

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 509

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Прямая АВ касается окружности с центром в точке O радиуса r в точке В. Найдите r , если известно, что $AB = \sqrt{19}$, $OA = 10$.

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(-3; z)$ и $\vec{b}(5; 5)$. Известно, что $|\vec{b}| = \frac{5\sqrt{2}}{3} |\vec{a}|$ и $z \geq 0$.

Найдите z .

Ответ: _____.

3. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 12, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.

Ответ: _____.

4. Андрей получает паспорт. Последние три цифры номера паспорта - случайные. Найдите вероятность того, что последние три цифры – это цифры 1, 2 и 3 в произвольном порядке.

Ответ: _____.

5. Баскетболист на тренировке бросает мяч в корзину с дистанции 6 метров. При каждом броске он попадает в корзину с вероятностью 0,7. Найдите математическое ожидание числа попаданий при 40 бросках.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $3^x + \sqrt{3^{x+2} \cdot 7^x} = 3 \cdot 7^x + \sqrt{21^x}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\log_{27}(5\sqrt{2} - 7) + \log_9(3 + 2\sqrt{2})$.

Ответ: _____.

8. Две материальные точки движутся прямолинейно по законам $S_1 = 2,5t^2 - 6t + 1$ и $S_2 = 0,5t^2 + 2t - 3$. В какой момент времени скорость первой точки будет в три раза больше скорости второй?

Ответ: _____.

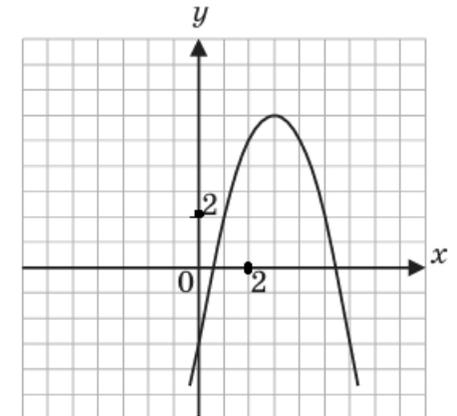
9. Мяч бросили под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком значении угла α (в градусах) время полета составит 1,4 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 14 \text{ м/с}$? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

10. Два бегуна одновременно побежали по круговому маршруту из одной и той же точки в противоположных направлениях. Первый бегун пробежал к месту их встречи на 500 м больше, чем второй. Продолжая бежать в том же направлении, первый прибежал к месту старта через 9 минут после встречи со вторым бегуном, а второй – через 16 минут после встречи. Какова длина кругового маршрута в метрах, если скорости обоих бегунов постоянны?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c – целые. Найдите значение $f(-4)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = -\ln\left(\frac{x}{4}\right) + \frac{x}{4} + 8$ на отрезке $[2; 5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2(3\pi + x)} - \frac{\sqrt{2}}{\cos x} + \frac{1}{14 \cos x} - \frac{1}{7\sqrt{2}} = 0$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[6\pi; 8\pi]$.

14. В пирамиде ABCD ребра DA, DB и DC попарно перпендикулярны, а что $AB = BC = AC = 1$. На ребрах DA и DC отмечены точки M и N соответственно, причем $DM : MA = DN : NC = 2 : 5$.

А) Докажите, что пирамида ABCD правильная.

Б) Найдите расстояние от точки D до плоскости MNB.

15. Решите неравенство: $\frac{4 \log_2(x + 0,5)}{5^{1-\sqrt{x}} - 1} \leq 5^{\sqrt{x}} \cdot \log_2(x + 0,5)$

16. Боря положил некоторую сумму в банк на 4 года под 10% годовых. Одновременно с ним Коля такую же сумму положил на 2 года в другой банк под 15 % годовых. Через два года Коля решил продлить срок вклада еще на два года. Однако к тому времени процентная ставка по вкладам в этом банке изменилась и составила уже $x\%$ годовых. В итоге через 4 года на счету у Коли оказалось большая сумма, чем у Бори, причем эта разность составила менее 10% от суммы, вложенной каждым юношей первоначально. Найдите наибольшее возможное целое значение процентной ставки x .

17. В равнобедренной трапеции ABCD $BC \parallel AD$, угол BCD – тупой. Через точку B проведена прямая, параллельная прямой CD и пересекающая прямую AD в точке E. На продолжении BE за точку E отмечена точка F такая, что $DE = DF$.

А) Докажите, что точки A, F, C и D лежат на одной окружности.

Б) Найдите расстояние от точки C до прямой AF, если $BD = 10$ и $\cos \angle ADC = 0,6$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (2y^2 - yx - 18y + 6x + 36)\sqrt{8-x} = 0, \\ \frac{2y - ax + 8a - 1}{y-1} = 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. На доске написаны три различных однозначных натуральных числа. К каждому из них приписали слева одну и ту же цифру, и сумма этих чисел увеличилась в n раз.

А) Может ли n быть равно 15?

Б) Может ли n быть равно 50?

В) Найдите наибольшее возможное натуральное значение n .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.