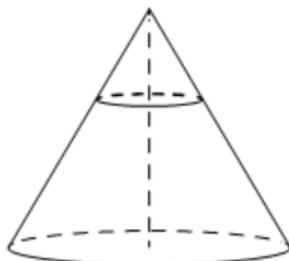






- 3** Площадь основания конуса равна 48. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 4 и 12, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Италии и 6 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвёртым будет выступать прыгун из Италии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\lg(x + 11) = 1.$$

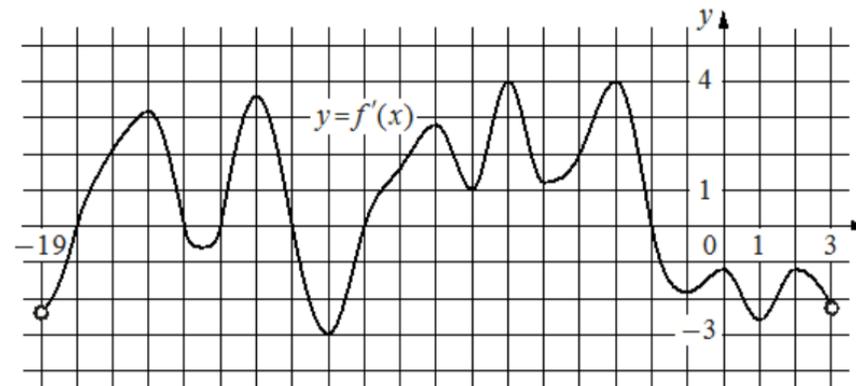
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения

$$3\sqrt{2}\cos^2\frac{9\pi}{8} - 3\sqrt{2}\sin^2\frac{9\pi}{8}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-19; 3)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-17; -4]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

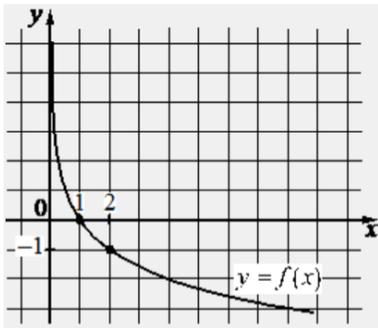
- 9** Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полёта будет не меньше 2,1 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 21$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(8)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку минимума функции  $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение

$$\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right).$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -4\pi; -\frac{5\pi}{2} \right]$ .

- 14** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  все рёбра равны 4. Точка  $M$  – середина ребра  $AA_1$ .

- а) Докажите, что прямые  $MB$  и  $B_1 C$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $MB$  и  $B_1 C$ .

- 15** Решите неравенство

$$\frac{3 \lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

- 16** 15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 0,59 млн рублей?



**17** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  лежит на катете  $AC$ , а точка  $N$  лежит на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$ , причём  $CM = BC$  и  $CN = AC$ . Отрезки  $CP$  и  $CQ$  – биссектрисы треугольников  $ACB$  и  $NCM$  соответственно.

- а) Докажите, что  $CP$  и  $CQ$  перпендикулярны.  
 б) Найдите  $PQ$ , если  $BC = 3$ , а  $AC = 5$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - a}$$

имеет единственный корень.

**19** Из набора цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел четырёхзначное, другое – трёхзначное и оба кратны 45.

- а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 2205?  
 б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 3435?  
 в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

### СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике профиль <a href="#">Результаты моих учеников</a> Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>ВК:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a>



### Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	70	
2	12	
3	3	
4	0,16	
5	0,6	
6	-1	
7	3	
8	4	
9	30	
10	30	
11	-3	
12	7	
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-4\pi; -\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}$	
14	$\frac{2\sqrt{30}}{5}$	
15	$(0; 0,01) \cup \{1\} \cup (100; +\infty)$	
16	0,5 млн	
17	$\frac{15}{4}$	
18	$(-1; 0) \cup (0; 1]$	
19	а) да б) нет в) 10035	

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





**13** а) Решите уравнение  $\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

а)  $\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \left( \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right)$   
 $\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \left( \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$   
 $\cos^2 x + \sin x = \sin x + \cos x$   
 $\cos^2 x - \cos x = 0$   
 $\cos x \cdot (\cos x - 1) = 0$   
 $\cos x = 0 \quad \cos x = 1$   
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Ответим корни с помощью окружности

**ИСТОЧНИКИ**  
 ЕГЭ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)  
 Основная волна 2018  
 Основная волна (Резерв) 2018  
 Янвико 2019 (36 вар)  
 — ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ  
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$   
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$   
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$   
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-4\pi; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**14** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 4. Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .

а) Докажите, что прямые  $MB$  и  $B_1C$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $MB$  и  $B_1C$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
 Досрочная волна (Резерв) 2018  
 Годовая #1.1.2019

а) Показываем  $A_1E$   
 Такую, что  $A_1E = 2 \cdot A_1M$   
 Тогда  $B_1E \parallel BM$   
 Тогда  $\angle EB_1C$  — искомого.

б)  $\triangle EB_1C$ :  
 $EB_1 = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$   
 $B_1C = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$   
 $CE = \sqrt{AC^2 + AE^2} = \sqrt{52}$   
 Заметим, что в  $\triangle B_1CE$   
 выш. т. Пиф.  $52 = 20 + 32$   
 значит  $\angle EB_1C = 90^\circ$   
 но т.  $B_1$  — т. Пиф. ■

Значит  $B_1C \perp (BMC)$   
 $B_1C \perp BM$  (с.л. л. о.)  
 значит  $B_1C \perp (BMC)$   
 Пусть  $O$  — середина  $B_1C$   
 $OM$  — медиана, перпендикуляр к  $B_1C$   
 но т.  $B_1C$  — искомого расстояние  
 $\cos B = \frac{20 + 32 - 52}{2 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{32}} = \frac{10}{2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{2}} = \frac{10}{16\sqrt{10}} = \frac{5}{8\sqrt{10}}$   
 $\sin B = \frac{16}{16\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$   
 $OM = \frac{2 \cdot 2\sqrt{5}}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{10} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$   
 Ответ:  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3



15 Решите неравенство

$$\frac{3\lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

Пусть  $\lg x = t$

$$\frac{3t^2 - 8}{t^2 - 4} - \frac{2}{1} \geq 0$$

$$\frac{3t^2 - 8 - 2t^2 + 8}{t^2 - 4} \geq 0$$

$$\frac{t^2}{(t-2)(t+2)} \geq 0$$

$$\begin{cases} t < -2 \\ t = 0 \\ t > 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lg x < -2 \\ \lg x < \lg \frac{1}{100} \\ 0 < x < \frac{1}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg x = 0 \\ \lg x = \lg 1 \\ x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg x > 2 \\ \lg x > \lg 100 \\ x > 100 \end{aligned}$$

Ответ:  $(0; \frac{1}{100}) \cup \{1\} \cup (100; +\infty)$ .

**ИСТОЧНИКИ**

- 1 Основная волна 2017
- 2 Досрочная волна (Резерв) 2015
- 3 ОЭ
- 1  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- 2  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4  $a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 5  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 6  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

16

15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 0,59 млн рублей?

Пусть S - сумма долга  
7 тысяч - день выплаты

Волонтер об. д. д. р. н.  
Чар.  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Дата 15 янв  
Сумма долга S

$$\begin{aligned} 1 \text{ мес } 15 \text{ янв } & \left. \begin{array}{l} 1 \\ 7 \text{ янв} \\ 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1,03 \cdot S \\ S - \frac{S}{11} = \frac{10}{11} S \\ 1,09 \cdot \frac{10}{11} S = \frac{103}{11} S \\ \Rightarrow \text{в. } \frac{103}{11} S \end{array} \\ 2 \text{ мес } & \left. \begin{array}{l} 1 \\ 7 \\ 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{0}{11} S \\ \frac{927}{11} S \\ \frac{8}{11} S \end{array} \Rightarrow \text{в. } \frac{127}{11} S \\ \dots \\ 10 \text{ мес } & \left. \begin{array}{l} 15 \\ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{11} S \\ \frac{103}{11} S \end{array} \\ 11 \text{ мес } & \left. \begin{array}{l} 1 \\ 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ \frac{103}{11} S \end{array} \Rightarrow \text{в. } \frac{103}{11} S \end{aligned}$$

О. С. В. = 0,59 млн

$$\frac{\frac{1,335}{11} + \frac{1,035}{11}}{2} \cdot 11 = 0,59$$

$$\frac{2,365}{2} \cdot 11 = 0,59$$

$$\begin{aligned} 1,18 \cdot S &= 0,59 \\ S &= 0,5 \text{ млн.} \end{aligned}$$

Ответ: 0,5 млн.

**ИСТОЧНИКИ**

- ГРП (старый банк)
- ГРП (новый банк)
- Основная волна (Резерв) 2024
- Основная волна 2019
- СтигГ град 25.09.2019
- СтигГ град 21.09.2017
- Ященко 2022 (36 вар)
- Ященко 2021 (36 вар)
- Ященко 2020 (36 вар)

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2







19 Из набора цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел четырёхзначное, другое – трёхзначное и оба кратны 45.

**ИСТОЧНИКИ**

ЕГЭ (новый банк)  
Досрочная волна 2024

- а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 2205?
- б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 3435?
- в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

0 1 2 3 5 7 9

Каждое число было кратное 45, оно делится на 5 и на 9 и сумма цифр д.б. кратна

а)  $\begin{matrix} 270 \\ 720 \end{matrix}$   $\begin{matrix} 1395 \\ 1935 \end{matrix}$

Ответ: 270 и 1935.

1 способ  
 $\begin{matrix} 270 \\ 720 \end{matrix}$   $\begin{matrix} 1395 \\ 1935 \end{matrix}$   
 Любая из 12 рассмотренных сумм не равна 3435  
 $\begin{matrix} 315 \\ 135 \end{matrix}$   $\begin{matrix} 2720 \\ 2970 \\ 7290 \\ 7920 \\ 9720 \end{matrix}$   
 Любая из 12 рассмотренных сумм не равна 3435  
 значит это невозможно  
 Ответ: б) нет

2 способ  
 \* Сумма двух чисел, кратных 45 также д.б. кратна 45  
 NO 3435 не кратна 45.  
 Ответ: б) нет.

19 Из набора цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел четырёхзначное, другое – трёхзначное и оба кратны 45.

- а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 2205?
- б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 3435?
- в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

б)  $\begin{matrix} 270 \\ 720 \end{matrix}$

в) Если трёхзначное оканч. на 0, а четвр. на 5, то наибольшее значение это 720 и 9315 (см. п.б)

Если тр. оканч. на 5, а четр. на 0, то наиб. знач. это 315 и 9720

В обоих случаях сумма 10035  
 Большая сумма невозможна, т.к. на 5 или на 0 оканч.  
 в) 10035.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

