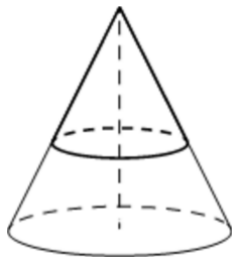




- 3** Площадь полной поверхности конуса равна 35. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 3:2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\sqrt{6 + 5x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

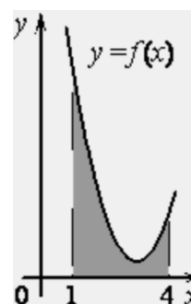
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения

$$\frac{24}{\sin^2 127^\circ + 4 + \sin^2 217^\circ}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ . Функция  $F(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 14x - 10$  – одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Автомобиль, масса которого равна  $m = 2000$  кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение  $t$  секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь  $S = 600$  метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила  $F$ , приложенная к автомобилю, не меньше 1500 Н.

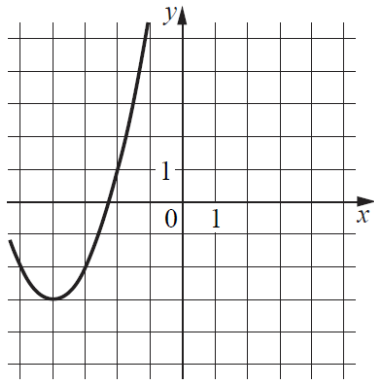
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км – со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  – целые. Найдите значение  $f(-12)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3x^2 - 10x + 4 \ln x + 11 \text{ на отрезке } \left[ \frac{10}{11}; \frac{12}{11} \right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3} \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2} \right) + 1 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -4\pi; -\frac{5\pi}{2} \right]$ .

- 14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  точка  $M$  – середина ребра  $CC_1$ . На рёбрах  $AB$  и  $A_1B_1$  взяты точки  $K$  и  $N$  так, что  $AK:KB = B_1N:NA_1$ .

- а) Докажите, что плоскость  $MKN$  перпендикулярна плоскости  $AA_1B_1$ .  
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MKN$ , если  $AB = BB_1 = 42$  и  $BK:KA = 41:1$ .

- 15 Решите неравенство

$$3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3.$$

- 16 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

- 17 В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основаниям. Из точки  $A$  на сторону  $CD$  опустили перпендикуляр  $AH$ . На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$  так, что прямые  $CD$  и  $CE$  перпендикулярны.

- а) Докажите, что прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.  
 б) Найдите отношение  $BH$  к  $ED$ , если  $\angle BCD = 120^\circ$ .



- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$$

имеет ровно три различных корня.

- 19 а) Существуют ли натуральные числа  $m$  и  $n$ , такие, что дискриминант квадратного трёхчлена  $x^2 + mx + n$  равен 33?  
б) Существуют ли натуральные числа  $m$  и  $n$ , такие, что дискриминант квадратного трёхчлена  $x^2 + mx + n$  равен 26?  
в) Какое наименьшее значение принимает дискриминант  $D$  квадратного трёхчлена  $x^2 + (5m + n)x + (8n + m)$ , если известно, что числа  $m$ ,  $n$  и  $D$  – натуральные?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*




















**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">Результаты моих учеников</a> Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>ВК:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a>



### Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	78	
2	12	
3	12,6	
4	0,25	
5	0,33	
6	6	
7	4,8	
8	6	
9	40	
10	90	
11	61	
12	4	
13	а) $\pi + 2\pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 4\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{11\pi}{3}; -3\pi$	
14	$638\sqrt{3}$	
15	$(-\infty; -1 - \log_3 5] \cup [1; +\infty)$	
16	3 млн	
17	3:4	
18	$[-2; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 2]$	
19	а) да б) нет в) 21	

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





13 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

а)  $\cos x - \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$

$$2\cos^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} \cdot (2\cos \frac{x}{2} - \sqrt{3}) = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0 \quad 2\cos \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 2\cos \frac{x}{2} = \sqrt{3}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{6} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) Ответите корни с помощью двойного кр-ва:

Для  $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$-4\pi \leq \pi + 2\pi n \leq -\frac{5\pi}{2}$$

$$-5\pi \leq 2\pi n \leq -3,5\pi \quad | : \pi$$

$$-5 \leq 2n \leq -3,5 \quad | : 2$$

$$-2,5 \leq n \leq -1,75$$

формулам  $n = -2$   
 $x = \pi + 2\pi \cdot (-2) = -3\pi$

Для  $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$-4\pi \leq \frac{\pi}{3} + 4\pi n \leq -\frac{5\pi}{2} \quad | -\frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{13\pi}{3} \leq 4\pi n \leq -\frac{17\pi}{6} \quad | : \pi$$

$$-\frac{13}{3} \leq 4n \leq -\frac{17}{6} \quad | : 4$$

$$-\frac{13}{12} \leq n \leq -\frac{17}{24}$$

формулам  $n = -1$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{4\pi}{1} = -\frac{11\pi}{3}$$

Для  $x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$-4\pi \leq -\frac{\pi}{3} + 4\pi n \leq -\frac{5\pi}{2} \quad | + \frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{4\pi}{3} \leq 4\pi n \leq -\frac{5\pi}{2} \quad | + \frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{11}{3} \leq 4n \leq -\frac{13}{6} \quad | : 4$$

$$-\frac{11}{12} \leq n \leq -\frac{13}{24}$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: а)  $\pi + 2\pi n, -\frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{11\pi}{3}; -3\pi$

**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОБЪЕМНОСТЬ**

**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна 2014

**ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ**

**1 ШАГ**

Если в скобке нечётное количество  $\frac{\pi}{2}$ , то функция меняется на кофункцию

Если в скобке сколько-то  $\pi$ , то функция остаётся прежней

**ПРИМЕР:**

$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$   
 $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

**2 ШАГ**

Определяем знак по указанной в скобках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

**ПРИМЕР:**

$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha$

**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2





15 Решите неравенство  $3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3$ .

$$3^{x^2} \cdot 3^{\log_3 5^{x-1}} \geq 3^1$$

$$3^{x^2 + \log_3 5^{x-1}} \geq 3^1$$

$$x^2 + \log_3 5^{x-1} \geq 1$$

$$x^2 + (x-1) \cdot \log_3 5 - 1 \geq 0$$

$$x^2 + x \cdot \log_3 5 - \log_3 5 - 1 \geq 0$$

$$(x-1)(x+1) + \log_3 5 \cdot (x-1) \geq 0$$

$$(x-1) \cdot (x+1 + \log_3 5) \geq 0$$

Ответ:  $(-\infty; -1 - \log_3 5] \cup [1; +\infty)$

**ИСТОЧНИКИ**

Досрочная волна (Резерв) 2018

**ОСНОВНЫЕ ЛОГАРИФИЧЕСКОЕ**

- 1  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 2  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- 3  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- 4  $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
- 5  $\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$
- 6  $a^0 = 1$
- 7  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

**СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ**

- 1  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
- 2  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- 3  $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- 4  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
- 5  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- 6  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

**ОС**

- 1  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- 2  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- 5  $a^2 + b^2 = (a+b)(a-b) + 2ab$
- 6  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 7  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16 Планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика будет меньше 7 млн рублей.

Пусть S - сумма долга  
x - платеж в 4 год, в 5 год  
в 21- месяце откр. кредит  
март - месяц погаш. %  
дек - месяц, платеж

Возьмем X

$$12 \cdot S = 12x + x$$

$$\frac{6^2}{5^2} \cdot S = \frac{6}{5}x + \frac{x}{1} \cdot 1.5$$

$$\frac{6^2 \cdot S}{5^2} = \frac{11 \cdot x}{5}$$

$$x = \frac{6^2 \cdot S}{5^2 \cdot 11} = \frac{36S}{55}$$

Дата Сумма долга

221	S
21	1,2 · S
21	S
22	1,2 · S
23	1,2 · S
24	1,2 · S
25	1,2 · S - x
26	1,2 · (1,2 · S - x) = 1,2^2 · S - 1,2 · x

① О.С.В. < 7

$$3 \cdot 0,2 \cdot S + 2 \cdot x < 7$$

$$3 \cdot \frac{1}{5} S + 2 \cdot \frac{36S}{55} < 7$$

$$\frac{33 \cdot S + 72 \cdot S}{55} < 7$$

$$\frac{105}{55} \cdot S < 7 \quad | : \frac{105}{55}$$

$$S < \frac{7 \cdot 55}{105} = 4 \frac{1}{3}$$

$$S < 3 \frac{2}{3}$$

Итого цел. = 3

Ответ: 3 млн.

**ИСТОЧНИКИ**

- ГПР (старый банк)
- ГПР (новый банк)
- Ященко 2022 (50 вар)
- Ященко 2022 (36 вар)
- Ященко 2021 (36 вар)
- Ященко 2020 (14 вар)
- Ященко 2020 (36 вар)
- Ященко 2020 (36 вар)
- Ященко 2019 (36 вар)
- Стиль Град 07.02.2018
- Стиль Град 20.12.2016

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2





**17** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основаниям. Из точки  $A$  на сторону  $CD$  опустили перпендикуляр  $AH$ . На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$  так, что прямые  $CD$  и  $CE$  перпендикулярны.

а) Докажите, что прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.  
 б) Найдите отношение  $BH$  к  $ED$ , если  $\angle BCD = 120^\circ$ .

*Решение:*

а) Пусть  $AB \perp CD$ .  
 $\triangle OBI \sim \triangle OED$  по 2 углам.  
 $\frac{BI}{ED} = k = \frac{OB}{OE}$ , где  $k$  - коэффициент подобия  $\triangle OBI$ .

б) Пусть  $OB = x$ .  
 $\triangle OBC$ :  
 $\sin 60^\circ = \frac{x}{OC}$   
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{OC}$   
 $OC = \frac{2x}{\sqrt{3}}$

②  $\triangle OEC$ :  
 $\cos 30^\circ = \frac{2x}{\sqrt{3} \cdot OE}$   
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2x}{\sqrt{3} \cdot OE}$   
 $OE = \frac{4x}{3}$

Найдем  $\frac{OB}{OE} = \frac{x}{\frac{4x}{3}} = \frac{3}{4} = \frac{BI}{ED}$

**Ответ:**  $\frac{3}{4}$

**ИСТОЧНИКИ**

ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Основная волна (Резерв) 2024  
 Основная волна 2016  
 Сергеев 2018  
 Яценко 2018

**ПРИЗНАК ПОДОБИЯ**

По двум различным углам

**ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ**

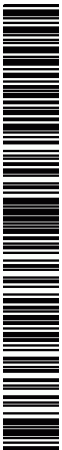
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

**СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ**

Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	3
Получен обоснованный ответ в пункте $b$ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3





**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$  имеет ровно три различных корня.

**ИСТОЧНИКИ**  
 ЕГЭ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)  
 Основная волна (Резерв) 2022  
 Основная волна 2016

①  $x^2 + ax + 1 \geq 0$   
 ②  $\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = (x^2 + ax + 1)^2$

Решим ур-е ②:  
 $3x^2 + 2a \cdot x + 1 = x^4 + 2 \cdot x^2 \cdot (ax + 1) + (ax + 1)^2$   
 $3x^2 + 2a \cdot x + 1 = x^4 + 2a \cdot x^3 + 2x^2 + a^2 \cdot x^2 + 2a \cdot x + 1$   
 $x^4 + 2a \cdot x^3 + a^2 \cdot x^2 - x^2 = 0$   
 $x^2 \cdot (x^2 + 2a \cdot x + a^2 - 1) = 0$   
 $x^2 = 0 \quad x^2 + 2a \cdot x + a^2 - 1 = 0$   
 $x = 0 \quad (x+a)^2 - 1^2 = 0$   
 $\quad \quad (x+a-1)(x+a+1) = 0$   
 $\quad \quad x = 1-a \quad x = -1-a$

Чтобы все три корня были различны, нужно:

$$\begin{cases} 1-a \neq 0 \\ -1-a \neq 0 \\ 1-a \neq -1-a \end{cases}$$

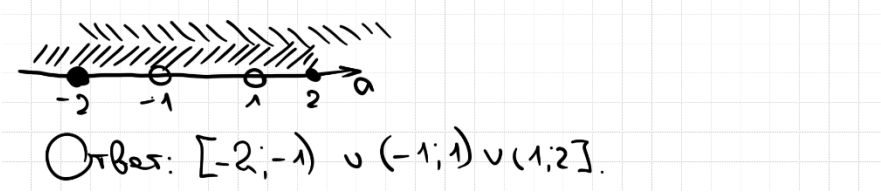
$$\begin{cases} a \neq 1 \\ a \neq -1 \\ 0 \cdot a \neq -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a \neq \pm 1$

Найдем при каких  $a$  найденные три корня ур-ва верны

$x=0$	$x=1-a$	$x=-1-a$
$0^2 + a \cdot 0 + 1 \geq 0$	$(1-a)^2 + a \cdot (1-a) + 1 \geq 0$	$(-1-a)^2 + a \cdot (-1-a) + 1 \geq 0$
$1 \geq 0$	$1 - 2a + a^2 + a - a^2 + 1 \geq 0$	$1 + 2a + a^2 - a - a^2 + 1 \geq 0$
$a \geq -1$	$2 \geq a$	$2 \geq a$
$a \geq -1$	$a \leq 2$	$a \geq -2$

Найдем  $\begin{cases} a \neq \pm 1 \\ a \leq 2 \\ a \geq -2 \end{cases}$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4



- 19** а) Существуют ли натуральные числа  $m$  и  $n$ , такие, что дискриминант квадратного трёхчлена  $x^2 + mx + n$  равен 33?  
 б) Существуют ли натуральные числа  $m$  и  $n$ , такие, что дискриминант квадратного трёхчлена  $x^2 + mx + n$  равен 26?  
 в) Какое наименьшее значение принимает дискриминант  $D$  квадратного трёхчлена  $x^2 + (5m + n)x + (8n + m)$ , если известно, что числа  $m$ ,  $n$  и  $D$  – натуральные?

**ИСТОЧНИКИ**  
 Основная волна (Резерв) 2020

а)  $D = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot n = 33$   
 $m^2 = 33 + 4 \cdot n$   
 При  $m=7$   
 $n=1$   $49 = 33 + 4 \cdot 1$  ✓  
 Ответ: а) да;  $n=1$ .

б)  $D = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot n = 26$   
 $m^2 = 26 + 4 \cdot n$   
 1) Заметим, что правая часть ур-я четна при любом  $n$   
 $\Rightarrow m$  должно быть четным  
 2) ИО если  $m$  – четное, то  $m^2$  кратно 4, а правая часть ур-я не кратно 4, значит ра-во невозможна.  
 Ответ: б) нет.

в)  $D = (5m + n)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (8n + m) =$   
 $= 25m^2 + 10mn + n^2 - 32n - 4m =$   
 $= (5m)^2 + 2 \cdot 5m \cdot n + (n - 2)^2 - 25n - 4m =$   
 $= (5m)^2 + 2 \cdot 5m \cdot (n - 2) + (n - 2)^2 + 16(n - 2) - 25n - 4m =$   
 $= (5m + (n - 2))^2 + 16n - 25n - 4m =$   
 $= (5m + n - 2)^2 - 9n - 4m$

Если  $n=1$ , то  $D = (n-1)^2 - 100$   
 $D = (n-1)^2 - 100$   
 $D = (n-1-10)(n-1+10)$   
 $D = (n-11)(n+9)$

На графике найдем наименьшее значение функции  $D$

Если  $n=1$ , то  $D=0$  (не подходит)  
 Если  $n < 1$ , то это не целое по условию  
 Если  $n < 2$ , то  $D < 0$  (не подходит)  
 Если  $n=2$ , то  $D=21$   
 $n=3$   $D=44$   
 $n \geq 3$   $D \geq 44$   
 $n=1$

Если  $n \geq 2$ , то  $D \geq 56$   
 $D \geq 21$

2) Попробем, что  $D=21$  не подходит  
 $n=1$   
 $n=2$   
 $x^2 + (5+2n)x + (8n+1) =$   
 $x^2 + 2 \cdot 2x + 17 =$   
 $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 17 = 21$  ✓  
 Ответ: в) 21

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4