



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 9 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

---

1. У Пети, Васи и Толи в тетрадях было записано одно и то же десятизначное число. Каждый стёр несколько цифр в своей тетради. У Пети получилось число 12436, у Васи — 3578. Могло ли у Толи получиться число 9510?

2. Найдите все тройки ненулевых чисел  $x, y, z$ , каждое из которых в 3 раза меньше суммы чисел, обратных к двум другим.

3. В трапеции  $ABCD$  диагональ  $BD$  равна основанию  $AD$ , а также  $\angle A = 2\angle D$  и  $AB = 2BC$ . Докажите, что  $\angle ACD = 90^\circ$ .

4. Клетчатый прямоугольник периметра  $p$  удалось разрезать на 100 клетчатых прямоугольников, никакие два из которых не равны. У каждого из них есть сторона длины 2. Найдите наименьшее возможное значение  $p$ . Прямоугольники, которые отличаются поворотом, считаются одинаковыми.

5. В бесконечной возрастающей последовательности  $a_1, a_2, \dots$  натуральных чисел любые два соседних числа отличаются не более чем на миллион. Верно ли, что можно выбрать миллион членов этой последовательности так, чтобы их наибольший общий делитель был больше миллиона?

---

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите* ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [olymp.academtalant.ru](http://olymp.academtalant.ru)



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 9 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

---

1. У Полины, Вари и Таи в тетрадях было записано одно и то же десятизначное число. Каждая стёрла несколько цифр в своей тетради. У Полины получилось число 34962, у Вари — 9785. Могло ли у Таи получиться число 1730?

2. Найдите все тройки ненулевых чисел  $a, b, c$ , каждое из которых в 5 раз меньше суммы чисел, обратных к двум другим.

3. В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $BC$  перпендикулярна диагонали  $BD$ ,  $\angle C = \frac{1}{2}\angle D$  и  $AB = \frac{1}{2}AD$ . Докажите, что  $AC = CD$ .

4. Из двухсот клетчатых прямоугольничков, никакие два из которых не равны, сложили прямоугольник периметра  $x$ . Известно, что у каждого прямоугольничка есть сторона длины 2. При каком наименьшем значении  $x$  такое могло случиться? Прямоугольники, которые отличаются поворотом, считаются одинаковыми.

5. Дана бесконечная возрастающая последовательность  $x_1, x_2, \dots$ , состоящая из натуральных чисел. Любые два соседних числа в этой последовательности отличаются не более чем на 20 000. Обязательно ли в этой последовательности найдутся 20 000 членов, наибольший общий делитель которых больше, чем 20 000?

---

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите* ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [olymp.academtalant.ru](http://olymp.academtalant.ru)

## Критерии проверки работ 9 класса

Каждая задача оценивалась из 2 баллов.

Граница прохода на региональную олимпиаду: 7 баллов. По итогам показа она может быть понижена до 6 баллов.

Граница прохода на городскую олимпиаду: 6 баллов.

*Показ работ 9 класса будет производиться во вторник, 17 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).*

**1.** Используется без пояснений, что цифры в числе не повторяются: не более 1 балла.

**2.** Неверный ответ: не более 1 балла.

Доказано, что все числа равны: 1 балл.

Верный ответ: 1 балл.

**3.** Доказано, что середина боковой стороны трапеции и три ее вершины лежат на одной окружности: 1 балл.

Задача сведена к доказательству того, что середина боковой стороны трапеции и три ее вершины лежат на одной окружности: 1 балл.

**4.** Только ответ: 0 баллов.

Только пример: 0 баллов.

Ответ и пример: 1 балл.

Только оценка: 1 балл.

Оценка только для случая, когда использованы 200 минимальных по площади прямоугольников: 0 баллов за оценку.

**5.** Нет специальных критериев.

---

## Критерии проверки работ 9 класса

Каждая задача оценивалась из 2 баллов.

Граница прохода на региональную олимпиаду: 7 баллов. По итогам показа она может быть понижена до 6 баллов.

Граница прохода на городскую олимпиаду: 6 баллов.

*Показ работ 9 класса будет производиться во вторник, 17 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).*

**1.** Используется без пояснений, что цифры в числе не повторяются: не более 1 балла.

**2.** Неверный ответ: не более 1 балла.

Доказано, что все числа равны: 1 балл.

Верный ответ: 1 балл.

**3.** Доказано, что середина боковой стороны трапеции и три ее вершины лежат на одной окружности: 1 балл.

Задача сведена к доказательству того, что середина боковой стороны трапеции и три ее вершины лежат на одной окружности: 1 балл.

**4.** Только ответ: 0 баллов.

Только пример: 0 баллов.

Ответ и пример: 1 балл.

Только оценка: 1 балл.

Оценка только для случая, когда использованы 200 минимальных по площади прямоугольников: 0 баллов за оценку.

**5.** Нет специальных критериев.