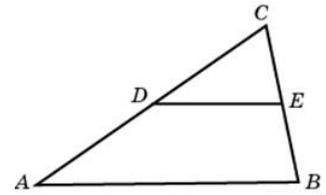


Вариант №5

Часть 1

- 1 Площадь треугольника ABC равна 24, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.

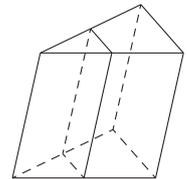


Ответ: _____.

- 2 Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны 3 и 5, а угол между ними равен 60° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

- 4 На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

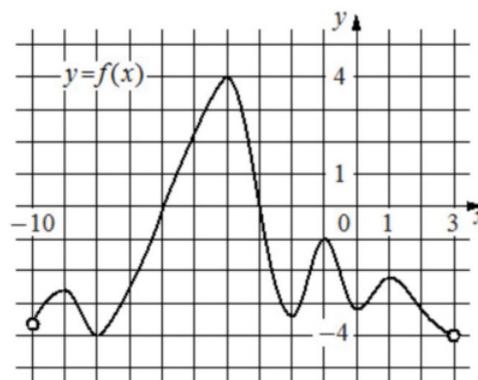
- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt{9x - 47} = 4$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(\sqrt{96} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество корней уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащих отрезку $[-7; 2]$.



Ответ: _____.

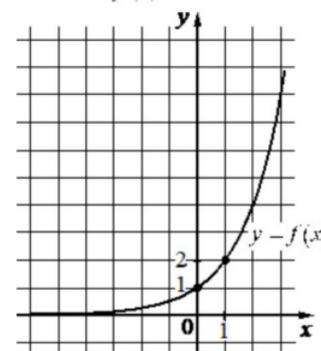
- 9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 9t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?

Ответ: _____.

- 10 Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км – со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = 0,5x^2 - 21x + 110 \cdot \ln x + 43$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре AD отмечена точка T так, что $AT : TD = 2 : 1$. Через точку T параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

- а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
б) Найдите площадь сечения.

15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 4}{2^x - 5} + \frac{3 \cdot 2^{x+1} - 46}{2^x - 8} \leq 2^x + 5.$$

16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

17 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC – диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .
б) Найдите длину отрезка NO , если известно, что $AC = 10$ и $AB = 24$.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 - \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 + \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; \pi]$.

19 По кругу расставлено N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 365. Сумма любых четырёх идущих подряд чисел делится на 4, а сумма любых трёх идущих подряд чисел нечётна.

- а) Может ли N быть равным 200?
б) Может ли N быть равным 109?
в) Найдите наибольшее значение N .