ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ФИЗИКА. 2025–2026 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Задание 1. Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

На сортировочной горке вагон начинает движение из состояния покоя: сначала разгоняется на наклонном участке в течение 6 секунд, затем 9 секунд едет по горизонтальному участку с постоянной скоростью, после чего тормозит и останавливается. Известно, что модуль ускорения при торможении в 2 раза больше, чем на наклонном участке. Суммарный путь вагона от начала движения до полной остановки составляет 113 метров.

1. Сколько секунд длилось торможение вагона? Ответ выразите в с, округлив до сотых долей. (3 балла)

2. Определите ускорение вагона на наклонном участке. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

3. Чему равна скорость вагона на горизонтальном участке? Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (4 балла)

Задание 1. Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Локомотив начинает движение из состояния покоя: в течение первых 5 секунд он разгоняется с постоянным ускорением 1,6 м/с^2. Затем локомотив тормозит 3 секунды и после этого движется с постоянной скоростью ещё 12 секунд. Общая длина пути от начала движения до конца равномерного участка составляет 112 м.

1. Определите скорость локомотива в момент начала равномерного движения. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (4 балла)

2. Чему равен модуль ускорения на участке торможения? Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

3. Какой путь прошёл локомотив за первые 8 секунд с момента начала движения? Ответ выразите в м, округлив до десятых долей. (3 балла)

Задание 1. Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Поезд, двигавшийся со скоростью 9,6 м/с, начинает торможение с постоянным ускорением и останавливается через 4 секунды. Сразу после остановки он начинает двигаться в обратном направлении, разгоняясь с постоянным ускорением в течение 6 секунд, после чего движется 10 секунд с постоянной скоростью. Путь, пройденный после остановки, составил 120 м.

1. Определите общий путь, пройденный поездом с момента начала торможения до конца равномерного движения. Ответ выразите в м, округлив до целого числа. (3 балла)

2. Определите скорость поезда на участке равномерного движения. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (4 балла)

3. Чему равно ускорение поезда при разгоне? Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

Задание 1. Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Автомобиль едет по прямой дороге. Сначала он 10 секунд движется равномерно со скоростью 12,0 м/с, затем в течение 5 секунд разгоняется с постоянным ускорением 2,0 м/с^2, после чего 4 секунды тормозит с постоянным ускорением и останавливается.

1. Определите скорость автомобиля перед началом торможения. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (3 балла)

2. Найдите модуль ускорения автомобиля на участке торможения. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

3. Какой путь прошёл автомобиль за всё время движения? Ответ выразите в м, округлив до целого числа. (4 балла)

Задание 1. Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Подводный аппарат начинает погружение с поверхности моря. В течение первых 6 секунд он разгоняется с постоянным ускорением, затем 14 секунд движется с постоянной скоростью 6,0 м/с, после чего тормозит 5 секунд до полной остановки.

1. Найдите ускорение аппарата на участке разгона. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

2. Какой путь прошёл аппарат за всё время движения? Ответ выразите в м, округлив до целого числа. (3 балла)

3. Через какой промежуток времени от начала движения аппарат достиг глубины 100 м? Ответ выразите в с, округлив до десятых долей. (4 балла)

Задание 2. После перерезания (12 баллов)

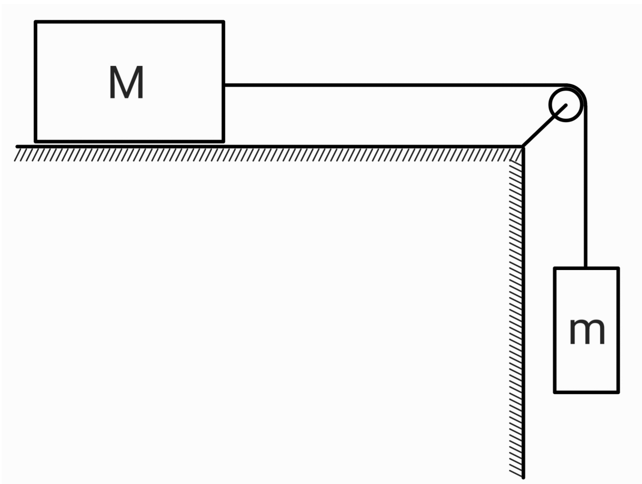
На шероховатом горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 4$ кг, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с подвешенным грузом массой $m = 1$ кг. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. После того как груз опускается на расстояние $s = 0{,}5$ м, нить мгновенно перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}2$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей. (3 балла)

5. Определите силу натяжения нити до того, как её разрезали. Ответ выразите в Н, округлив до десятых долей. (3 балла)

6. На какое расстояние переместится брусок после перерезания нити, прежде чем остановится? Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Чему равен модуль работы силы трения за все время движения бруска? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей. (3 балла)



Задание 2. После перерезания (12 баллов)

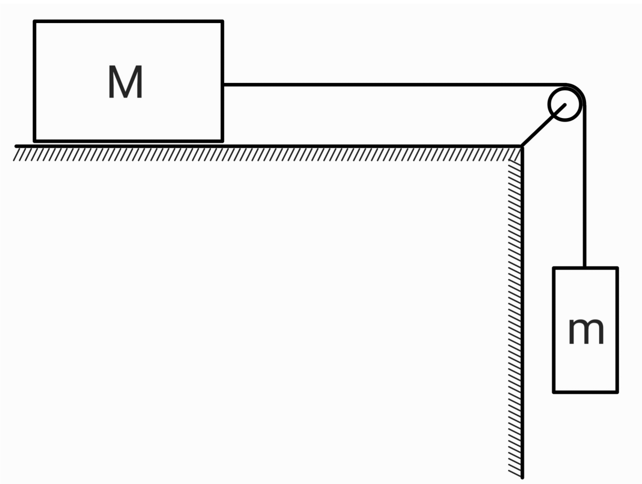
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 5$ кг, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 1{,}5$ кг. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}6$ м, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}25$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей. (3 балла)

5. Определите время от начала движения до момента перерезания нити. Ответ выразите в с, округлив до сотых долей. (3 балла)

6. Вычислите среднюю мощность силы натяжения, действующей на брусок, до перерезания нити. Ответ выразите в Вт, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Найдите полный путь, пройденный бруском от начала движения до полной остановки. Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей. (3 балла)



Задание 2. После перерезания (12 баллов)

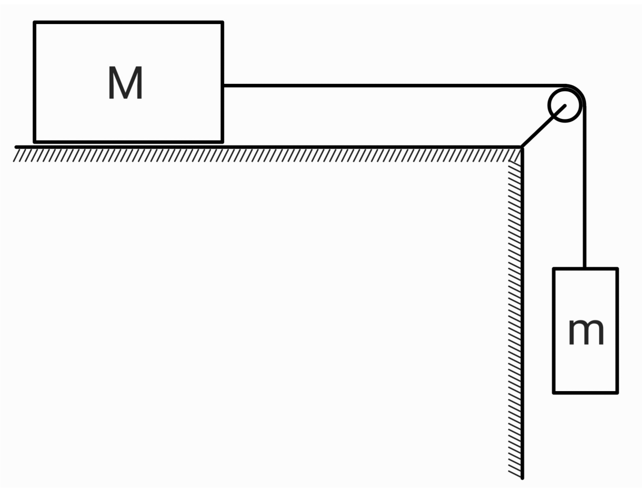
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 4\,\text{кг}$, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 2\,\text{кг}$. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}5\,\text{м}$, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}20$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10\,\text{м/с}^2$.

4. Найдите ускорение системы до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

5. Определите кинетическую энергию всей системы непосредственно перед перерезанием нити. Ответ выразите в Дж, округлив до десятых долей. (3 балла)

6. Найдите путь, который пройдёт брусок после перерезания до полной остановки. Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Чему равен модуль средней мощности силы трения, действующей на брусок, за все время его движения? Ответ выразите в Вт, округлив до сотых долей. (3 балла)



Задание 2. После перерезания (12 баллов)

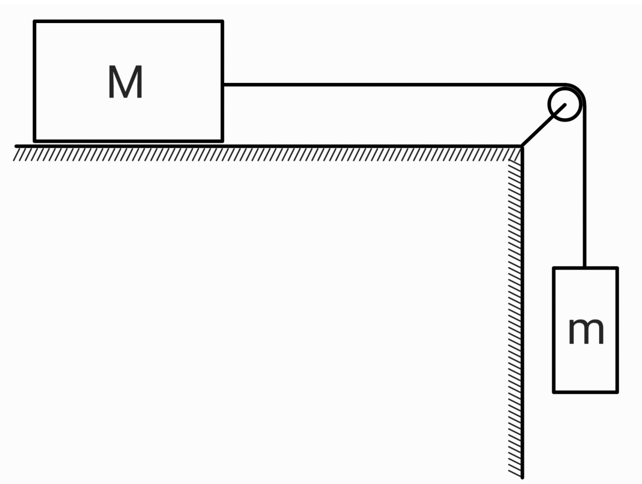
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 3$ кг, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 1{,}2$ кг. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}4$ м, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}15$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

5. Определите импульс силы натяжения нити, действующей на брусок, за время, пока груз проходит расстояние $\frac{s}{2}$ с начала движения. Ответ выразите в Н·с, округлив до десятых долей. (3 балла)

6. Найдите время от перерезания нити до полной остановки бруска. Ответ выразите в с, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Найдите отношение кинетической энергии системы в момент перерезания нити к модулю работы силы трения на этапе торможения бруска. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)



Задание 2. После перерезания (12 баллов)

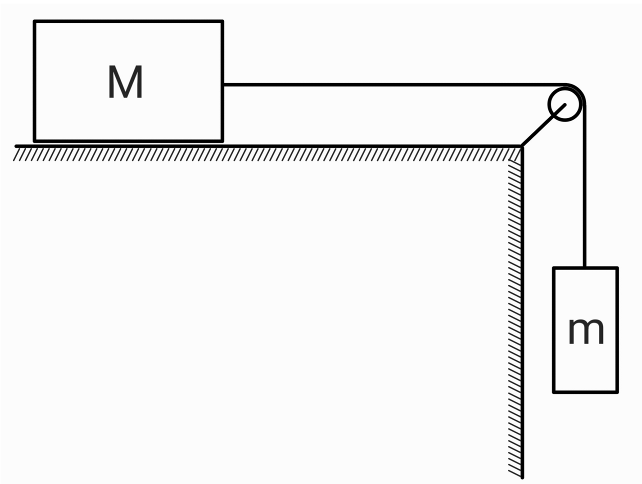
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 5$ кг, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 1{,}2$ кг. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}45$ м, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}20$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей. (3 балла)

5. Определите среднюю скорость бруска за всё время его движения. Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м/с, округлив до сотых долей. (3 балла)

6. Чему равен модуль средней мощности силы трения, действующей на брусок, за все время его движения? Ответ выразите в Вт, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Определите модуль импульса силы натяжения нити за время до перерезания нити. Ответ выразите в Н·с, округлив до целого числа. (3 балла)



Задание 3. Проволочный куб (8 баллов)

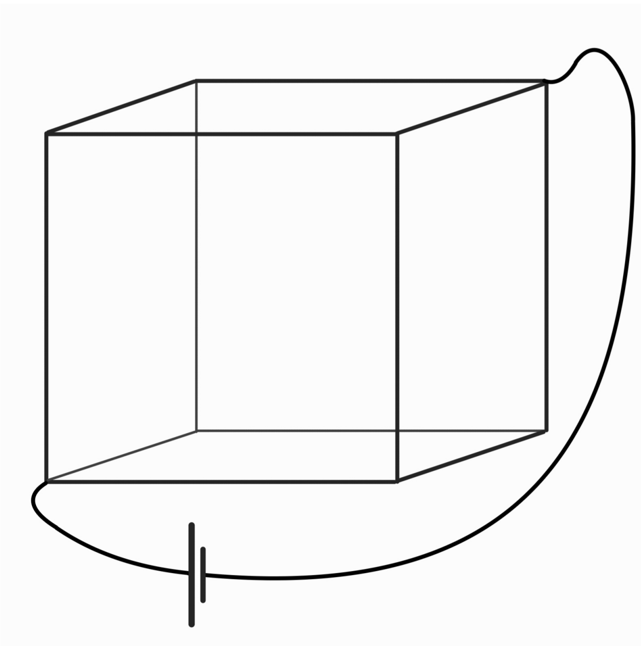
Проволочный каркас куба образован двенадцатью одинаковыми отрезками провода сопротивлением $R = 6\,\text{Ом}$ каждый. К двум вершинам каркаса подключён идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 12\,\text{В}$ (см. рисунок).

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до десятых долей. (3 балла)

9. Определите ток через источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Найдите количество теплоты, которое выделится за время $\tau = 60\,\text{с}$ в одном из трёх рёбер, исходящих из вершины, подключённой к положительному полюсу источника. Ответ выразите в Дж, округлив до целого числа. (2 балла)

11. За какое время во всём каркасе выделится теплота $Q = 2{,}3 \cdot 10^2\,\text{Дж}$? Ответ выразите в с, округлив до десятых долей. (1 балл)



Задание 3. Проволочный куб (8 баллов)

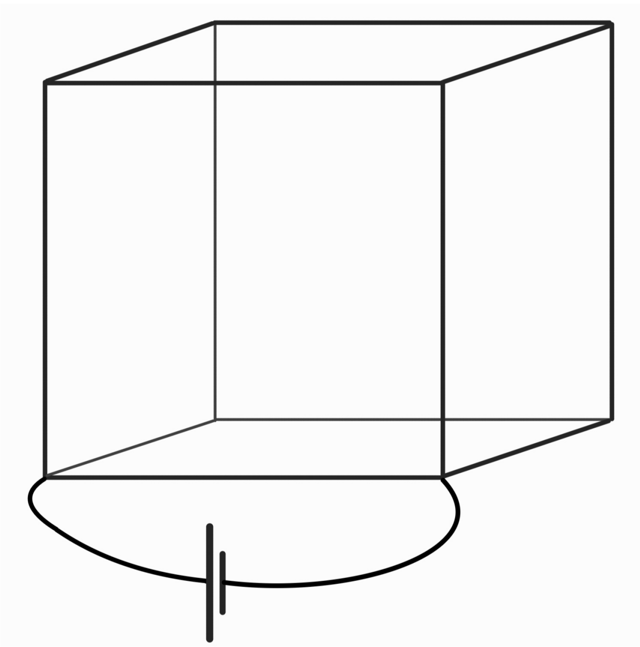
Проволочный каркас куба составлен из 12 одинаковых отрезков провода сопротивлением $R = 5\,\text{Ом}$ каждый. К двум соседним вершинам каркаса подключён идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 18\,\text{В}$.

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до сотых долей. (3 балла)

9. Определите силу тока через источник. Ответ выразите в А, округлив до сотых долей. (2 балла)

10. Какое количество теплоты выделится во всех проводниках за время $\tau = 40\,\text{с}$? Ответ выразите в кДж, округлив до десятых долей. (2 балла)

11. Найдите электрический заряд, который пройдёт через источник за то же время τ. Ответ выразите в Кл, округлив до целого числа. (1 балл)



Задание 3. Проволочный куб (8 баллов)

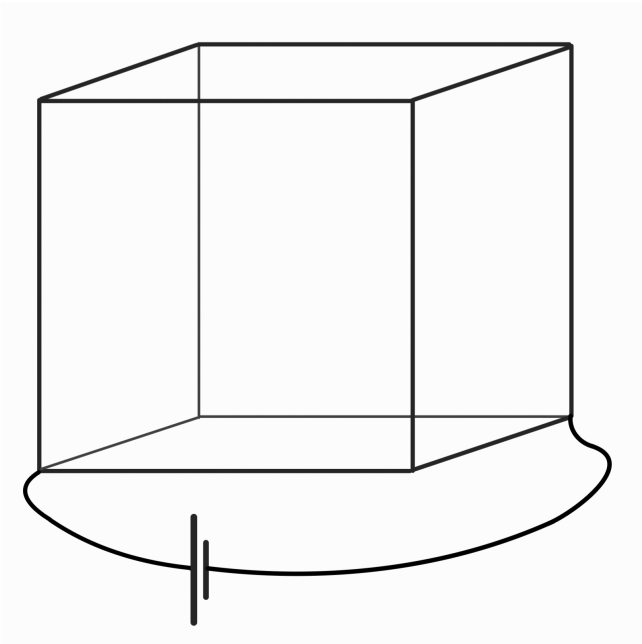
Проволочный каркас куба составлен из двенадцати одинаковых отрезков провода сопротивлением $R = 5$ Ом каждый. Идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 15$ В подключён к двум вершинам, находящимся на диагонали одной грани куба.

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до сотых долей. (3 балла)

9. Определите ток через источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Найдите мощность, выделяемую во всем каркасе. Ответ выразите в Вт, округлив до целого числа. (2 балла)

11. За какое время через источник пройдёт заряд $q = 1{,}0 \cdot 10^3$ Кл? Ответ выразите в с, округлив до целого числа. (1 балл)



Задание 3. Проволочный куб (8 баллов)

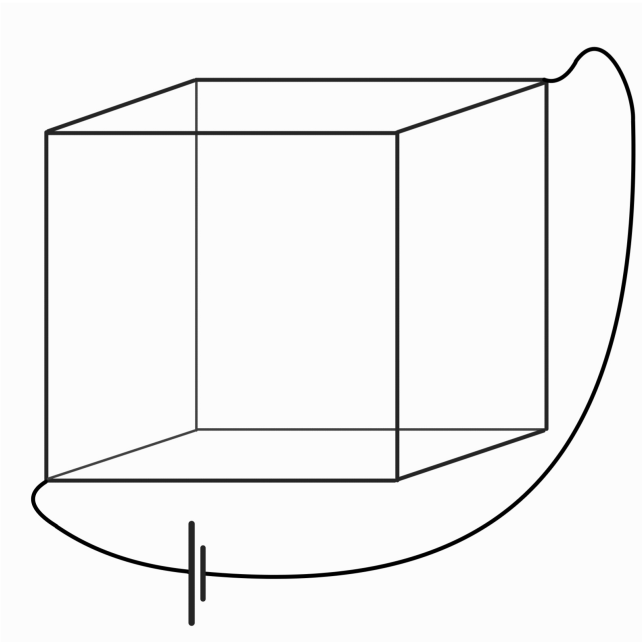
Проволочный каркас куба образован двенадцатью одинаковыми отрезками провода сопротивлением $R = 4\,\text{Ом}$ каждый. К двум противоположным вершинам подключён идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 16\,\text{В}$.

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до сотых долей. (3 балла)

9. Определите ток через источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Какое количество теплоты выделится в одном из трёх рёбер, исходящих из вершины, подключённой к положительному полюсу источника, за время $\tau = 60\,\text{с}$? Ответ выразите в Дж, округлив до целого числа. (2 балла)

11. За какое время в проводниках каркаса суммарно выделится количество теплоты $Q = 2{,}7 \cdot 10^3$ Дж? Ответ выразите в с, округлив до целого числа. (1 балл)



Задание 3. Проволочный куб (8 баллов)

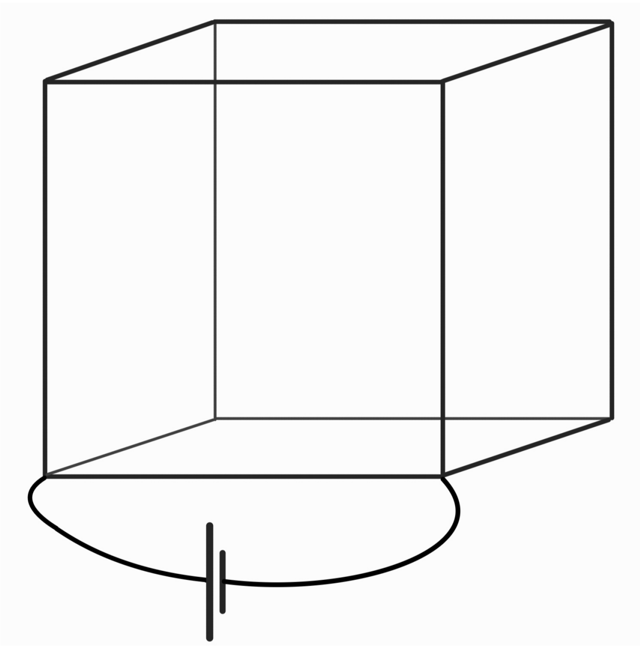
Проволочный каркас куба составлен из 12 одинаковых отрезков провода сопротивлением $R = 8\,\text{Ом}$ каждый. К двум соседним вершинам каркаса подключен идеальный источник тока величиной $I_0 = 3{,}0\,\text{А}$ (Ток источника не зависит от нагрузки.)

8. Найдите эквивалентное сопротивление куба между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до десятых долей. (3 балла)

9. Определите напряжение между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в В, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Найдите ток, текущий по ребру, к вершинам которого подключён источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

11. За какое время в этом ребре выделится количество теплоты $Q = 500\,\text{Дж}$? Ответ выразите в с, округлив до целого числа. (1 балл)



Задание 4. Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налито $m_1 = 0{,}50$ кг воды при температуре $T_1 = 20°\text{C}$. В воду полностью погрузили медный брусок массой $m_2 = 1{,}0$ кг, нагретый до температуры $T_2 = 700°\text{C}$. Вода быстро нагрелась до температуры кипения, после чего частично испарилась, а образовавшийся пар покинул сосуд. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Рассчитайте количество теплоты, переданное медным бруском воде. Ответ выразите в кДж, округлив до целого числа. (3 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной медным бруском, пошла на парообразование воды? Ответ выразите в процентах, округлив до десятых долей. (4 балла)

14. Найдите массу образовавшегося пара. Ответ выразите в граммах, округлив до десятых долей. (3 балла)

Задание 4. Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,50 кг воды при температуре 20°C. В воду полностью погрузили нагретый медный цилиндр массой 0,80 кг. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего частично испарилась, а образовавшийся пар покинул сосуд. В установившемся состоянии температура оставшейся воды равна 100°C, а её масса равна 0,48 кг. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Определите начальную температуру медного цилиндра T_2. Ответ выразите в °C, округлив до целых. (4 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной медью, пошла на парообразование? Ответ выразите в процентах, округлив до десятых. (3 балла)

14. После установления теплового равновесия в сосуд доливают 0,10 кг воды при температуре 20°C. Какова установившаяся температура смеси? Ответ выразите в °C, округлив до целых. (3 балла)

Задание 4. Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,60 кг воды при температуре 25°C. В сосуд полностью погрузили медный брусок массой 0,90 кг, нагретый до 800°C. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего часть её массы испарилась, а образовавшийся пар покинул сосуд. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C), алюминия — $c_{\mathrm{Al}} = 880$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Определите массу испарившейся воды. Ответ выразите в граммах, округлив до десятых. (4 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной медью, пошла на нагрев воды (без учёта испарения)? Ответ выразите в процентах, округлив до целых. (3 балла)

14. Тот же опыт проводят с алюминиевым бруском той же массы. Какова минимальная начальная температура алюминия, при которой вода лишь достигнет 100°C (без испарения)? Ответ выразите в °C, округлив до целых. (3 балла)

Задание 4. Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,40 кг воды при 15°C. В сосуд полностью погрузили медный брусок, нагретый до 300°C. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего испарилось 25 г воды, а образовавшийся пар покинул сосуд. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет$L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Найдите массу медного бруска. Ответ выразите в кг, округлив до тысячных. (4 балла)

13. Какое количество теплоты ушло на нагрев оставшейся воды? Ответ выразите в кДж, округлив до целых. (3 балла)

14. Если тот же брусок нагреть лишь до 250°C и снова провести опыт с теми же начальными данными, какая масса воды испарится? Ответ выразите в граммах, округлив до десятых. (3 балла)

Задание 4. Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,55 кг воды при 30°C. В сосуд полностью погрузили алюминиевый цилиндр массой 1,0 кг, начальная температура которого неизвестна. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего испарилось 3% исходной воды а образовавшийся пар покинул сосуд. В установившемся состоянии температура воды равна 100°C. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), алюминия — $c_2 = 880$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Найдите начальную температуру цилиндра T_2. Ответ выразите в °C, округлив до целого числа. (4 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной алюминием, пошла на нагрев воды? Ответ выразите в процентах, округлив до целого числа. (3 балла)

14. Какая масса воды испарится, если повторить опыт, увеличив начальную температуру цилиндра на 50°C? Ответ выразите в граммах, округлив до целого числа. (3 балла)

Задание 5. Два положения (10 баллов)

Предмет высотой $h_0 = 5{,}0$ см закреплён на расстоянии $L = 90$ см от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 15$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. Линзу перемещают вдоль её главной оптической оси. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B.

15. Чему равно расстояние между положениями A и B? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Определите поперечное увеличение Γ_A, когда линза находится в положении A. Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)

17. Найдите высоту изображения h_B, когда линза находится в положении B. Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (3 балла)

Задание 5. Два положения (10 баллов)

Предмет закреплён на расстоянии $L = 84$ см от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 15$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. Линзу перемещают вдоль её главной оптической оси. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B.

15. На каком наименьшем расстоянии x_A от предмета нужно установить линзу, чтобы на экране было чёткое изображение? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Найдите расстояние между положениями A и B. Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (3 балла)

17. Определите модуль поперечного увеличения $|\Gamma_B|$, когда линза находится в положении B. Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)

Задание 5. Два положения (10 баллов)

Предмет закреплён на расстоянии L от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном перемещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 12$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B. Расстояние между положениями A и B равно $\Delta = 45$ см.

15. Определите величину L. Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Найдите сумму расстояний x_A и x_B от предмета до линзы в положениях A и B. Ответы выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)

17. Определите поперечное увеличение Γ_B, когда линза находится в положении B. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)

Задание 5. Два положения (10 баллов)

Предмет высотой $h_0 = 2{,}0$ см закреплён на расстоянии L от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 20$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B. Расстояние между положениями A и B равно $\Delta = 30$ см.

15. Определите величину L. Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Определите поперечное увеличение Γ_A, когда линза находится в положении A. Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)

17. Найдите высоту изображения h_B, когда линза находится в положении B. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)

Задание 5. Два положения (10 баллов)

Предмет высотой $h_0 = 2{,}0$ см закреплён на расстоянии L от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном перемещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 10$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B. Расстояние между положениями A и B равно $\Delta = 40$ см.

15. Найдите расстояние L между предметом и экраном. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (4 балла)

16. Определите поперечное увеличение Γ_A, когда линза находится в положении A. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)

17. Найдите высоту изображения h_A, когда линза находится в положении A. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ФИЗИКА. 2025–2026 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ

Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

На сортировочной горке вагон начинает движение из состояния покоя: сначала разгоняется на наклонном участке в течение 6 секунд, затем 9 секунд едет по горизонтальному участку с постоянной скоростью, после чего тормозит и останавливается. Известно, что модуль ускорения при торможении в 2 раза больше, чем на наклонном участке. Суммарный путь вагона от начала движения до полной остановки составляет 113 метров.

1. Сколько секунд длилось торможение вагона? Ответ выразите в с, округлив до сотых долей. (3 балла)
2. Определите ускорение вагона на наклонном участке. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)
3. Чему равна скорость вагона на горизонтальном участке? Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (4 балла)

Ответы: 1) 3,00 с; 2) 1,4 м/с^2; 3) 8,4 м/с.

Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Локомотив начинает движение из состояния покоя: в течение первых 5 секунд он разгоняется с постоянным ускорением 1,6 м/с^2. Затем локомотив тормозит 3 секунды и после этого движется с постоянной скоростью ещё 12 секунд. Общая длина пути от начала движения до конца равномерного участка составляет 112 м.

1. Определите скорость локомотива в момент начала равномерного движения. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (4 балла)

2. Чему равен модуль ускорения на участке торможения? Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

3. Какой путь прошёл локомотив за первые 8 секунд с момента начала движения? Ответ выразите в м, округлив до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 1) 5,9 м/с; 2) 0,7 м/с^2; 3) 40,9 м.

Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Поезд, двигавшийся со скоростью 9,6 м/с, начинает торможение с постоянным ускорением и останавливается через 4 секунды. Сразу после остановки он начинает двигаться в обратном направлении, разгоняясь с постоянным ускорением в течение 6 секунд, после чего движется 10 секунд с постоянной скоростью. Путь, пройденный после остановки, составил 120 м.

1. Определите общий путь, пройденный поездом с момента начала торможения до конца равномерного движения. Ответ выразите в м, округлив до целого числа. (3 балла)

2. Определите скорость поезда на участке равномерного движения. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (4 балла)

3. Чему равно ускорение поезда при разгоне? Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 1) 139 м; 2) 9,2 м/с; 3) 1,5 м/с^2.

Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Автомобиль едет по прямой дороге. Сначала он 10 секунд движется равномерно со скоростью 12,0 м/с, затем в течение 5 секунд разгоняется с постоянным ускорением 2,0 м/с^2, после чего 4 секунды тормозит с постоянным ускорением и останавливается.

1. Определите скорость автомобиля перед началом торможения. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей. (3 балла)

2. Найдите модуль ускорения автомобиля на участке торможения. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

3. Какой путь прошёл автомобиль за всё время движения? Ответ выразите в м, округлив до целого числа. (4 балла)

Ответы: 1) 22,0 м/с; 2) 5,5 м/с^2; 3) 249 м.

Разгон. Движение. Торможение. (10 баллов)

Подводный аппарат начинает погружение с поверхности моря. В течение первых 6 секунд он разгоняется с постоянным ускорением, затем 14 секунд движется с постоянной скоростью 6,0 м/с, после чего тормозит 5 секунд до полной остановки.

1. Найдите ускорение аппарата на участке разгона. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)
2. Какой путь прошёл аппарат за всё время движения? Ответ выразите в м, округлив до целого числа. (3 балла)
3. Через какой промежуток времени от начала движения аппарат достиг глубины 100 м? Ответ выразите в с, округлив до десятых долей. (4 балла)

Ответы: 1) 1,0; 2) 117; 3) 19,7.

Типовое решение для сюжета «Разгон. Движение. Торможение»

Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Определение времени торможения, если известно отношение модулей ускорений на разных участках или суммарный путь.
2. Нахождение ускорения на участке разгона по известным времени разгона, общему пути и дополнительным связям (например, модуль торможения в k раз больше).
3. Нахождение скорости на участке равномерного движения и/или перед началом торможения.
4. Нахождение суммарного пути за весь процесс, путь за первые T секунд, пути после полной остановки.
5. Нахождение времени достижения заданного пути/глубины S^* (определение, на каком участке это происходит).
6. Определение модуля неизвестного тормозного ускорения по общей длине пути с последующим равномерным движением.
7. Случаи с начальной ненулевой скоростью, с изменением направления после остановки и с известным путём «после остановки».

Модель, обозначения и базовые формулы

Рассматривается прямолинейное движение, на каждом участке ускорение постоянно.

$$\text{Участок 1 (разгон): } a_1 > 0,\ t_1,\ v_0\ \ (\text{часто } v_0 = 0).$$

$$\text{Участок 2 (равномерно): } t_2,\ v_2.$$

$$\text{Участок 3 (торможение): } a_3 < 0,\ t_3.$$

Скорости на стыках:

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1,$$

$$v_2 = v_1\ \ (\text{если сразу после разгона движение равномерное}),$$

$$\text{при остановке: } 0 = v_2 + a_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{v_2}{|a_3|}.$$

Пути на участках при постоянных ускорениях:

$s = v_{\text{нач}}\, t + \dfrac{a\, t^2}{2}$ Также могут быть найдены как площадь под графиком $v(t)$.

Отсюда получаем стандартные выражения.

Разгон:	$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2,$	$v_1 = v_0 + a_1 t_1.$
Равномерное движение:	$s_2 = v_2 t_2.$	
Торможение до нуля:	$s_3 = \frac{1}{2} v_2 t_3 = \dfrac{v_2^2}{2\lvert a_3\rvert}.$	

Суммарный путь составляет $S = s_1 + s_2 + s_3$ (плюс, при наличии, пути на дополнительных участках).

Графическое решение

Идея графического метода: путь равен площади под графиком скорости $v(t)$. Для кусочно-линейного $v(t)$ (разгон — прямая линия, затем горизонтальный участок, затем линейное торможение) путь равен сумме площадей двух треугольников и одного прямоугольника.

Обозначения и общие формулы

Пусть

$$t_1 \text{ — время разгона,}$$
$$t_2 \text{ — время равномерного движения,}$$
$$t_3 \text{ — время торможения,}$$
$$a \text{ — ускорение на разгоне.}$$

Тогда скорость на участке с постоянной скоростью:

$$v_{\max} = a\, t_1.$$

Если модуль ускорения при торможении в k раз больше, чем при разгоне, то

$$|a_{\text{торм}}| = k\, a, \qquad t_3 = \frac{v_{\max}}{|a_{\text{торм}}|} = \frac{a t_1}{ka} = \frac{t_1}{k}.$$

Найдём полный путь как площадь под $v(t)$:

$$S = \underbrace{\frac{1}{2} v_{\max} t_1}_{\text{левый треугольник}} + \underbrace{v_{\max} t_2}_{\text{прямоугольник}} + \underbrace{\frac{1}{2} v_{\max} t_3}_{\text{правый треугольник}} = v_{\max}\left(\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}\right).$$

Отсюда следует, что

$$v_{\max} = \frac{S}{\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}}, \qquad a = \frac{v_{\max}}{t_1}.$$

Пример: задача с горкой

Дано: $t_1 = 6$ с, $t_2 = 9$ с, модуль ускорения при торможении в $k = 2$ раза больше $S = 113$ м — общий путь. Тогда $t_3 = \dfrac{t_1}{k} = 3$ с.

Из формулы площади:

$$v_{\max} = \frac{S}{\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}} = \frac{113}{\frac{6}{2} + 9 + \frac{3}{2}} = \frac{113}{13{,}5} \approx 8{,}37 \text{ м/с}.$$

$$a = \frac{v_{\max}}{t_1} \approx \frac{8{,}37}{6} \approx 1{,}395 \text{ м/с}^2, \qquad t_3 = \frac{t_1}{2} = 3{,}00 \text{ с}.$$

Проверяем через вычисление площадей:

$$S_1 = \tfrac{1}{2} v_{\max} t_1 = \tfrac{1}{2} \cdot 8{,}37 \cdot 6 \approx 25{,}1 \text{ м},$$

$$S_2 = v_{\max} t_2 = 8{,}37 \cdot 9 \approx 75{,}3 \text{ м},$$

$$S_3 = \tfrac{1}{2} v_{\max} t_3 = \tfrac{1}{2} \cdot 8{,}37 \cdot 3 \approx 12{,}6 \text{ м},$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \approx 25{,}1 + 75{,}3 + 12{,}6 \approx 113{,}0 \text{ м}.$$

Ответы для данной задачи составляют

$$t_3 = 3{,}00 \text{ с}, \qquad a \approx 1{,}4 \text{ м/с}^2, \qquad v_{\max} \approx 8{,}4 \text{ м/с}.$$

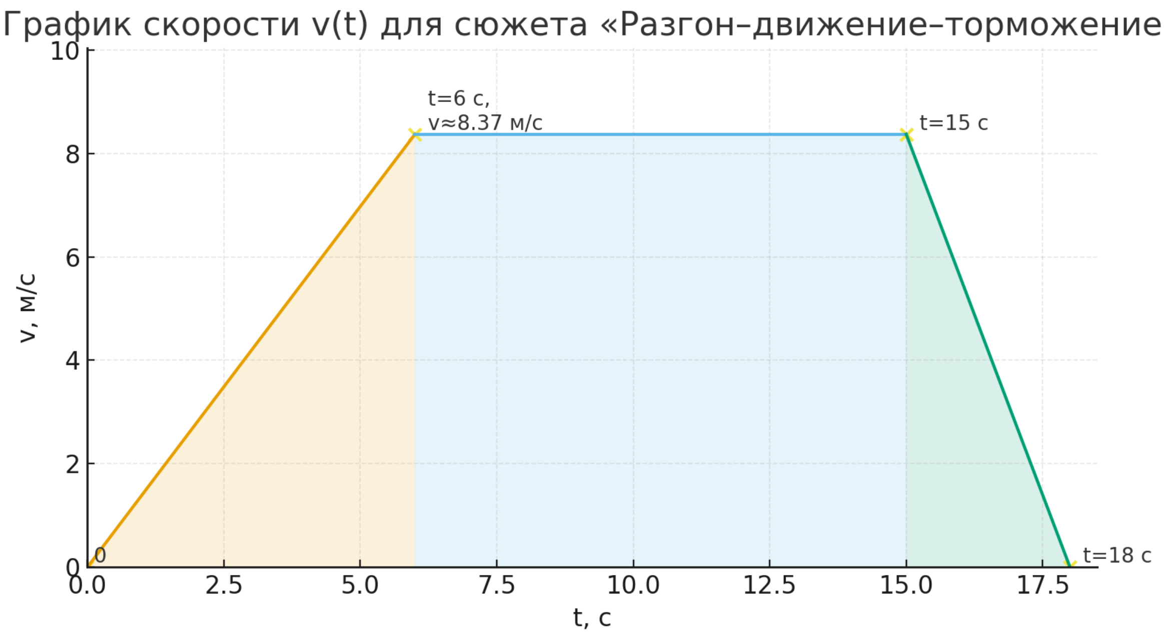


Рис. 1: График скорости $v(t)$ и разбиение площади на треугольники и прямоугольник. Площадь под графиком равна пути.

После перерезания (12 баллов)

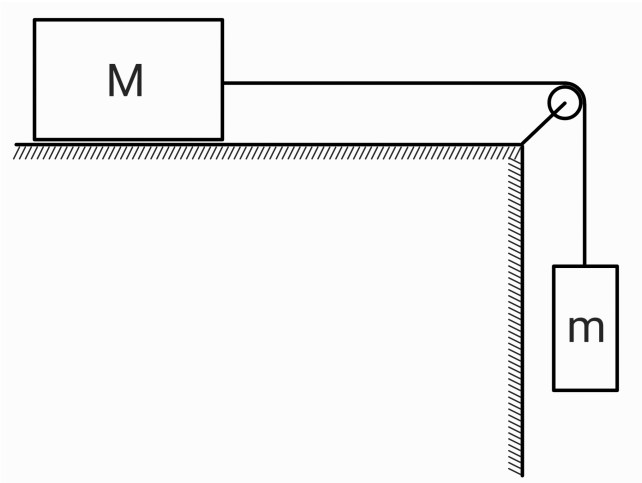
На шероховатом горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 4\,\text{кг}$, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с подвешенным грузом массой $m = 1\,\text{кг}$. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. После того как груз опускается на расстояние $s = 0{,}5\,\text{м}$, нить мгновенно перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}2$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10\,\text{м/с}^2$.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей. (3 балла)

5. Определите силу натяжения нити до того, как её разрезали. Ответ выразите в Н, округлив до десятых долей. (3 балла)

6. На какое расстояние переместится брусок после перерезания нити, прежде чем остановится? Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Чему равен модуль работы силы трения за все время движения бруска? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей. (3 балла)



Ответы: 4) 0,40 м/с^2; 5) 9,6 Н; 6) 0,10 м; 7) 4,80 Дж.

После перерезания (12 баллов)

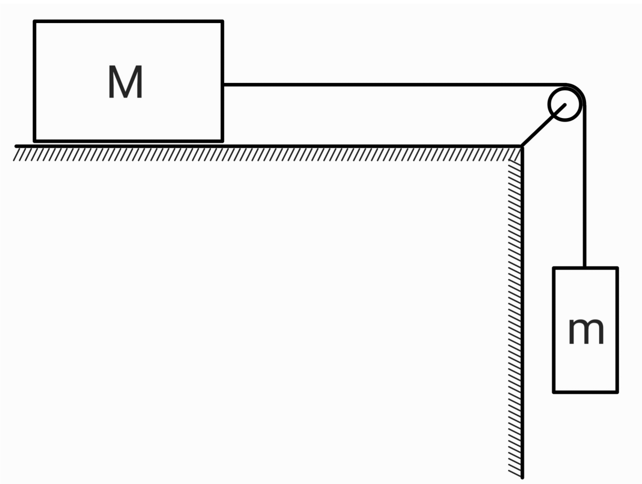
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 5\,\text{кг}$, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 1{,}5\,\text{кг}$. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}6\,\text{м}$, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}25$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10\,\text{м/с}^2$.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей. (3 балла)

5. Определите время от начала движения до момента перерезания нити. Ответ выразите в с, округлив до сотых долей. (3 балла)

6. Вычислите среднюю мощность силы натяжения, действующей на брусок, до перерезания нити. Ответ выразите в Вт, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Найдите полный путь, пройденный бруском от начала движения до полной остановки. Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей. (3 балла)



Ответы: 4) 0,38 м/с^2; 5) 1,77 с; 6) 4,90 Вт; 7) 0,69 м.

После перерезания (12 баллов)

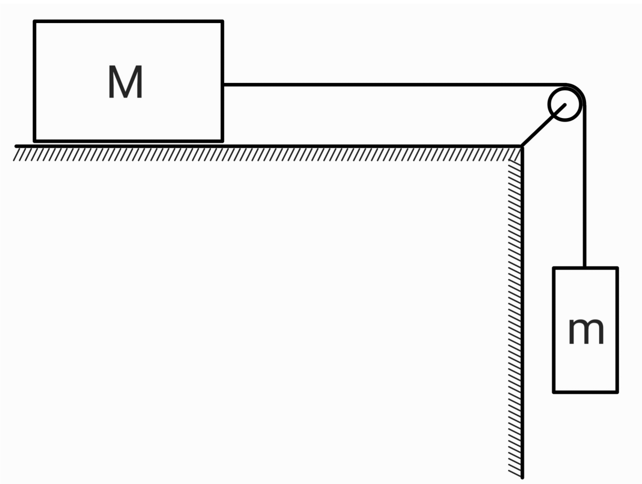
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 4\,\text{кг}$, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 2\,\text{кг}$. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}5\,\text{м}$, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}20$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10\,\text{м/с}^2$.

4. Найдите ускорение системы до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)

5. Определите кинетическую энергию всей системы непосредственно перед перерезанием нити. Ответ выразите в Дж, округлив до десятых долей. (3 балла)

6. Найдите путь, который пройдёт брусок после перерезания до полной остановки. Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Чему равен модуль средней мощности силы трения, действующей на брусок, за все время его движения? Ответ выразите в Вт, округлив до сотых долей. (3 балла)

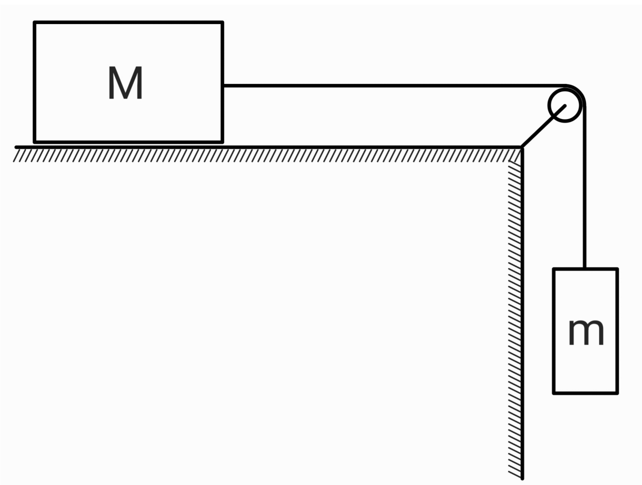


Ответы: 4) 2,0 м/с^2; 5) 6,0 Дж; 6) 0,50 м; 7) 5,66 Вт.

После перерезания (12 баллов)

На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 3$ кг, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 1{,}2$ кг. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}4$ м, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}15$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей. (3 балла)
5. Определите импульс силы натяжения нити, действующей на брусок, за время, пока груз проходит расстояние $\frac{s}{2}$ с начала движения. Ответ выразите в Н·с, округлив до десятых долей. (3 балла)
6. Найдите время от перерезания нити до полной остановки бруска. Ответ выразите в с, округлив до сотых долей. (3 балла)
7. Найдите отношение кинетической энергии системы в момент перерезания нити к модулю работы силы трения на этапе торможения бруска. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)



Ответы: 4) 1,8 м/с^2; 5) 4,7 Н·с; 6) 0,80 с; 7) 1,40.

После перерезания (12 баллов)

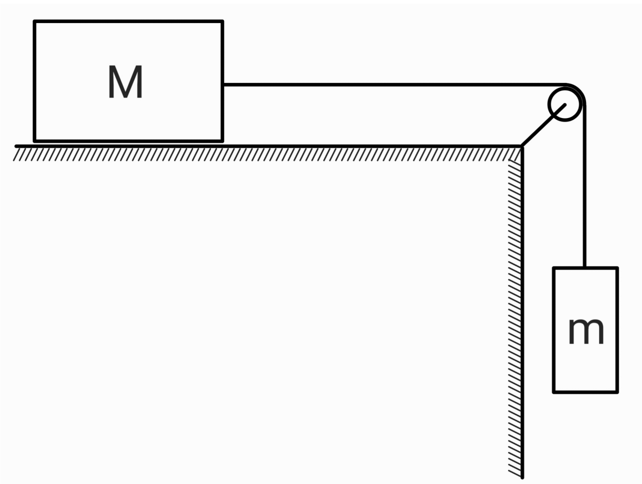
На горизонтальном шероховатом столе лежит брусок массой $M = 5\,\text{кг}$, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой $m = 1{,}2\,\text{кг}$. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. Как только груз опускается на расстояние $s = 0{,}45\,\text{м}$, нить перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}20$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10\,\text{м/с}^2$.

4. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей. (3 балла)

5. Определите среднюю скорость бруска за всё время его движения. Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м/с, округлив до сотых долей. (3 балла)

6. Чему равен модуль средней мощности силы трения, действующей на брусок, за все время его движения? Ответ выразите в Вт, округлив до сотых долей. (3 балла)

7. Определите модуль импульса силы натяжения нити за время до перерезания нити. Ответ выразите в Н·с, округлив до целого числа. (3 балла)



Ответы: 4) 0,32 м/с^2; 5) 0,27 м/с; 6) 2,69 Вт; 7) 19 Н·с.

Типовое решение для сюжета «После перерезания»

Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Ускорение системы до перерезания нити и сила натяжения нити.
2. Время разгона до момента перерезания нити, скорость в этот момент.
3. Путь и время торможения бруска после перерезания; полный путь и средняя скорость за всё время.
4. Работа силы трения за разные этапы и за всё время; средняя мощность трения.
5. Энергетические величины в момент перерезания (кинетическая энергия системы); импульс силы натяжения за заданный промежуток.
6. Обратные постановки: по измеряемым s_2, $W_{\text{тр}}$, $\bar{v}$ восстановить μ, a или T.

Модель, обозначения и базовые уравнения

Однородный брусок массой M на шероховатом горизонтальном столе соединён лёгкой нерастяжимой нитью с грузом массой m; нить перекинута через идеальный блок. Система отпущена из покоя. Через время, когда груз опустится на расстояние s, нить мгновенно перерезают. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом составляет μ, ускорение свободного падения равно g.

Оси: для бруска вправо, для груза вниз. До перерезания нити выполняются уравнения Ньютона:

$$\begin{cases} T - \mu M g = Ma, \\ mg - T = ma \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{(m - \mu M)g}{M + m}, \qquad T = M(a+\mu g) = m(g-a).$$

Движение возможно, если $m > \mu M$ (иначе $a \le 0$).

До перерезания нити (разгон из покоя)

Время разгона до спуска груза на s : $\quad t_1 = \sqrt{\dfrac{2s}{a}}$.

Скорость прямо перед перерезанием нити (общая для обоих тел): $\quad v = \sqrt{2as}$.

Работа трения на участке разгона (по модулю): $\quad |W_{\text{тр},1}| = \mu M g\, s$.

Средняя мощность силы натяжения за разгон: $\quad P_{T,\text{ср}} = \dfrac{W_T}{t_1} = \dfrac{T\,s}{t_1}$.

Импульс силы натяжения за время $0 \to \tau$ $(\tau \le t_1)$: $\quad J_T(\tau) = T\,\tau$.

Кинетическая энергия системы в момент перерезания:

$$E_k = \frac{1}{2}(M+m)v^2 = \frac{1}{2}(M+m)\,(2as) = (M+m)as.$$

После перерезания нити (торможение бруска трением)

Сразу после перерезания брусок имеет скорость v и действует только сила трения $\mu M g$, направленная против движения:

$$a_{\text{торм}} = -\mu g, \qquad t_2 = \frac{v}{\mu g} = \frac{\sqrt{2as}}{\mu g}, \qquad s_2 = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{as}{\mu g}.$$

Работа трения на этапе торможения составляет

$$W_{\text{тр},2} = -\mu M g\, s_2 = -\frac{1}{2}\, M v^2.$$

Отсюда получаем полезное соотношение для сравнений:

$$\frac{E_k}{|W_{\text{тр},2}|} = \frac{\frac{1}{2}(M+m)v^2}{\frac{1}{2}Mv^2} = 1 + \frac{m}{M}.$$

Некоторые величины, определяемые за всё время движения бруска

Полный путь: $S_{\text{полн}} = s + s_2 = s + \dfrac{as}{\mu g} = s\left(1 + \dfrac{a}{\mu g}\right).$

Полное время: $t_\Sigma = t_1 + t_2 = \sqrt{\dfrac{2s}{a}} + \dfrac{\sqrt{2as}}{\mu g}.$

Средняя скорость бруска: $\bar{v} = \dfrac{S_{\text{полн}}}{t_\Sigma}.$

Полная работа трения: $W_{\text{тр}} = -(\mu M g)\,(s + s_2) = -\mu M g\, S_{\text{полн}}.$

Средняя мощность трения (по модулю): $P_{\text{тр,ср}} = \dfrac{|W_{\text{тр}}|}{t_\Sigma} = \dfrac{\mu M g\, S_{\text{полн}}}{t_\Sigma}.$

Сокращённые формулы

$$a = \frac{(m - \mu M)g}{M + m}\ , \qquad T = M(a + \mu g) = m(g - a)\ ,$$

$$v = \sqrt{2as}, \quad t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a}}, \quad s_2 = \frac{as}{\mu g}, \quad t_2 = \frac{\sqrt{2as}}{\mu g}\ ,$$

$$S_{\text{полн}} = s\left(1 + \frac{a}{\mu g}\right), \quad t_\Sigma = \sqrt{\frac{2s}{a}} + \frac{\sqrt{2as}}{\mu g}, \quad \bar{v} = \frac{S_{\text{полн}}}{t_\Sigma}\ ,$$

$$W_{\text{тр}} = -(\mu M g)\,(s + s_2), \quad P_{\text{тр,ср}} = \frac{\mu M g\,(s + s_2)}{t_\Sigma}, \quad E_k = (M + m)as, \quad J_T(\tau) = T\,\tau\ .$$

Обратные задачи

- По измеренному пути торможения s_2 и известным $s,\ M,\ m,\ g$ найдем

$$\mu = \frac{as}{g\,s_2}, \qquad a = \frac{(m - \mu M)g}{M + m}.$$

  Удобнее сначала найти a из уравнения $v^2 = 2as$ при известном v (например, по t_2: $v = \mu g\, t_2$), затем восстановить μ из уравнения $s_2 = \dfrac{as}{\mu g}$.

- По полной работе трения $W_{\text{тр}}$ находим

$$|W_{\text{тр}}| = \mu M g\,(s + s_2)\ \Rightarrow\ \mu = \frac{|W_{\text{тр}}|}{M g\,(s + s_2)}.$$

- По средней мощности трения $P_{\text{тр,ср}}$ за всё время находим

$$P_{\text{тр,ср}} = \frac{\mu M g\,(s + s_2)}{t_\Sigma} \;\Rightarrow\; \mu = \frac{P_{\text{тр,ср}}\,t_\Sigma}{M g\,(s + s_2)}.$$

Проволочный куб (8 баллов)

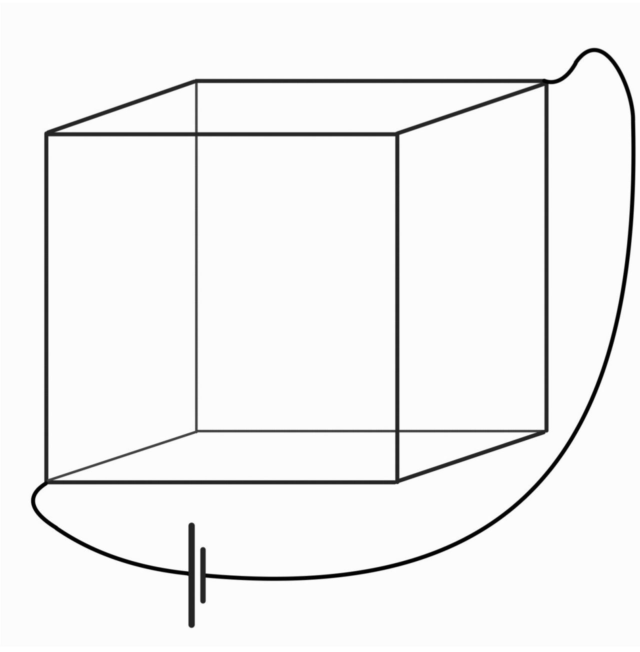
Проволочный каркас куба образован двенадцатью одинаковыми отрезками провода сопротивлением $R = 6\,\text{Ом}$ каждый. К двум вершинам каркаса подключён идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 12\,\text{В}$ (см. рисунок).

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до десятых долей. (3 балла)

9. Определите ток через источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Найдите количество теплоты, которое выделится за время $\tau = 60\,\text{с}$ в одном из трёх рёбер, исходящих из вершины, подключённой к положительному полюсу источника. Ответ выразите в Дж, округлив до целого числа. (2 балла)

11. За какое время во всём каркасе выделится теплота $Q = 2{,}3 \cdot 10^2\,\text{Дж}$? Ответ выразите в с, округлив до десятых долей. (1 балл)



Ответы: 8) 5,0 Ом; 9) 2,4 А; 10) 230 Дж; 11) 8,0 с.

Проволочный куб (8 баллов)

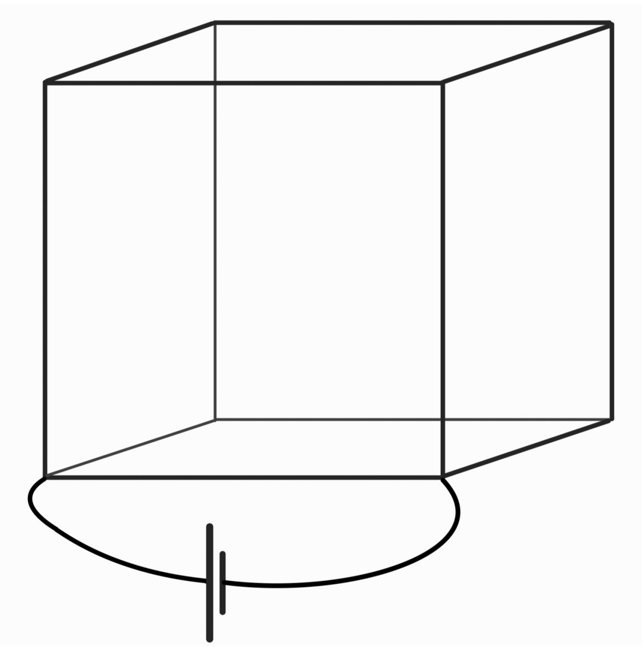
Проволочный каркас куба составлен из 12 одинаковых отрезков провода сопротивлением $R = 5\,\text{Ом}$ каждый. К двум соседним вершинам каркаса подключён идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 18\,\text{В}$.

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до сотых долей. (3 балла)

9. Определите силу тока через источник. Ответ выразите в А, округлив до сотых долей. (2 балла)

10. Какое количество теплоты выделится во всех проводниках за время $\tau = 40\,\text{с}$? Ответ выразите в кДж, округлив до десятых долей. (2 балла)

11. Найдите электрический заряд, который пройдёт через источник за то же время τ. Ответ выразите в Кл, округлив до целого числа. (1 балл)



Ответы: 8) 2,92 Ом; 9) 6,17 А; 10) 4,4 кДж; 11) 247 Кл.

Проволочный куб (8 баллов)

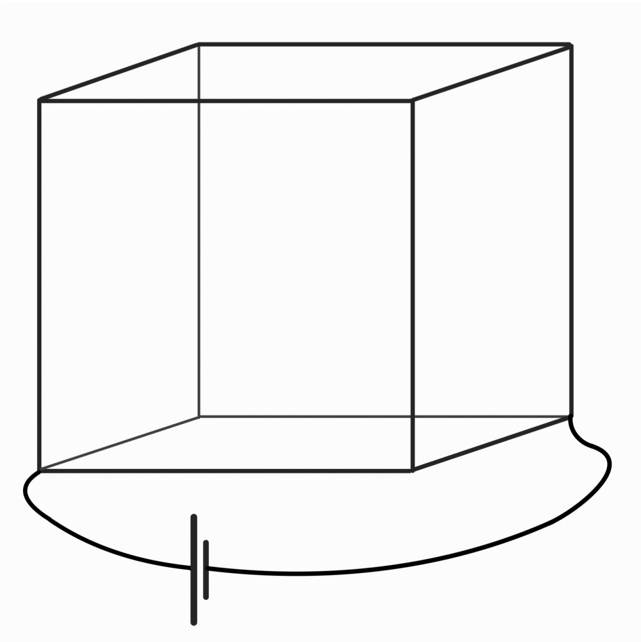
Проволочный каркас куба составлен из двенадцати одинаковых отрезков провода сопротивлением $R = 5$ Ом каждый. Идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 15$ В подключён к двум вершинам, находящимся на диагонали одной грани куба.

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до сотых долей. (3 балла)

9. Определите ток через источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Найдите мощность, выделяемую во всем каркасе. Ответ выразите в Вт, округлив до целого числа. (2 балла)

11. За какое время через источник пройдёт заряд $q = 1{,}0 \cdot 10^3$ Кл? Ответ выразите в с, округлив до целого числа. (1 балл)



Ответы: 8) 3,75 Ом; 9) 4,0 А; 10) 60 Вт; 11) 250 с.

Проволочный куб (8 баллов)

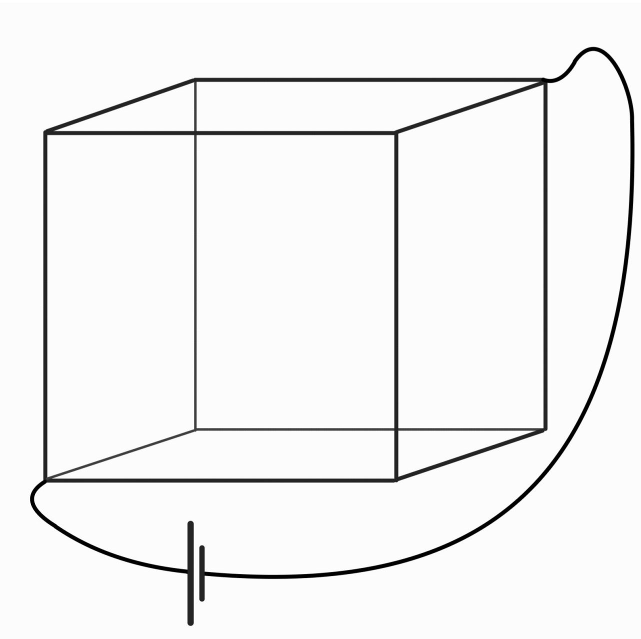
Проволочный каркас куба образован двенадцатью одинаковыми отрезками провода сопротивлением $R = 4\,\text{Ом}$ каждый. К двум противоположным вершинам подключён идеальный источник питания с ЭДС $\mathcal{E} = 16\,\text{В}$.

8. Найдите эквивалентное сопротивление между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до сотых долей. (3 балла)

9. Определите ток через источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Какое количество теплоты выделится в одном из трёх рёбер, исходящих из вершины, подключённой к положительному полюсу источника, за время $\tau = 60\,\text{с}$? Ответ выразите в Дж, округлив до целого числа. (2 балла)

11. За какое время в проводниках каркаса суммарно выделится количество теплоты $Q = 2{,}7 \cdot 10^3$ Дж? Ответ выразите в с, округлив до целого числа. (1 балл)



Ответы: 8) 3,33 Ом; 9) 4,8 А; 10) 614 Дж; 11) 35 с

Проволочный куб (8 баллов)

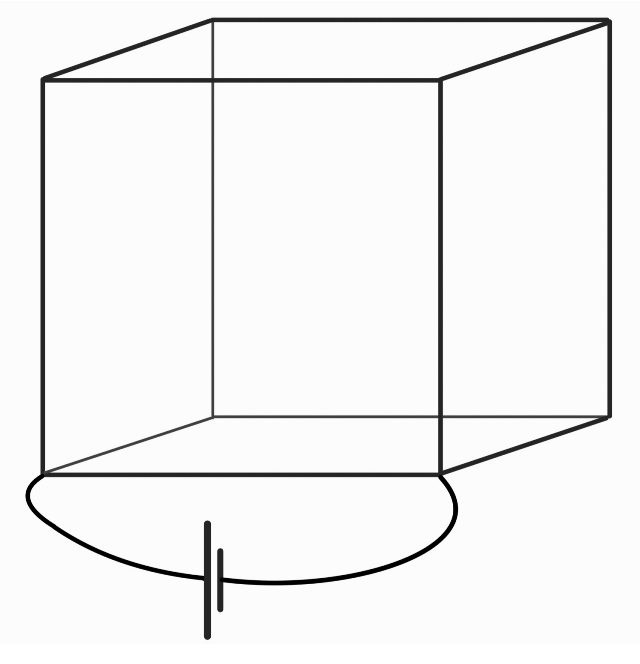
Проволочный каркас куба составлен из 12 одинаковых отрезков провода сопротивлением $R = 8\,\text{Ом}$ каждый. К двум соседним вершинам каркаса подключен идеальный источник тока величиной $I_0 = 3{,}0\,\text{А}$ (Ток источника не зависит от нагрузки.)

8. Найдите эквивалентное сопротивление куба между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в Ом, округлив до десятых долей. (3 балла)

9. Определите напряжение между вершинами, к которым подключён источник. Ответ выразите в В, округлив до десятых долей. (2 балла)

10. Найдите ток, текущий по ребру, к вершинам которого подключён источник. Ответ выразите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)

11. За какое время в этом ребре выделится количество теплоты $Q = 500\,\text{Дж}$? Ответ выразите в с, округлив до целого числа. (1 балл)



Ответы: 8) 4,7 Ом; 9) 14,0 В; 10) 1,8 А; 11) 20 с

Типовое решение для сюжета «Проволочный куб»

Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Эквивалентное сопротивление каркаса между двумя выбранными вершинами при разных способах подключения: противоположные вершины; соседние вершины; диагональ одной грани.

2. Ток через источник при заданной ЭДС либо поиск напряжения при заданном токе источника.

3. Мощность и количество теплоты, выделяемые всей сетью за время t.

4. Токи и выделение тепла в отдельных рёбрах.

5. Заряд, прошедший через источник за время t, и время, за которое в сети выделится заданное количество теплоты Q.

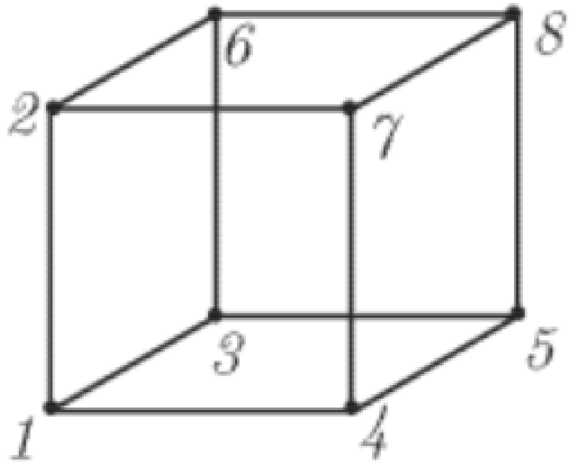


Рис. 1: Куб с пронумерованными вершинами

На рис. 1 все вершины куба пронумерованы. Симметрия системы позволяет утверждать, что некоторые вершины будут иметь один и тот же потенциал. Это позволяет в каждом случае свести задачу к расчёту эквивалентной схемы, содержащей только последовательно и параллельно соединённые сопротивления.

а) Напряжение приложено к вершинам 1 и 8. В этом случае одинаковы потенциалы вершин 2, 3, 4, поскольку при повороте куба на угол 120° вокруг главной диагонали они переходят друг в друга, а сам куб переходит в себя (отвернувшийся на минуту человек не сможет определить, повернули мы куб или нет). Аналогично одинаковый потенциал имеют вершины 5, 6, 7. Точки с

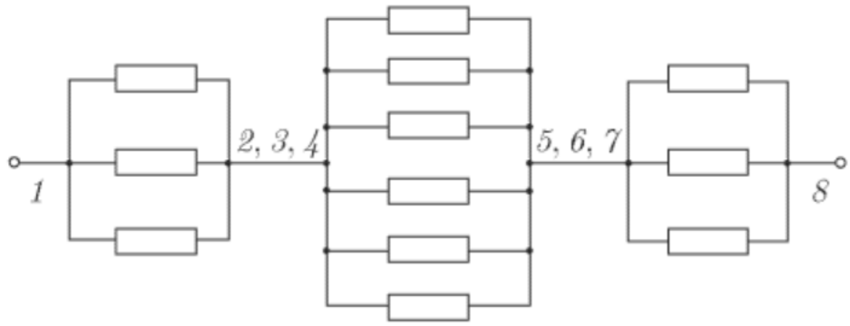


Рис. 2: Для подключения по пространственной диагонали

одинаковым потенциалом можно замкнуть накоротко. Эквивалентная схема имеет вид, представленный на рис. 2.

Очевидно, что

$$R = \frac{r}{3} + \frac{r}{6} + \frac{r}{3} = \frac{5}{6}r.$$

К тому же результату можно прийти иначе, если заметить, что из-за симметрии подключения вершин куба токи в ребрах 1–2, 1–3 и 1–4 одинаковы и составляют $\frac{1}{3}$ тока I в неразветвленной части цепи. Точно так же одинаковы и равны $\frac{I}{3}$ токи в ребрах 5–8, 6–8, 7–8, а токи в ребрах 2–7 и 2–6 составляют половину тока в ребре 1–2 и, следовательно, равны $\frac{I}{6}$. Запишем теперь напряжение между точками 1 и 8 в виде

$$U = \varphi_{81} = \varphi_8 - \varphi_7 + \varphi_7 - \varphi_2 + \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{I}{3}r + \frac{I}{6}r + \frac{I}{3}r = \frac{5}{6}\,Ir.$$

Теперь для R получаем: $R = U/I = \frac{5}{6}r$.

б) Напряжение приложено между точками 1 и 5. Теперь одинаковы потенциалы вершин 3–4 и 6–7. Эквивалентная схема показана на рис. 3. Очевидно, что и сопротивления, соединяющие точки 3–4 и 6–7, могут быть удалены без изменения полного сопротивления, поскольку потенциалы этих точек тоже оказываются одинаковыми. Теперь полное сопротивление легко сосчитать:

$$R = \frac{3}{4}r.$$

в) Напряжение приложено между точками 1 и 2. Снова одинаковы потенциалы вершин 3–4 и 6–7. Эквивалентная схема приведена на рис. 4. Используя формулы для параллельного и последовательного соединения сопротивлений, получаем

$$R = \frac{7}{12}r.$$

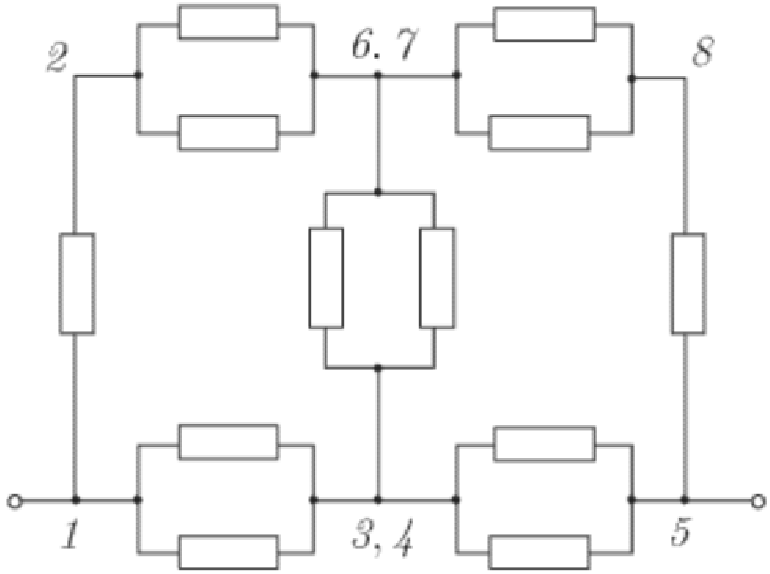


Рис. 3: Для подключения по диагонали грани

Ответ: а) $R = \dfrac{5}{6}r$; б) $R = \dfrac{3}{4}r$; в) $R = \dfrac{7}{12}r$.

Пусть эквивалентное сопротивление между выбранными вершинами равно $R_{\text{экв}}$.

Идеальный источник ЭДС $\mathcal{E}$ (внутреннее сопротивление нулевое)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{экв}}}, \qquad P_{\text{вс}} = I^2 R_{\text{экв}} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{экв}}}, \qquad Q_{\text{вс}} = P_{\text{вс}}\, t, \qquad q = I\, t.$$

Если известно количество теплоты Q, то

$$t = \frac{Q}{P_{\text{вс}}} = \frac{Q\, R_{\text{экв}}}{\mathcal{E}^2}.$$

Идеальный источник тока I_0 (ток не зависит от нагрузки)

$$U = I_0\, R_{\text{экв}}, \qquad P_{\text{вс}} = I_0^2\, R_{\text{экв}}, \qquad Q_{\text{вс}} = P_{\text{вс}}\, t, \qquad q = I_0\, t, \qquad t = \frac{Q}{I_0^2\, R_{\text{экв}}}.$$

Распределение токов по рёбрам у узлов подключения источника

Во всех рассмотренных ниже случаях I — ток источника. В силу симметрии три исходящих от узла подключения ребра делят ток в определенных долях . Эти доли позволяют мгновенно находить ток и теплоту в любом таком ребре.

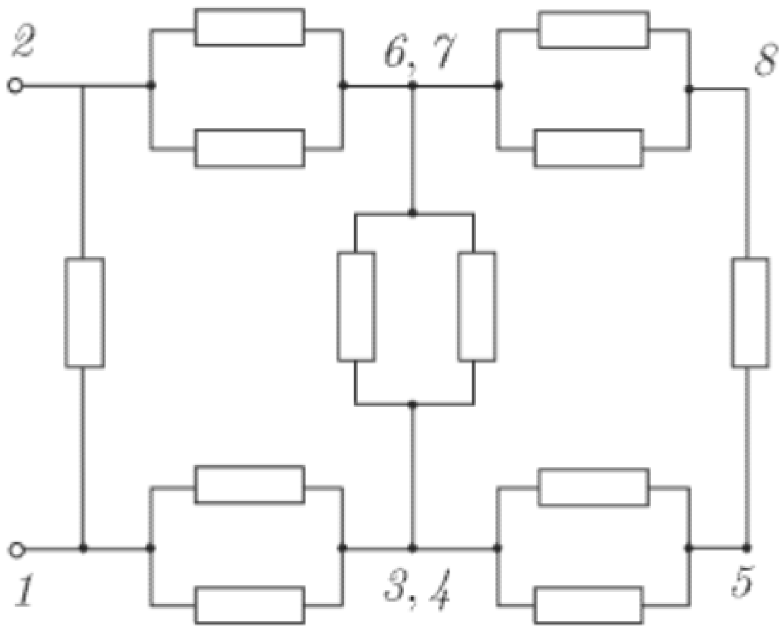


Рис. 4: Для подключения по ребру

1. Подключение к противоположным вершинам куба. В силу симметрии для трех ребер, исходящих из узла, подключенного к источнику, выполняется равенство

$$I_{\text{каждого из трёх рёбер}} = \frac{1}{3}\,I.$$

Шесть «средних» рёбер (между двумя тройками симметричных вершин) эквивалентны в силу симметрии и проводят по $\dfrac{I}{6}$ каждое.

2. Подключение к соседним вершинам (по одному ребру). По ребру, к которому подсоединен источник, проходит ток

$$I_{AB} = \frac{U}{R} = \frac{R_{\text{экв}}}{R}\,I = \frac{7}{12}\,I,$$

два других ребра, исходящих из той же клеммы (и симметричных между собой), проводят по

$$\frac{5}{24}\,I \quad \text{каждое.}$$

3. Подключение по диагонали одной грани. От клеммы отходят три ребра; два из них лежат в этой грани и симметричны. Токи делятся так:

$$\text{одно ребро} — \frac{1}{4}\,I, \qquad \text{два равных ребра} — \text{по}\frac{3}{8}\,I.$$

Какие именно два ребра равны, однозначно определяется по плоскости симметрии грани через диагональ.

Теплота и мощность в конкретном ребре

Если доля тока в выбранном ребре равна α (см. выше), то при источнике ЭДС имеем$\mathcal{E}$

$$I_{\text{ребра}} = \alpha\, I = \alpha\, \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{экв}}}, \qquad P_{\text{ребра}} = I_{\text{ребра}}^2\, R, \qquad Q_{\text{ребра}} = P_{\text{ребра}}\; t.$$

Явно можно записать

$$Q_{\text{ребра}} = \alpha^2\, \frac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{экв}}^2}\; R\, t.$$

Для идеального источника тока I_0 получаем

$$I_{\text{ребра}} = \alpha\, I_0, \qquad P_{\text{ребра}} = \alpha^2 I_0^2 R, \qquad Q_{\text{ребра}} = \alpha^2 I_0^2 R\, t.$$

Полезная частная формула для ребра, непосредственно соединяющего клеммы при подключении к соседним вершинам:

$$I_{AB} = \frac{U}{R}, \qquad P_{AB} = \frac{U^2}{R}, \qquad Q_{AB} = \frac{U^2}{R}\; t,$$

где $U = \mathcal{E}$ для источника ЭДС и $U = I_0 R_{\text{экв}}$ для источника тока.

Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налито $m_1 = 0{,}50$ кг воды при температуре $T_1 = 20$°C. В воду полностью погрузили медный брусок массой $m_2 = 1{,}0$ кг, нагретый до температуры $T_2 = 700$°C. Вода быстро нагрелась до температуры кипения, после чего частично испарилась, а образовавшийся пар покинул сосуд. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Рассчитайте количество теплоты, переданное медным бруском воде. Ответ выразите в кДж, округлив до целого числа. (3 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной медным бруском, пошла на парообразование воды? Ответ выразите в процентах, округлив до десятых долей. (4 балла)

14. Найдите массу образовавшегося пара. Ответ выразите в граммах, округлив до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 12) 234 кДж; 13) 28,2 %; 14) 28,7 г.

Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,50 кг воды при температуре 20°C. В воду полностью погрузили нагретый медный цилиндр массой 0,80 кг. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего частично испарилась, а образовавшийся пар покинул сосуд. В установившемся состоянии температура оставшейся воды равна 100°C, а её масса равна 0,48 кг. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Определите начальную температуру медного цилиндра T_2. Ответ выразите в °C, округлив до целых. (4 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной медью, пошла на парообразование? Ответ выразите в процентах, округлив до десятых. (3 балла)

14. После установления теплового равновесия в сосуд доливают 0,10 кг воды при температуре 20°C. Какова установившаяся температура смеси? Ответ выразите в °C, округлив до целых. (3 балла)

Ответы: 12) 786 °C; 13) 21,5 %; 14) 88 °C.

Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,60 кг воды при температуре 25°C. В сосуд полностью погрузили медный брусок массой 0,90 кг, нагретый до 800°C. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего часть её массы испарилась, а образовавшийся пар покинул сосуд. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C), алюминия — $c_{\text{Al}} = 880$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Определите массу испарившейся воды. Ответ выразите в граммах, округлив до десятых. (4 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной медью, пошла на нагрев воды (без учёта испарения)? Ответ выразите в процентах, округлив до целых. (3 балла)

14. Тот же опыт проводят с алюминиевым бруском той же массы. Какова минимальная начальная температура алюминия, при которой вода лишь достигнет 100°C (без испарения)? Ответ выразите в °C, округлив до целых. (3 балла)

Ответы: 12) 24,7 г; 13) 77 %; 14) 339 °C.

Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,40 кг воды при 15°C. В сосуд полностью погрузили медный брусок, нагретый до 300°C. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего испарилось 25 г воды, а образовавшийся пар покинул сосуд. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), меди — $c_2 = 390$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет$L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Найдите массу медного бруска. Ответ выразите в кг, округлив до тысячных. (4 балла)

13. Какое количество теплоты ушло на нагрев оставшейся воды? Ответ выразите в кДж, округлив до целых. (3 балла)

14. Если тот же брусок нагреть лишь до 250°C и снова провести опыт с теми же начальными данными, какая масса воды испарится? Ответ выразите в граммах, округлив до десятых. (3 балла)

Ответы: 12) 2,568 кг; 13) 134 кДж; 14) 3,2 г

Теплообмен с парообразованием (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого можно пренебречь, налили 0,55 кг воды при 30°C. В сосуд полностью погрузили алюминиевый цилиндр массой 1,0 кг, начальная температура которого неизвестна. Вода быстро прогрелась до температуры кипения, после чего испарилось 3% исходной воды а образовавшийся пар покинул сосуд. В установившемся состоянии температура воды равна 100°C. Удельные теплоёмкости: воды — $c_1 = 4200$ Дж/(кг·°C), алюминия — $c_2 = 880$ Дж/(кг·°C); удельная теплота парообразования воды составляет $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

12. Найдите начальную температуру цилиндра T_2. Ответ выразите в °C, округлив до целого числа. (4 балла)

13. Какая доля теплоты, отданной алюминием, пошла на нагрев воды? Ответ выразите в процентах, округлив до целого числа. (3 балла)

14. Какая масса воды испарится, если повторить опыт, увеличив начальную температуру цилиндра на 50°C? Ответ выразите в граммах, округлив до целого числа. (3 балла)

Ответы: 12) 327 °C; 13) 81 %; 14) 36 г.

Типовое решение для сюжета «Теплообмен с парообразованием»

Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Определение массы образовавшегося пара при заданных массах, теплоёмкостях и начальных температурах.

2. Вычисление долей (процентов) теплоты, идущих на нагрев воды до 100°C и на парообразование.

3. Обратные задачи: нахождение начальной температуры или массы нагретого тела по известной массе испарившейся воды (или по конечному состоянию).

4. Использование разных материалов (медь, алюминий), вычисление минимальной начальной температуры, при которой кипения ещё нет.

5. Последовательные процессы: после установившегося состояния при 100°C добавляют воду другой температуры и ищут новую равновесную температуру.

Модель и обозначения

Теплоизолированный сосуд, теплоёмкостью которого пренебрегают. Вода массой m_1, имеющая начальную температуру $T_1 < 100°\text{C}$. Горячее твёрдое тело (металл) массой m_2, имеющее начальную температуру $T_2 > 100°\text{C}$ и удельная теплоёмкость c_2. Удельная теплоёмкость воды c_1, удельная теплота парообразования воды равна L. Пар покидает сосуд. $T_0 = 100°\text{C}$ - температура кипения воды.

Ключевые соотношения

- Уравнение теплового баланса (с учётом возможного кипения):

  $$m_2c_2\,(T_2 - T_{\text{кон}}) \;=\; m_1c_1\,(T_{\text{кон}} - T_1) \;+\; m_{\text{пар}}\,L,$$

  где $T_{\text{кон}} \le 100°\text{C}$. Если идёт кипение, то $T_{\text{кон}} = 100°\text{C}$.

- Теплота, необходимая только на нагрев исходной воды до кипения:

  $$Q_{\text{нагрев}} = m_1c_1\,(T_0 - T_1).$$

- Теплота, которую может отдать горячее тело, охлаждаясь до 100°C:

  $$Q_{2\to 100} = m_2c_2\,(T_2 - T_0).$$

Возможные случаи

1. Нет кипения (конечная температура ниже 100°C). Это происходит, если смешение без фазового перехода даёт $T_{\text{см}} < 100°\text{C}$, где

$$T_{\text{см}} = \frac{m_2 c_2 T_2 + m_1 c_1 T_1}{m_2 c_2 + m_1 c_1}.$$

   Тогда $m_{\text{пар}} = 0$ и $T_{\text{кон}} = T_{\text{см}}$.

2. Есть кипение (конечная температура 100°C). Это происходит, если $T_{\text{см}} \geq 100°\text{C}$ (или, что эквивалентно $Q_{2\to100} > Q_{\text{нагрев}}$). Тогда

$$m_{\text{пар}} = \frac{Q_{2\to100} - Q_{\text{нагрев}}}{L}, \qquad T_{\text{кон}} = 100°\text{C}.$$

   Доли тепла:

$$\eta_{\text{нагрев}} = \frac{Q_{\text{нагрев}}}{Q_{2\to100}} \cdot 100\%, \qquad \eta_{\text{пар}} = \frac{Q_{2\to100} - Q_{\text{нагрев}}}{Q_{2\to100}} \cdot 100\%.$$

Полезные обратные формулы

- По известной массе пара $m_{\text{пар}}$ и состоянию ($T_{\text{кон}} = 100°\text{C}$) можно найти m_2 или T_2:

$$m_2 = \frac{m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m_{\text{пар}} L}{c_2\,(T_2 - T_0)}, \qquad T_2 = T_0 + \frac{m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m_{\text{пар}} L}{m_2 c_2}.$$

- Минимальная начальная температура твёрдого тела $T_{\min}$, при которой вода лишь достигает 100°C без кипения:

$$m_2 c_2\,(T_{\min} - T_0) = m_1 c_1\,(T_0 - T_1) \;\Rightarrow\; T_{\min} = T_0 + \frac{m_1 c_1 (T_0 - T_1)}{m_2 c_2}.$$

Добавление холодной воды после кипения

Если после установившегося состояния при 100°C (пар ушёл) доливают воду массой $m_{\text{д}}$ при $T_{\text{д}} < 100°\text{C}$, а твёрдое тело и оставшаяся жидкая вода находились при 100°C, конечная температура T (обычно $< 100°\text{C}$) находится из баланса:

$$\big(m_\ell c_1 + m_2 c_2\big)(T_0 - T) \;=\; m_{\text{д}} c_1\,(T - T_{\text{д}}),$$

где $m_\ell = m_1 - m_{\text{пар}}$ — оставшаяся жидкая вода.

Алгоритм решения

1. Выписать исходные данные, привести единицы СИ.

2. Посчитать $T_{\text{см}}$ без фазового перехода. Если $T_{\text{см}} < 100°\text{C}$, кипения нет и сразу ответ $T_{\text{кон}} = T_{\text{см}}$, $m_{\text{пар}} = 0$.

3. Если $T_{\text{см}} \geq 100°\text{C}$, принять $T_{\text{кон}} = 100°\text{C}$ и вычислить:

$$Q_{2\to100} = m_2 c_2 \, (T_2 - T_0), \quad Q_{\text{нагрев}} = m_1 c_1 \, (T_0 - T_1), \quad m_{\text{пар}} = \frac{Q_{2\to100} - Q_{\text{нагрев}}}{L},$$

   а также требуемые доли тепла, мощности/теплоты или искомые массы/температуры.

4. Для последующих действий (долив воды, смена материала, изменение T_2) использовать соответствующие формулы, приведенные выше.

Два положения (10 баллов)

Предмет высотой $h_0 = 5{,}0$ см закреплён на расстоянии $L = 90$ см от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 15$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. Линзу перемещают вдоль её главной оптической оси. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B.

15. Чему равно расстояние между положениями A и B? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)
16. Определите поперечное увеличение Γ_A, когда линза находится в положении A. Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)
17. Найдите высоту изображения h_B, когда линза находится в положении B. Ответ выразите в см, округлив до сотых долей. (3 балла)

Ответы: 15) 52 см; 16) 3,7; 17) 1,34 см.

Два положения (10 баллов)

Предмет закреплён на расстоянии $L = 84$ см от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 15$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. Линзу перемещают вдоль её главной оптической оси. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B.

15. На каком наименьшем расстоянии x_A от предмета нужно установить линзу, чтобы на экране было чёткое изображение? Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Найдите расстояние между положениями A и B. Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (3 балла)

17. Определите модуль поперечного увеличения $|\Gamma_B|$, когда линза находится в положении B. Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 15) 20 см; 16) 45 см; 17) 0,3.

Два положения (10 баллов)

Предмет закреплён на расстоянии L от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном перемещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 12$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B. Расстояние между положениями A и B равно $\Delta = 45$ см.

15. Определите величину L. Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Найдите сумму расстояний x_A и x_B от предмета до линзы в положениях A и B. Ответы выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)

17. Определите поперечное увеличение Γ_B, когда линза находится в положении B. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)

Ответы: 15) 75 см; 16) 75,0 см; 17) 0,25.

Два положения (10 баллов)

Предмет высотой $h_0 = 2{,}0$ см закреплён на расстоянии L от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном помещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 20$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B. Расстояние между положениями A и B равно $\Delta = 30$ см.

15. Определите величину L. Ответ выразите в см, округлив до целого числа. (4 балла)

16. Определите поперечное увеличение Γ_A, когда линза находится в положении A. Ответ округлите до десятых долей. (3 балла)

17. Найдите высоту изображения h_B, когда линза находится в положении B. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 15) 90 см; 16) 2,0; 17) 1,0 см.

Два положения (10 баллов)

Предмет высотой $h_0 = 2{,}0$ см закреплён на расстоянии L от экрана и параллелен ему. Между предметом и экраном перемещают тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 10$ см; ось линзы перпендикулярна экрану. На экране формируется чёткое изображение предмета, когда оптический центр линзы находится в двух положениях: A (ближе к предмету) и B. Расстояние между положениями A и B равно $\Delta = 40$ см.

15. Найдите расстояние L между предметом и экраном. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (4 балла)
16. Определите поперечное увеличение Γ_A, когда линза находится в положении A. Ответ округлите до сотых долей. (3 балла)
17. Найдите высоту изображения h_A, когда линза находится в положении A. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей. (3 балла)

Ответы: 15) 64,7 см; 16) 4,24; 17) 8,5 см.

Типовое решение для сюжета «Два положения линзы»

Уникальные вопросы, встречающиеся в данных задачах

1. Геометрия двух положений: найти расстояние между положениями линзы Δ, либо восстановить расстояние L между предметом и экраном по известным f и Δ, либо выразить f по L и Δ.

2. Координаты линзы в обоих положениях: найти расстояния x_A и x_B от предмета до линзы.

3. Найти поперечные увеличения $\Gamma_A,\ \Gamma_B$ и их связь между собой.

4. Найти высоты изображений $h_A,\ h_B$ при заданной высоте предмета h_0.

Модель и обозначения

Тонкая собирающая линза перемещается между предметом и экраном. Пусть:

$$f > 0 \quad \text{— фокус линзы,} \qquad L > 0 \quad \text{— расстояние между предметом и экраном,}$$

$$x \quad \text{— расстояние между предметом и линзой,}$$

$$q = L - x \quad \text{— расстояние линза–экран.}$$

Изображение на экране резкое тогда и только тогда, когда выполняется уравнение тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{q} = \frac{1}{x} + \frac{1}{L-x}.$$

Это приводит к квадратному уравнению

$$x^2 - Lx + fL = 0.$$

Его два действительных корня x_A и x_B дают два рабочих положения линзы A и B (при $L \geq 4f$).

Две основные формулы

Из свойств квадратного уравнения получаем, что

$$x_A + x_B = L, \qquad x_A x_B = fL.$$

Следовательно,

$$\Delta = |x_B - x_A| = \sqrt{(x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B} = \sqrt{L^2 - 4fL}.$$

Отсюда сразу находим

$$\Delta = \sqrt{L^2 - 4fL}\,, \qquad f = \frac{L^2 - \Delta^2}{4L}\,, \qquad L = 2f + \sqrt{4f^2 + \Delta^2}\,.$$

Последняя формула берётся с плюсом, так как $L > 0$. Условие существования двух разных положений: $L > 4f$ (при $L = 4f$ положения сливаются, $\Delta = 0$).

Координаты линзы в положениях A и B

Удобно выражать координаты через L и Δ:

$$x_A = \frac{L-\Delta}{2}, \qquad x_B = \frac{L+\Delta}{2}\,, \qquad q_A = L - x_A = \frac{L+\Delta}{2}, \quad q_B = L - x_B = \frac{L-\Delta}{2}.$$

Положение A — ближе к предмету: $x_A \le L/2$, $q_A \ge L/2$. Положение B — ближе к экрану.

Поперечные увеличения и высоты изображений

Поперечное увеличение составляет

$$\Gamma = \frac{q}{x}.$$

Отсюда сразу находим

$$\Gamma_A = \frac{q_A}{x_A} = \frac{L+\Delta}{L-\Delta}\,, \qquad \Gamma_B = \frac{q_B}{x_B} = \frac{L-\Delta}{L+\Delta}\,.$$

Важно, что $\Gamma_A \cdot \Gamma_B = 1$, изображения при обоих положениях действительные и перевёрнутые.

Если задана высота предмета h_0, то

$$h_A = \Gamma_A\, h_0, \qquad h_B = \Gamma_B\, h_0.$$

Алгоритм решения типовых вопросов

1. Если известны L и f, найти $\Delta = \sqrt{L^2 - 4fL}$; затем x_A, x_B, q_A, q_B, далее увеличения и высоты изображений.

2. Если известны f и Δ: найти $L = 2f + \sqrt{4f^2 + \Delta^2}$, далее — как в пункте 1.

3. Если известны L и Δ: найти $f = (L^2 - \Delta^2)/(4L)$, далее — как в пункте 1.