

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8-0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

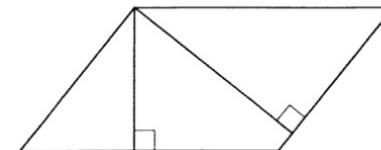
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

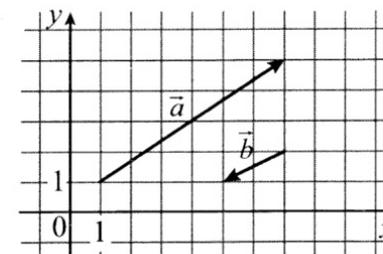
Ответом к заданиям 1–12 является целое или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Стороны параллелограмма равны 26 и 28. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 14. Найдите длину высоты, опущенной на большую сторону параллелограмма.



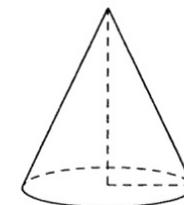
Ответ: _____.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 12 раз, а высота останется прежней?



Ответ: _____.

- 4 В сборнике билетов по биологии 45 билетов, в девяти из них встречается вопрос по теме «Зоология». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Зоология».

Ответ: _____.

- 5 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не попадёт в неё. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,4 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он попал в цель с вероятностью не меньше 0,6?

Ответ: _____.

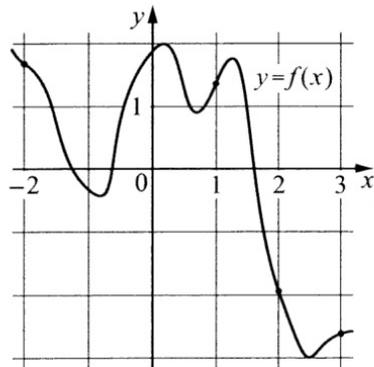
- 6 Найдите корень уравнения $(x-3)^3 = 125$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $24\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{11\pi}{6}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, 1, 2, 3$. В какой из этих точек значение производной функции $f(x)$ наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

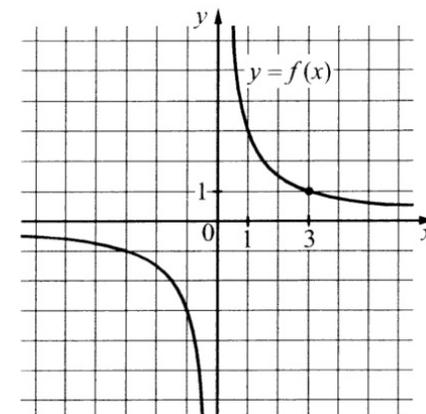
- 9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время (в минутах), прошедшее от начального момента, T — период полураспада (в минутах). В начальный момент времени масса изотопа равна 100 мг. Период его полураспада составляет 2 минуты. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

Ответ: _____.

- 10 Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 15 вопросов теста, а Ваня — на 24. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 105 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = 0,5x^2 - 21x + 110 \cdot \ln x + 43$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\sin^2 x + 8\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 5$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 3 : 2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите длину меньшего из отрезков, на которые плоскость α делит диагональ $B_1 D$.

15 Решите неравенство $\frac{2\log_8(x^2 - 3x)}{\log_8 x^2} \leq 1$.

16 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10 % по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 5 млн рублей.

17 На стороне AB и диагонали AC квадрата $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, $AM : MB = 1 : 10$, $AN : NC = 6 : 5$.

а) Докажите, что точки A , M , N и D лежат на одной окружности.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырёхугольника $AMND$ до прямой MN , если сторона квадрата равна 132.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(a-x-4)(x^2+a^2-10)}{\sqrt{-6x-x^2}} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19 Для любых трёх натуральных чисел a , b и c (необязательно различных) вычисляют четвёртое число d по формуле $d = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac$.

а) Существуют ли a , b и c , для которых d равно 19?

б) Существуют ли a , b и c , для которых d равно 58?

в) Какое наибольшее значение может принимать d , если a , b , c — двузначные числа и d делится на 4?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.