-амперной характеристики.



 Website in English

2020 — Мы те, кого должны превзойти.