



@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 512

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

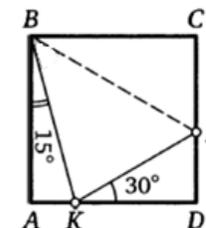
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. На сторонах квадрата ABCD взяли точки K и E так, что угол ABK равен 15° , а угол EKD равен 30° . Найдите угол KBE.

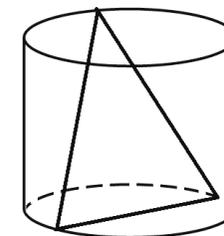


Ответ: _____.

2. Найдите расстояние между серединами отрезков, если известны координаты концов отрезков: отрезка AB: A(5;4) и B(1;2) и отрезка CD: C(12;7) и D(18;9).

Ответ: _____.

3. Радиус основания цилиндра равен 1, а высота равна $\sqrt{2}$. Две вершины правильного треугольника расположены на границе одного основания цилиндра, а одна вершина — на границе другого основания. Найдите сторону правильного треугольника. Если значений несколько, в ответе укажите квадрат меньшего из них.



Ответ: _____.

4. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна восьми, если известно, что разность выпавших очков равна четырём.

Ответ: _____.

5. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей высшего качества, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась высшего качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

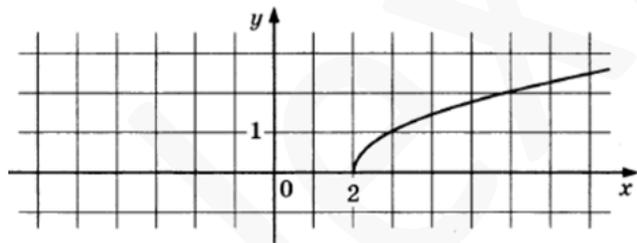
6. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$. Если корней несколько, в ответе укажите их сумму.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sin^4 \alpha}{3 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.



Ответ: _____.

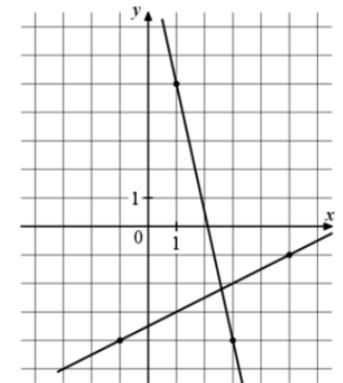
9. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 15$ °/мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 3$ °/мин² — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 3000°. Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

10. В резервуар, содержащий 100 кг водного раствора соли, в котором соль составляет 15%, по одной трубе со скоростью 20 кг/мин поступает раствор, содержащий 5% соли, а по другой трубе со скоростью 10 кг/мин поступает раствор, содержащий 15% соли. Через сколько минут в резервуаре окажется раствор, содержащий 10% соли?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (x - 3) \cdot e^{|x+1|}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sqrt{tgx + \sin x} + \sqrt{tgx - \sin x} = 2\sqrt{tgx} \cdot \cos x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

14. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки P, K, L – середины ребер $AA_1, A_1 D_1, B_1 C_1$ соответственно, точка Q – центр грани $CC_1 D_1 D$. Отрезок MN с концами на прямых AD и KL соответственно пересекает прямую PQ и перпендикулярен ей.

А) Докажите, что $AM : MD = 5 : 1$.

Б) Найдите длину отрезка MN , если сторона куба равна 3.

15. Решите неравенство: $\frac{\log_{4\sqrt{x}} 2}{\log_{2x} 2} + \log_{2x} 2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} 2x \geq 0$

16. Буратино и папа Карло планировали положить свои капиталы на общий счет в банк «Навроде» под 500% годовых, рассчитывая через год забрать вклад величиной S . Крах банка изменил их планы. Буратино подарил часть своих золотых папе Карло, а остальные положил в банк «Обирион», даже не поинтересовавшись процентной ставкой. Папа Карло присоединил полученные золотые к своему капиталу и сделал вклад в банк «Вампириал» под 50% годовых. Ровно через год они забрали свои вклады. Оказалось, что папа Карло получил $\frac{S}{6}$, а Буратино в три раза меньше. Какой процент годовых дает банк «Обирион»?



17. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с меньшей боковой стороной $AB = 4$ и $\angle ADC = \arctg 2$ из вершины D на диагональ AC опущен перпендикуляр DH . При этом треугольники ABC и DHA равны. Точки O_1 и O_2 – центры окружностей, вписанных в треугольники ABC и DHA .

А) Докажите, что прямая $O_1 O_2$ параллельна CD

Б) Найдите площадь четырёхугольника $O_1 C O_2 D$

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin|\arctg x| + a \cdot \cos\left(\frac{\arctg x}{2}\right) = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. А) Существует ли возрастающая геометрическая прогрессия, состоящая из трех трехзначных натуральных чисел a, b, c , где $a < b < c$, у которых множества цифр одинаковые?

Б) Три натуральных числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию. Число a двузначное, число b получается, если цифры числа a поменять местами, число c получается, если между цифрами числа a вставить ещё одну цифру. Найдите числа a, b, c и разность прогрессии d .

В) На счетчике расхода воды 1 января стояло трехзначное число. 1 февраля цифры поменялись местами – первая стала третьей, вторая первой, а третья второй. 1 марта цифры опять поменялись местами таким же образом – первая стала третьей, вторая первой, а третья второй. При этом расход воды в январе и феврале был одинаковым. Найдите ежемесячный расход воды и показания счетчика с 1 января по 1 марта.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.