

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8 -0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

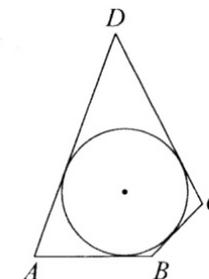
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 12$, $CD = 18$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.

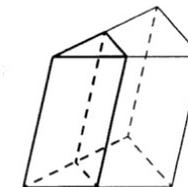


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(11; 0)$ и $\vec{b}(1; -5)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 3\vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 100, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 15 сумок из 150 имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытого дефекта.

Ответ: _____.

- 5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в три первые мишени и не попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

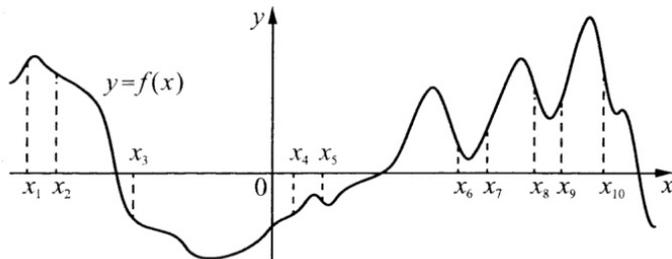
- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+32} = 8$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{3^{7,5} \cdot 4^{6,5}}{12^{5,5}}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

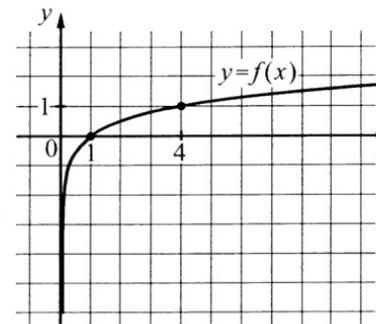
- 9 При сближении источника звукового сигнала и его приёмника, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого в приёмнике, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 140$ Гц — частота исходного сигнала, c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 14$ м/с и $v = 10$ м/с — скорости источника и приёмника относительно среды. При какой скорости распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 150 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

- 10 Первые три часа автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующий час — со скоростью 65 км/ч, а затем один час — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(64)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = (5x-1) \cdot \cos x - 5 \sin x + 7$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$6 \log_8^2 x - 5 \log_8 x + 1 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 2,5]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка O — центр грани $A_1 B_1 C_1 D_1$. Известно, что сечения параллелепипеда плоскостями ABO и BCO являются прямоугольниками, причём стороны AB и BC соответственно этих прямоугольников являются меньшими сторонами и короче соответствующих больших сторон вдвое.

- а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.
б) Найдите угол между прямой CA_1 и плоскостью BCO .

- 15 Решите неравенство $\frac{2^x}{2^x-8} + \frac{2^x+8}{2^x-4} + \frac{66}{4^x-12 \cdot 2^x+32} \leq 0$.

- 16 Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 15\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 15\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $(3000Q + 1\,000\,000)$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей ($0 < t < 10\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $(PQ - 3000Q - 1\,000\,000 - tQ)$ рублей, а общая сумма налогов равна tQ рублей.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов будет максимальной?

- 17 Точки K и L — середины сторон BC и CD соответственно ромба $ABCD$. Прямые AK и AL пересекают диагональ BD в точках P и Q соответственно.

- а) Докажите, что площадь треугольника APQ равна сумме площадей треугольников BKP и DLQ .
б) Известно, что в пятиугольник $CKPQL$ можно вписать окружность. Найдите её радиус, если сторона ромба $ABCD$ равна $6\sqrt{5}$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 4x - 7y + 12)\sqrt{x+5}}{\sqrt{5-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 19 На доске написано 30 чисел: десять чисел 5, десять чисел 4 и десять чисел 3. Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.)

- а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.
б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.
в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.