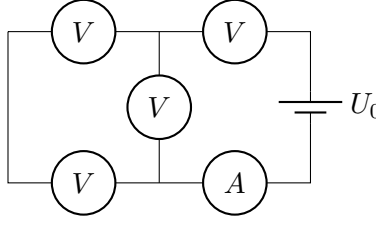


| | | |
|---|--|--|
| 1 | <p>Два друга — Андрюша и Боря — любят стрелять из рогатки. Андрюша стоит на горизонтальной поверхности земли, а Боря забрался на крышу дома, которую Андрюша видит под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Одновременно ребята выстрелили камешками из рогаток так, что начальные скорости камешков мальчиков были направлены строго друг на друга. Известно, что через время $\tau = 1,5$ с снаряды столкнулись, причём это произошло ровно в момент падения каждого из них на поверхность земли.</p> <p>Начальная скорость камня Андрюши в $n = 3$ раза больше, чем у Бори. Определите расстояние между друзьями, измеренное по прямой. Рост ребят можно не учитывать, а сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².</p> | |
| 2 | <p>В комнате Арсения стоит сосуд с водой, дно которого горизонтально. Внутри него стоит однородный кубик с ребром a, сделанный из неизвестного металла. Он полностью погружён в воду. Грани куба качественно отшлифованы, поэтому вода под его основание не подтекает. Чтобы оторвать куб от дна, Арсению нужно приложить вертикальную силу F_1, а чтобы медленно и равномерно его поднимать — вертикальную силу F_2. Ускорение свободного падения g, плотность воды ρ_0.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определите плотность ρ металла. 2. Чему равна начальная глубина h погружения верхней грани куба? | |
| 3 | <p>На рисунке изображена электрическая цепь, состоящая из четырёх одинаковых вольтметров, идеального микроамперметра и источника постоянного напряжения. Известно, что показания микроамперметра составляют $I = 3$ мкА, а наименьшее из показаний вольтметров равно $V = 1$ В. Определите:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Внутреннее сопротивление вольтметров R. 2. Напряжение источника U_0. |  |
| 4 | <p>В цилиндрический стакан постоянного сечения налили $M_b = 150$ г воды при температуре $T_1 = 80^\circ\text{C}$ и построили график зависимости температуры его содержимого от времени (см. график на отдельном листе).</p> <p>После окончания эксперимента старую воду вылили и снова заполнили стакан водой той же массы M_b при той же температуре T_1, после чего в него забросили кубик льда массы $m_d = 5,9$ г при температуре $T_2 = 0^\circ\text{C}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какой будет температура содержимого стакана сразу после установления в нем теплового равновесия? 2. Через какое время содержимое стакана достигнет температуры $T_3 = 53^\circ\text{C}$? <p>Теплоёмкостью стакана пренебречь. Считайте, что тепловое равновесие внутри стакана устанавливается мгновенно, а мощность теплообмена с окружающей средой пропорциональна высоте уровня жидкости и разности температур по разные стороны от стенки стакана $P_{\text{пот}} = \chi(T - T_0)h$. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Неизвестная температура T_0 окружающей среды в течение всего времени поддерживалась постоянной. Стакан достаточно высокий — вода из него ни в какой момент времени не выливается.</p> | |
| 5 | <p>Сонар — это прибор, который позволяет измерять расстояния до препятствий. Он испускает узконаправленный звуковой сигнал, а затем улавливает отражённый от преграды звук. Сонар измеряет время, прошедшее между испусканием и приёмом сигнала. Встроенный процессор умножает половину этого времени на скорость звука в воздухе и так определяет расстояние до препятствия.</p> <p>Квадрокоптер, оснащённый сонаром, висит неподвижно в трюме корабля. Трюм имеет форму прямоугольного параллелепипеда шириной $A = 6$ м, длиной $B = 5$ м и высотой $H = 3$ м. Квадрокоптер запрограммирован парить так, чтобы расстояние до пола было втрое меньше, чем расстояние до потолка. Эти расстояния он измеряет с помощью сонара. В днище корабля возникает небольшая пробоина, и трюм начинает заполнять вода со скоростью 2 литр в секунду. Через какое время квадрокоптер утонет?</p> <p>Скорости звука в воздухе $v_{\text{возд}} = 343$ м/с, в воде $v_{\text{вод}} = 1450$ м/с. Считайте, что сигналы сонара без отражения проходят через границу воды и воздуха. Повторные отражения не учитывайте.</p> | |

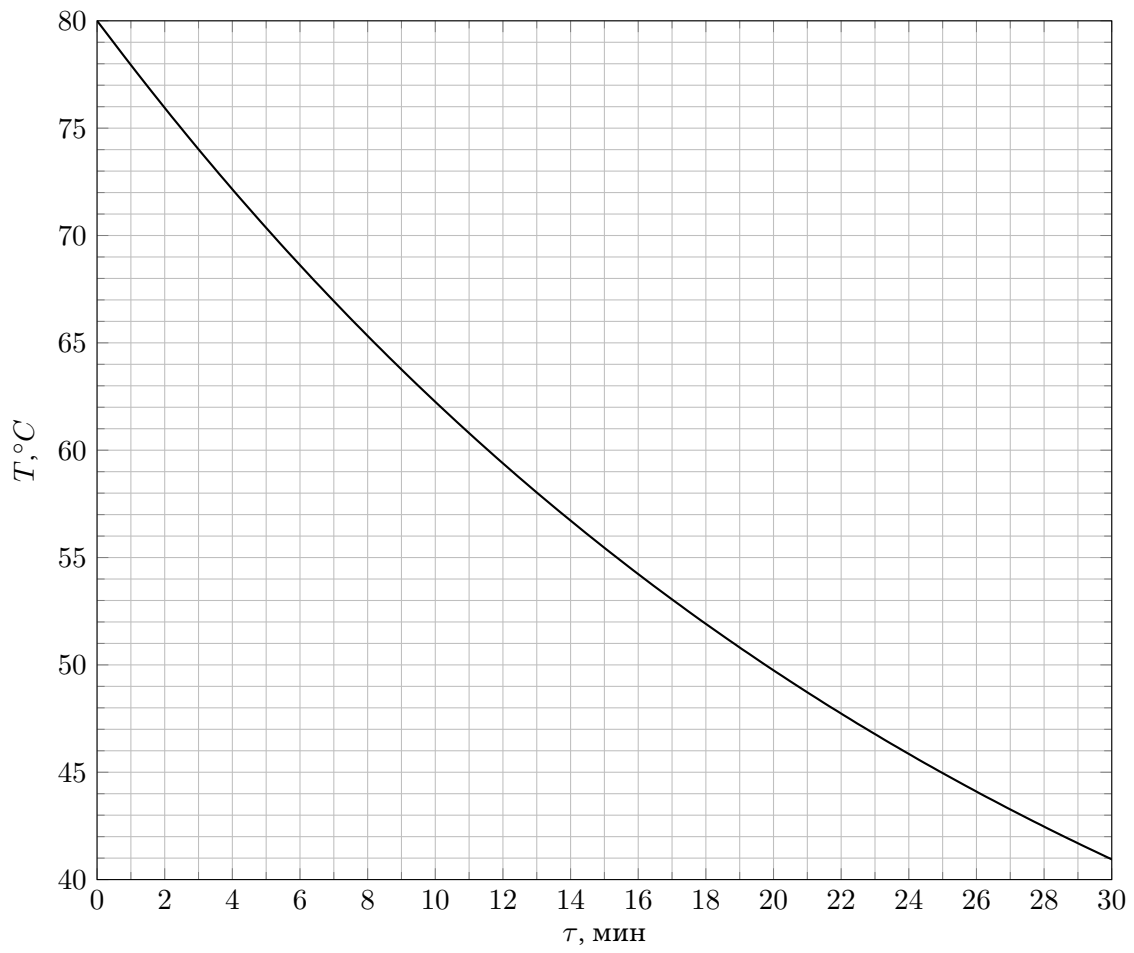
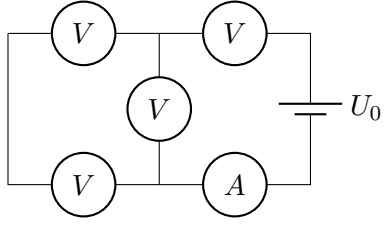


Рисунок. График к задаче 4 (вариант 1)

Сдайте этот лист вместе с работой!

| | | |
|---|--|--|
| 1 | <p>Два друга – Алёша и Богдан – любят стрелять из рогатки. Алёша стоит на горизонтальной поверхности земли, а Богдан забрался на крышу дома, которую Алёша видит под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Одновременно ребята выстрелили камешками из рогаток так, что начальные скорости камешков мальчиков были направлены строго друг на друга. Известно, что через время $\tau = 2,0$ с снаряды столкнулись, причём это произошло ровно в момент падения каждого из них на поверхность земли.</p> <p>Начальная скорость камня Алёши в $n = 2$ раза больше, чем у Богдана. Определите расстояние между друзьями, измеренное по прямой. Рост ребят можно не учитывать, а сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².</p> | |
| 2 | <p>В комнате Арсения стоит сосуд с водой, дно которого горизонтально. Внутри него стоит однородный кубик с ребром a, сделанный из неизвестного металла. Он полностью погружён в воду. Грани куба качественно отшлифованы, поэтому вода под его основание не подтекает. Нижняя грань кубика находится на глубине h. Арсений оторвал куб от дна, после чего стал медленно и равномерно поднимать, прикладывая силу F, направленную вертикально вверх. Ускорение свободного падения g, плотность воды ρ_0.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определите плотность ρ металла. 2. Какую минимальную силу F_0 пришлось приложить Арсению, чтобы оторвать кубик от дна? | |
| 3 | <p>На рисунке изображена электрическая цепь, состоящая из четырёх одинаковых вольтметров, идеального микроамперметра и источника постоянного напряжения. Известно, что показания микроамперметра составляют $I = 6$ мкА, а наименьшее из показаний вольтметров равно $V = 2$ В. Определите:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Внутреннее сопротивление вольтметров R. 2. Напряжение источника U_0. |  |
| 4 | <p>В цилиндрический стакан постоянного сечения налили $M_B = 250$ г воды при температуре $T_1 = 90^\circ\text{C}$ и построили график зависимости температуры его содержимого от времени (см. график на отдельном листе).</p> <p>После окончания эксперимента старую воду вылили и снова заполнили стакан водой той же массы M_B при той же температуре T_1, после чего в него забросили кубик льда массы $m_{\text{л}} = 10,8$ г при температуре $T_2 = 0^\circ\text{C}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какой будет температура содержимого стакана сразу после установления в нем теплового равновесия? 2. Через какое время содержимое стакана достигнет температуры $T_3 = 58^\circ\text{C}$? <p>Теплоёмкостью стакана пренебречь. Считайте, что тепловое равновесие внутри стакана устанавливается мгновенно, а мощность теплообмена с окружающей средой пропорциональна высоте уровня жидкости и разности температур по разные стороны от стенки стакана $P_{\text{пот}} = \chi(T - T_0)h$. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Неизвестная температура T_0 окружающей среды в течение всего времени поддерживалась постоянной. Стакан достаточно высокий – вода из него ни в какой момент времени не выливается.</p> | |
| 5 | <p>Сонар – это прибор, который позволяет измерять расстояния до препятствий. Он испускает узконаправленный звуковой сигнал, а затем улавливает отражённый от преграды звук. Сонар измеряет время, прошедшее между испусканием и приёмом сигнала. Встроенный процессор умножает половину этого времени на скорость звука в воздухе и так определяет расстояние до препятствия.</p> <p>Квадрокоптер, оснащённый сонаром, висит неподвижно в трюме корабля. Трюм имеет форму прямоугольного параллелепипеда шириной $A = 4$ м, длиной $B = 4$ м и высотой $H = 4$ м. Квадрокоптер запрограммирован парить так, чтобы расстояние до пола было вчетверо меньше, чем расстояние до потолка. Эти расстояния он измеряет с помощью сонара. В днище корабля возникает небольшая пробоина, и трюм начинает заполнять вода со скоростью 2 литр в секунду. Через какое время квадрокоптер утонет?</p> <p>Скорости звука в воздухе $v_{\text{возд}} = 343$ м/с, в воде $v_{\text{вод}} = 1450$ м/с. Считайте, что сигналы сонара без отражения проходят через границу воды и воздуха. Повторные отражения не учитывайте.</p> | |

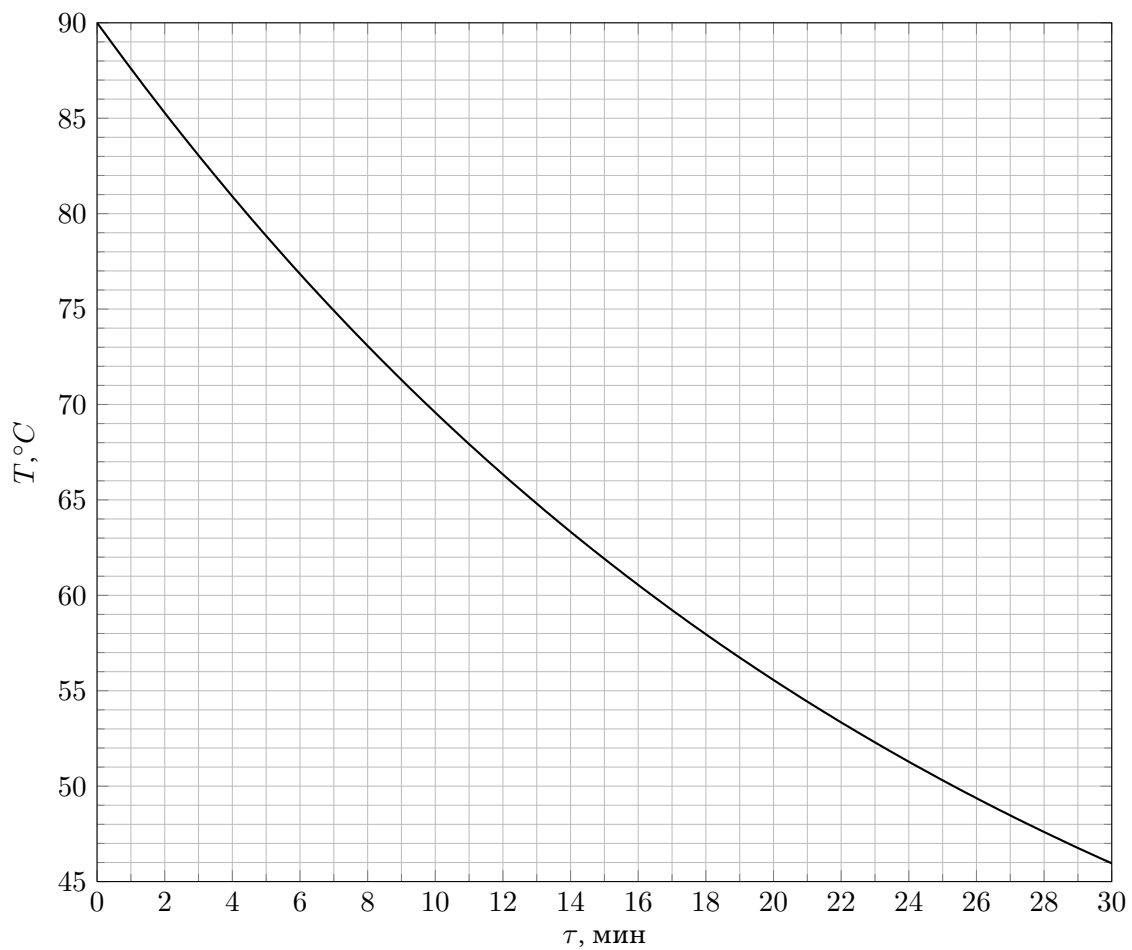


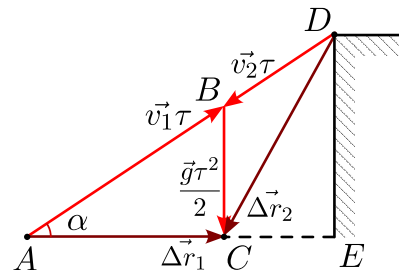
Рисунок. График к задаче 4 (вариант 2)

Сдайте этот лист вместе с работой!

Задача 1. Два друга

Первое решение. Наиболее коротко задача может быть решена векторным методом. Пусть \vec{v}_1, \vec{v}_2 — начальные скорости камней Андрияши и Бори соответственно. На рисунке изображён треугольник их перемещений. Действительно, перемещение тела за время t при равноускоренном движении с ускорением \vec{g} , начальной скоростью \vec{v}_0 равно

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}.$$



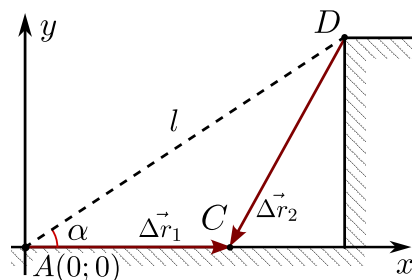
Заметим, что треугольники ABC и ADE подобны с коэффициентом $\frac{n}{n+1}$. Значит, высота сарая

$$h = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{g\tau^2}{2}.$$

Расстояние между мальчиками

$$l = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{g\tau^2}{2 \sin \alpha} = 30 \text{ м.}$$

Второе решение. Введём систему координат (см. рисунок). В момент выстрела Андрияша находился в точке $A(0; 0)$, а Боря — в точке $D(l \cos \alpha; l \sin \alpha)$. Пусть $C(x; y)$ — точка падения камней. Обозначим v — модуль начальной скорости камня Бори. Движение камней вдоль оси абсцисс равномерное, а вдоль оси ординат равноускоренно, причём проекция ускорения на ось y равна $-g$. Таким образом,



$$x = nv\tau \cos \alpha, \quad y = nv\tau \sin \alpha - \frac{g\tau^2}{2};$$

$$x = l \cos \alpha - v\tau \cos \alpha, \quad y = l \sin \alpha - v\tau \sin \alpha - \frac{g\tau^2}{2}.$$

Приравняв уравнения движения вдоль оси абсцисс, получим:

$$v = \frac{l}{(n+1)\tau}.$$

Заметим, что точка C находится на прямой абсцисс, значит, $y = 0$. Таким образом,

$$\frac{nl \sin \alpha}{n+1} = \frac{g\tau^2}{2} \Leftrightarrow l = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{g\tau^2}{2 \sin \alpha} = 30 \text{ м.}$$

Ответ: $l = 30 \text{ м.}$

Задача 2. Кубик под водой

Пусть $m = \rho V = \rho a^3$ — масса кубика. Для начала рассмотрим процесс его равномерного подъёма. Движение осуществляется под действием силы тяжести $m\vec{g}$, силы Архимеда \vec{F}_A ($F_A = \rho_0 g V$) и силы \vec{F}_2 . Согласно второму закону Ньютона,

$$m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_2 = \vec{0}.$$

В проекции на вертикальную ось

$$-mg + F_A + F_2 = 0 \Leftrightarrow -\rho g V + \rho_0 g V + F_2 = 0,$$

откуда находим плотность металла

$$\rho = \rho_0 + \frac{F_2}{ga^3}.$$

Теперь рассмотрим момент отрыва кубика от дна. Поскольку вода под его основание не подтекает, силу Архимеда нельзя вычислять по указанной выше формуле. Вместо этого воспользуемся общим подходом: найдём силу гидростатического давления воды на куб. Силы, действующие на боковые грани, в силу симметрии компенсируют друг друга. Сила давления на верхнюю грань направлена вниз и равна

$$F_{\text{д}} = pS = \rho_0 g h a^2,$$

где $p = \rho_0 g h$ — давление воды на глубине h . Применим второй закон Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{д}} + \vec{F}_1 = \vec{0}.$$

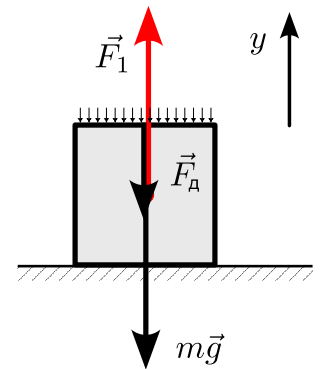
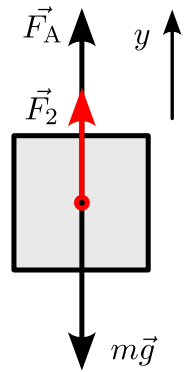
В проекции на вертикальную ось

$$-mg - F_{\text{д}} + F_1 = 0 \Leftrightarrow -\rho g a^3 - \rho_0 g h a^2 + F_1 = 0,$$

откуда находим искомую глубину

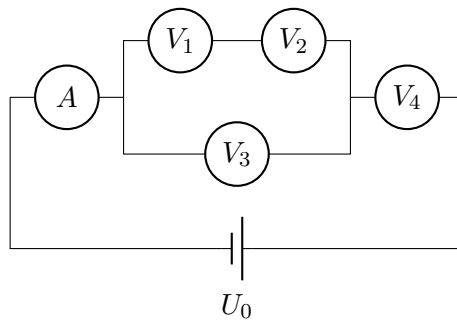
$$h = -a \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{F_1}{\rho_0 g a^2} = \frac{F_1 - F_2}{\rho_0 g a^2} - a.$$

Ответ: 1. $\rho = \rho_0 + \frac{F_2}{ga^3}$. 2. $h = \frac{F_1 - F_2}{\rho_0 g a^2} - a$.



Задача 3. Цепь из измерительных приборов

Поскольку в цепи течёт ток, вольтметры не являются идеальными. Пронумеруем вольтметры. Заметим, что исходная схема эквивалентная следующей:



Показания вольтметров V_1 и V_2 равны, причём их сумма равна падению напряжения на вольтметре V_3 по закону параллельного соединения. Значит, $V_1 = V_2 < V_3$. Поскольку $I_3 < I_4$ (так обозначены токи, текущие через вольтметры), то $V_3 = I_3 R < I_4 R = V_4$. Именно в этом месте мы воспользовались идентичностью вольтметров.

Таким образом, минимальные показания у первого и второго вольтметров: $V_1 = V_2 = V$.

В силу указанных выше соотношений, $V_3 = 2V$. Найдём показания четвёртого вольтметра, используя соотношение между токами $I_2 + I_3 = I_4$:

$$V_4 = IR = (I_2 + I_3) R = V_2 + V_3 = 3V.$$

Таким образом,

$$R = \frac{3V}{I} = 1 \text{ МОм.}$$

Напряжение источника

$$U_0 = V_3 + V_4 = 5V = 5 \text{ В.}$$

Ответ: 1. $R = 1 \text{ МОм}$. 2. $U_0 = 5 \text{ В}$.

Задача 4. Вода в стакане

Сначала определим температуру воды после таяния льда. Записываем уравнение теплового баланса:

$$M_{\text{в}}c(T_1 - T_*) = m_{\text{л}}\lambda + m_{\text{л}}c(T_* - T_2),$$

откуда после преобразований получаем:

$$T_* = \frac{M_{\text{в}}cT_1 + m_{\text{л}}cT_2 - m_{\text{л}}\lambda}{(M_{\text{в}} + m_{\text{л}})c} \approx 74^\circ\text{C}.$$

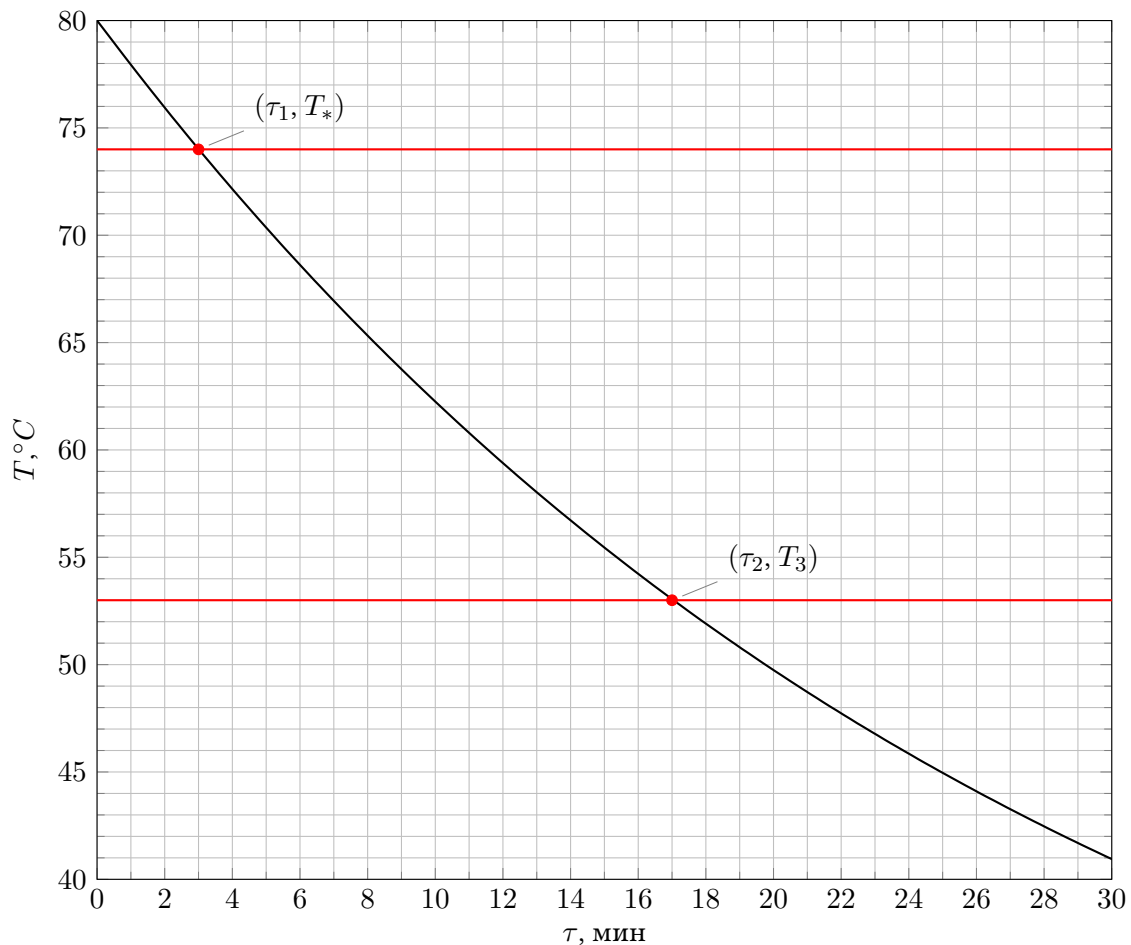
Запишем теперь количество теплоты, которое уходит из стакана за малое время $\Delta\tau$ и приравняем его количеству теплоты, выделяющемуся при охлаждении содержимого стакана, находящегося при температуре T , на величину $|\Delta T|$:

$$\chi h(T - T_0)\Delta\tau = -c\rho Sh\Delta T,$$

где ρ — плотность воды, S — площадь сечения стакана, h — уровень воды в нем, а знак *минус* появился, поскольку вода в стакане остывает. Сокращая на величину h получаем следующую пропорциональность:

$$\frac{\Delta T}{\Delta\tau} \propto T - T_0.$$

Здесь мы учли, что площадь сечения стакана, плотность и удельная теплоёмкость воды, а также коэффициент χ — постоянные величины. Таким образом, зависимость температуры содержимого от времени подчиняется одному и тому же уравнению вне зависимости от количества воды в стакане, а значит мы можем использовать приведенный график для определения температуры воды (отсчитывая время от точки на графике, соответствующей температуре T_*).



Из графика получаем $\tau_1 = 3$ мин, $\tau_2 = 17$ мин. Окончательный ответ $\Delta\tau = 14$ мин.

Ответ: 1. $T_* = 74^\circ\text{C}$. 2. $\Delta\tau = 14$ мин.

Задача 5. Слепой коптер

Пусть помещение заполнено водой до высоты h , а коптер в этот момент находится на высоте y .

Первое решение. Сигналы, отправленные сонаром в направлении потолка и пола комнаты, вернутся спустя время

$$\tau_1 = \frac{2(H - y)}{v_{\text{возд}}} \quad \text{и} \quad \tau_2 = \frac{2(y - h)}{v_{\text{возд}}} + \frac{2h}{v_{\text{вод}}}$$

соответственно. Поскольку среда коптера — воздух, измеренные сонаром расстояния l_1 и l_2 до потолка и пола соответственно, находятся следующим образом:

$$\tau_1 = \frac{2l_1}{v_{\text{возд}}}, \quad \tau_2 = \frac{2l_2}{v_{\text{возд}}},$$

$$l_1 = H - y, \quad l_2 = y - h + h \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}.$$

Коптер запрограммирован таким образом, чтобы поддерживать расстояние до потолка большим расстояния до пола в $k = 3$ раз, поэтому

$$l_1 = kl_2.$$

В момент погружения коптера в воду $y = h$, поэтому

$$H - h = kh \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \Leftrightarrow h = \frac{H}{1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}}.$$

Поскольку $q = 2 \text{ л/с}$ — объёмный расход воды, то $u = \frac{q}{AB}$ — скорость заполнения комнаты водой. Значит, искомое время:

$$t = \frac{HAB}{q \left(1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}\right)} = 7,3 \text{ ч.}$$

Второе решение. На полу растёт плоскопараллельная пластинка из воды, через которую коптер слышит пол так, как если бы он находился к нему ближе. Насколько ближе?

Сонар измеряет расстояние, засекая время до возвращения звукового импульса и умножает его половину на скорость звука в среде. Среда коптера — воздух. Коптер будет считать себя находящимся на высоте

$$z = v_{\text{возд}} \left(\frac{y - h}{v_{\text{возд}}} + \frac{h}{v_{\text{вод}}} \right) = y - h \left(1 - \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right).$$

Данное мнимое расстояние благодаря программе коптера будет связано с расстоянием до потолка ($k = 3$):

$$kz = H - y.$$

Следовательно, сам коптер находится на высоте

$$y = \frac{H + kh \left(1 - \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right)}{k + 1}.$$

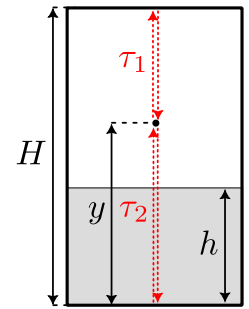
Коптер утонет, когда станет $y = h$, то есть

$$(k + 1)h = H + kh \left(1 - \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right) \Leftrightarrow h = H - kh \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \Leftrightarrow h = \frac{H}{1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}}.$$

Поскольку $q = 2 \text{ л/с}$ — объёмный расход воды, то $u = \frac{q}{AB}$ — скорость заполнения комнаты водой. Значит, искомое время:

$$t = \frac{HAB}{q \left(1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}\right)} = 7,3 \text{ ч.}$$

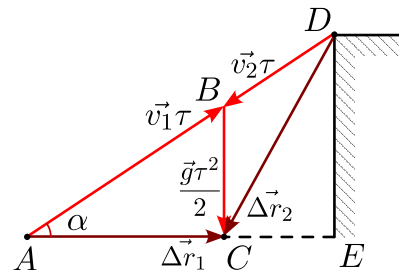
Ответ: $t = 7,3 \text{ ч.}$



Задача 1. Два друга

Первое решение. Наиболее коротко задача может быть решена векторным методом. Пусть \vec{v}_1, \vec{v}_2 — начальные скорости камней Алёши и Богдана соответственно. На рисунке изображён треугольник их перемещений. Действительно, перемещение тела за время t при равноускоренном движении с ускорением \vec{g} , начальной скоростью \vec{v}_0 равно

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}.$$



Заметим, что треугольники ABC и ADE подобны с коэффициентом $\frac{n}{n+1}$. Значит, высота сарая

$$h = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{g\tau^2}{2}.$$

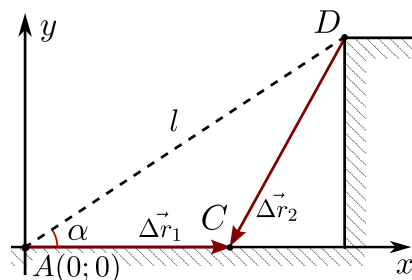
Расстояние между мальчиками

$$l = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{g\tau^2}{2 \sin \alpha} = 60 \text{ м.}$$

Второе решение. Введём систему координат (см. рисунок). В момент выстрела Алёша находился в точке $A(0; 0)$, а Богдан — в точке $D(l \cos \alpha; l \sin \alpha)$. Пусть $C(x; y)$ — точка падения камней. Обозначим v — модуль начальной скорости камня Богдана. Движение камней вдоль оси абсцисс равномерное, а вдоль оси ординат равноускоренно, причём проекция ускорения на ось y равна $-g$. Таким образом,

$$x = nv\tau \cos \alpha, \quad y = nv\tau \sin \alpha - \frac{g\tau^2}{2};$$

$$x = l \cos \alpha - v\tau \cos \alpha, \quad y = l \sin \alpha - v\tau \sin \alpha - \frac{g\tau^2}{2}.$$



Приравняв уравнения движения вдоль оси абсцисс, получим:

$$v = \frac{l}{(n+1)\tau}.$$

Заметим, что точка C находится на прямой абсцисс, значит, $y = 0$. Таким образом,

$$\frac{nl \sin \alpha}{n+1} = \frac{g\tau^2}{2} \Leftrightarrow l = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{g\tau^2}{2 \sin \alpha} = 60 \text{ м.}$$

Ответ: $l = 60 \text{ м.}$

Задача 2. Кубик под водой

Пусть $m = \rho V = \rho a^3$ – масса кубика. Рассмотрим процесс его равномерного подъёма. Движение осуществляется под действием силы тяжести $m\vec{g}$, силы Архимеда \vec{F}_A ($F_A = \rho_0 g V$) и силы \vec{F} . Согласно второму закону Ньютона,

$$m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F} = \vec{0}.$$

В проекции на вертикальную ось

$$-mg + F_A + F = 0 \Leftrightarrow -\rho g V + \rho_0 g V + F = 0,$$

откуда находим плотность металла

$$\rho = \rho_0 + \frac{F}{ga^3}.$$

Теперь рассмотрим момент отрыва кубика от дна. Поскольку вода под его основание не подтекает, силу Архимеда нельзя вычислять по указанной выше формуле. Вместо этого воспользуемся общим подходом: найдём силу гидростатического давления воды на куб. Силы, действующие на боковые грани, в силу симметрии компенсируют друг друга. Сила давления на верхнюю грань направлена вниз и равна

$$F_{\text{д}} = pS = \rho_0 g(h - a)a^2,$$

где $p = \rho_0 g(h - a)$ – давление воды на глубине $h - a$. Применим второй закон Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{д}} + \vec{F}_0 = \vec{0}.$$

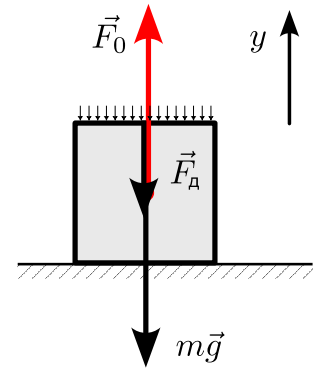
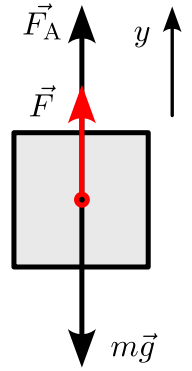
В проекции на вертикальную ось

$$-mg - F_{\text{д}} + F_0 = 0 \Leftrightarrow -\rho ga^3 - \rho_0 g(h - a)a^2 + F_0 = 0,$$

откуда находим искомую силу

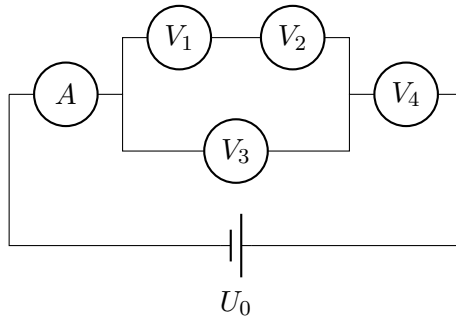
$$F_0 = F + \rho_0 ga^2 h.$$

Ответ: 1. $\rho = \rho_0 + \frac{F}{ga^3}$. 2. $F_0 = F + \rho_0 ga^2 h$.



Задача 3. Цепь из измерительных приборов

Поскольку в цепи течёт ток, вольтметры не являются идеальными. Пронумеруем вольтметры. Заметим, что исходная схема эквивалентная следующей:



Показания вольтметров V_1 и V_2 равны, причём их сумма равна падению напряжения на вольтметре V_3 по закону параллельного соединения. Значит, $V_1 = V_2 < V_3$. Поскольку $I_3 < I_4$ (так обозначены токи, текущие через вольтметры), то $V_3 = I_3 R < I_4 R = V_4$. Именно в этом месте мы воспользовались идентичностью вольтметров.

Таким образом, минимальные показания у первого и второго вольтметров: $V_1 = V_2 = V$.

В силу указанных выше соотношений, $V_3 = 2V$. Найдём показания четвёртого вольтметра, используя соотношение между токами $I_2 + I_3 = I_4$:

$$V_4 = IR = (I_2 + I_3) R = V_2 + V_3 = 3V.$$

Таким образом,

$$R = \frac{3V}{I} = 1 \text{ МОм.}$$

Напряжение источника

$$U_0 = V_3 + V_4 = 5V = 10 \text{ В.}$$

Ответ: 1. $R = 1 \text{ МОм}$. 2. $U_0 = 10 \text{ В}$.

Задача 4. Вода в стакане

Сначала определим температуру воды после таяния льда. Записываем уравнение теплового баланса:

$$M_{\text{в}}c(T_1 - T_*) = m_{\text{л}}\lambda + m_{\text{л}}c(T_* - T_2),$$

откуда после преобразований получаем:

$$T_* = \frac{M_{\text{в}}cT_1 + m_{\text{л}}cT_2 - m_{\text{л}}\lambda}{(M_{\text{в}} + m_{\text{л}})c} \approx 83^\circ\text{C}.$$

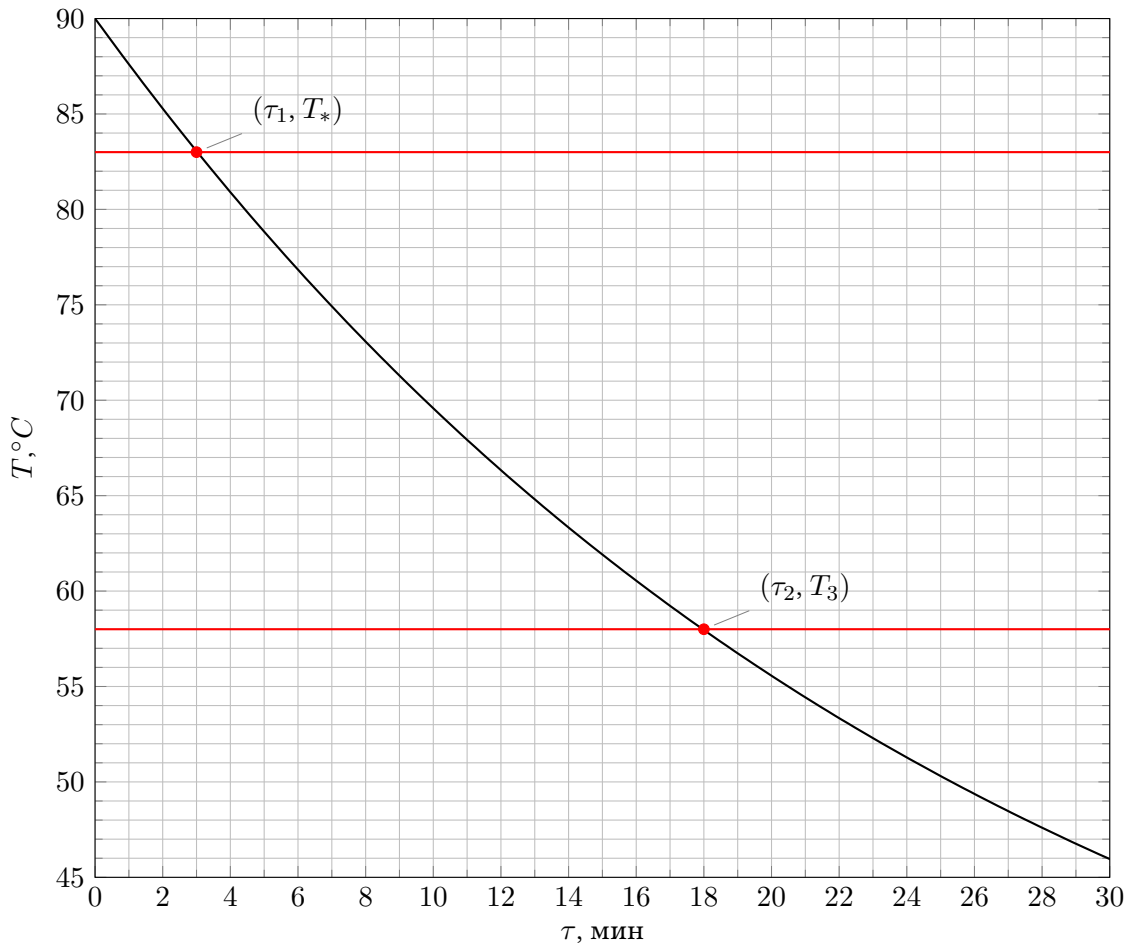
Запишем теперь количество теплоты, которое уходит из стакана за малое время $\Delta\tau$ и приравняем его количеству теплоты, выделяющемуся при охлаждении содержимого стакана, находящегося при температуре T , на величину $|\Delta T|$:

$$\chi h(T - T_0)\Delta\tau = -c\rho Sh\Delta T,$$

где ρ — плотность воды, S — площадь сечения стакана, h — уровень воды в нем, а знак *минус* появился, поскольку вода в стакане остывает. Сокращая на величину h получаем следующую пропорциональность:

$$\frac{\Delta T}{\Delta\tau} \propto T - T_0.$$

Здесь мы учли, что площадь сечения стакана, плотность и удельная теплоёмкость воды, а также коэффициент χ — постоянные величины. Таким образом, зависимость температуры содержимого от времени подчиняется одному и тому же уравнению вне зависимости от количества воды в стакане, а значит мы можем использовать приведенный график для определения температуры воды (отсчитывая время от точки на графике, соответствующей температуре T_*).



Из графика получаем $\tau_1 = 3$ мин, $\tau_2 = 18$ мин. Окончательный ответ $\Delta\tau = 15$ мин.

Ответ: 1. $T_* = 83^\circ\text{C}$. 2. $\Delta\tau = 15$ мин.

Задача 5. Слепой коптер

Пусть помещение заполнено водой до высоты h , а коптер в этот момент находится на высоте y .

Первое решение. Сигналы, отправленные сонаром в направлении потолка и пола комнаты, вернутся спустя время

$$\tau_1 = \frac{2(H - y)}{v_{\text{возд}}} \quad \text{и} \quad \tau_2 = \frac{2(y - h)}{v_{\text{возд}}} + \frac{2h}{v_{\text{вод}}}$$

соответственно. Поскольку среда коптера — воздух, измеренные сонаром расстояния l_1 и l_2 до потолка и пола соответственно, находятся следующим образом:

$$\tau_1 = \frac{2l_1}{v_{\text{возд}}}, \quad \tau_2 = \frac{2l_2}{v_{\text{возд}}},$$

$$l_1 = H - y, \quad l_2 = y - h + h \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}.$$

Коптер запрограммирован таким образом, чтобы поддерживать расстояние до потолка большим расстоянием до пола в $k = 4$ раз, поэтому

$$l_1 = kl_2.$$

В момент погружения коптера в воду $y = h$, поэтому

$$H - h = kh \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \Leftrightarrow h = \frac{H}{1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}}.$$

Поскольку $q = 2$ л/с — объёмный расход воды, то $u = \frac{q}{AB}$ — скорость заполнения комнаты водой. Значит, искомое время:

$$t = \frac{HAB}{q \left(1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right)} = 4,6 \text{ ч.}$$

Второе решение. На полу растёт плоскопараллельная пластинка из воды, через которую коптер слышит пол так, как если бы он находился к нему ближе. Насколько ближе?

Сонар измеряет расстояние, засекая время до возвращения звукового импульса и умножает его половину на скорость звука в среде. Среда коптера — воздух. Коптер будет считать себя находящимся на высоте

$$z = v_{\text{возд}} \left(\frac{y - h}{v_{\text{возд}}} + \frac{h}{v_{\text{вод}}} \right) = y - h \left(1 - \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right).$$

Данное мнимое расстояние благодаря программе коптера будет связано с расстоянием до потолка ($k = 4$)

$$kz = H - y.$$

Следовательно, сам коптер находится на высоте

$$y = \frac{H + kh \left(1 - \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right)}{k + 1}.$$

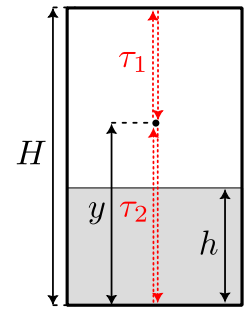
Коптер утонет, когда станет $y = h$, то есть

$$(k + 1)h = H + kh \left(1 - \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right) \Leftrightarrow h = H - kh \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \Leftrightarrow h = \frac{H}{1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}}}.$$

Поскольку $q = 2$ л/с — объёмный расход воды, то $u = \frac{q}{AB}$ — скорость заполнения комнаты водой. Значит, искомое время:

$$t = \frac{HAB}{q \left(1 + k \frac{v_{\text{возд}}}{v_{\text{вод}}} \right)} = 4,6 \text{ ч.}$$

Ответ: $t = 4,6$ ч.



Районный этап всероссийской олимпиады школьников по физике
в 2024/2025 учебном году в Санкт-Петербурге

Критерии оценивания

9 класс

1-й вариант

Задача 1

Баллы за методы М1 и М2 не суммируются.

| | | |
|------|--|-------|
| 1.1 | М1. Построен векторный треугольник перемещений для первого камня. | 1 |
| 1.2 | М1. Построен векторный треугольник перемещений для второго камня. | 1 |
| 1.3 | М1. Указано подобие треугольников (как в авторском решении либо аналогичных). | 2 |
| 1.4 | М1. Коэффициент подобия выражен через отношение скоростей. | 1 |
| 1.5 | М1. Правильно записано отношение подобия. | 2 |
| 1.6 | М2. Правильно записаны три уравнения движения камней в проекции на оси (по 1 баллу за каждое). | 3 × 1 |
| 1.7 | М2. Использовано равенство времён полёта камней. | 2 |
| 1.8 | М2. Система сведена к уравнению с одной неизвестной. | 2 |
| 1.9 | Использовано правильное соотношение между высотой сарая и расстоянием между мальчиками $h = l \sin \alpha$ (или аналогичное). | 1 |
| 1.10 | Получен правильный численный ответ $l = 30$ м. Примечание. Если получен правильный ответ в общем виде $l = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{gt^2}{2 \sin \alpha}$, но допущена вычислительная ошибка, ставить 1 балл. | 2 |

Задача 2

| | | |
|-----|--|---|
| 2.1 | Получено уравнение $-mg + F_A + F_2 = 0$ (или равносильное). | 2 |
| 2.2 | Правильный ответ для плотности: $\rho = \rho_0 + \frac{F_2}{ga^3}$. | 2 |
| 2.3 | Участник продемонстрировал понимание обстоятельства, что равнодействующая сил давления не будет равна силе Архимеда в обычном понимании при отрыве кубика. | 2 |
| 2.4 | Выражение для силы давления на верхнюю грань $F_d = \rho_0 g h a^2$. | 2 |
| 2.5 | Правильный ответ $h = \frac{F_1 - F_2}{\rho_0 g a^2} - a$. | 2 |

Задача 3

| | | |
|-----|--|---|
| 3.1 | В работе используется, что минимальные показания у первого и второго вольтметров . | 1 |
| 3.2 | Обосновано $V_1 = V_2$. | 1 |
| 3.3 | Обосновано $V_1 < V_3$ (или $V_2 < V_3$). | 1 |
| 3.4 | Обосновано $V_3 < V_4$. | 2 |
| 3.5 | $V_3 = 2V$. | 1 |
| 3.6 | $V_4 = 3V$. | 1 |
| 3.7 | Найдено сопротивление вольтметров (1 МОм). | 1 |
| 3.8 | Найдено напряжение источника (5 В). | 2 |

Задача 4

| | | |
|-----|---|---|
| 4.1 | Корректно записано уравнение теплового баланса в предположении, что весь лед растает $M_{\text{в}}c(T_1 - T^*) = m_{\text{л}}\lambda + m_{\text{л}}c(T^* - T_2)$ ИЛИ в предположении, что не весь лед растает $M_{\text{в}}c(T_1 - T_2) = m_{\text{л}}\lambda$. | 2 |
| 4.2 | Получено верное значение для температуры $T^* = 74^\circ\text{C}$. | 2 |
| 4.3 | Корректно записана связь теплотеря с охлаждением воды в произвольный момент времени: $\chi h(T - T_0)\Delta\tau = -cM\Delta T$ (или эквивалентное, например, $\chi h(T - T_0)\Delta\tau = -c\rho Sh\Delta T$). Примечания. 1. Вместо всей воды участник вправе рассмотреть слой. 2. Если этот пункт выполнен неверно, следующие пункты не оцениваются. | 2 |
| 4.4 | Сделан обоснованный вывод о применимости предложенного графика для изучения второго эксперимента: коэффициент пропорциональности в зависимости $\frac{\Delta T}{\Delta\tau} \propto T - T_0$ не меняется при переходе ко второму эксперименту. | 2 |
| 4.5 | Из графика найдены времена, соответствующие температурам T^* и T_3 : 3 мин и 17 мин. | 1 |
| 4.6 | Найдена требуемая продолжительность остывания: 14 мин. | 1 |

Задача 5

| | | |
|-----|--|---|
| 5.1 | Корректно записано время прохождения звука до потолка и обратно $\tau_1 = \frac{2(H-y)}{v_{\text{возд}}}$. Примечание. Если в выражении учтено прохождение звука только в одну сторону, пункт оценивается в 2 балла. | 3 |
| 5.2 | Корректно записано время прохождения звука до пола и обратно $\tau_2 = \frac{2(y-h)}{v_{\text{возд}}} + \frac{2h}{v_{\text{вод}}}$. Примечания. 1. В формуле может быть сразу учтено $y = h$. 2. Если в выражении учтено прохождение звука только в одну сторону, пункт оценивается в 2 балла. | 3 |
| 5.3 | Расстояния, вычисляемые квадрокоптером, связаны с измеряемыми временами: $l_1 = v_{\text{возд}}\tau_1$ и $l_2 = v_{\text{возд}}\tau_2$ ИЛИ записано соотношение $\tau_1 = k\tau_2$. | 1 |
| 5.4 | Записано выражение для времени заполнения водой помещения до уровня h : $t = \frac{ABh}{q}$. | 2 |
| 5.5 | Получен ответ на задачу: 7,3 ч. | 1 |

Районный этап всероссийской олимпиады школьников по физике
в 2024/2025 учебном году в Санкт-Петербурге

Критерии оценивания

9 класс

2-й вариант

Задача 1

Баллы за методы М1 и М2 не суммируются.

| | | |
|------|--|-------|
| 1.1 | М1. Построен векторный треугольник перемещений для первого камня. | 1 |
| 1.2 | М1. Построен векторный треугольник перемещений для второго камня. | 1 |
| 1.3 | М1. Указано подобие треугольников (как в авторском решении либо аналогичных). | 2 |
| 1.4 | М1. Коэффициент подобия выражен через отношение скоростей. | 1 |
| 1.5 | М1. Правильно записано отношение подобия. | 2 |
| 1.6 | М2. Правильно записаны три уравнения движения камней в проекции на оси (по 1 баллу за каждое). | 3 × 1 |
| 1.7 | М2. Использовано равенство времён полёта камней. | 2 |
| 1.8 | М2. Система сведена к уравнению с одной неизвестной. | 2 |
| 1.9 | Использовано правильное соотношение между высотой сарая и расстоянием между мальчиками $h = l \sin \alpha$ (или аналогичное). | 1 |
| 1.10 | Получен правильный численный ответ $l = 60$ м. Примечание. Если получен правильный ответ в общем виде $l = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{gt^2}{2 \sin \alpha}$, но допущена вычислительная ошибка, ставить 1 балл. | 2 |

Задача 2

| | | |
|-----|--|---|
| 2.1 | Получено уравнение $-mg + F_A + F = 0$ (или равносильное). | 2 |
| 2.2 | Правильный ответ для плотности: $\rho = \rho_0 + \frac{F}{ga^3}$. | 2 |
| 2.3 | Участник продемонстрировал понимание обстоятельства, что равнодействующая сил давления не будет равна силе Архимеда в обычном понимании при отрыве кубика. | 2 |
| 2.4 | Выражение для силы давления на верхнюю грань $F_d = \rho_0 g(h - a)a^2$. | 2 |
| 2.5 | Правильный ответ $F_0 = F + \rho_0 ga^2 h$. | 2 |

Задача 3

| | | |
|-----|---|---|
| 3.1 | В работе используется, что минимальные показания у первого и второго вольтметров. | 1 |
| 3.2 | Обосновано $V_1 = V_2$. | 1 |
| 3.3 | Обосновано $V_1 < V_3$ (или $V_2 < V_3$). | 1 |
| 3.4 | Обосновано $V_3 < V_4$. | 2 |
| 3.5 | $V_3 = 2V$. | 1 |
| 3.6 | $V_4 = 3V$. | 1 |
| 3.7 | Найдено сопротивление вольтметров (1 МОм). | 1 |
| 3.8 | Найдено напряжение источника (10 В). | 2 |

Задача 4

| | | |
|-----|---|---|
| 4.1 | Корректно записано уравнение теплового баланса в предположении, что весь лед растает $M_{\text{в}}c(T_1 - T^*) = m_{\text{л}}\lambda + m_{\text{л}}c(T^* - T_2)$ ИЛИ в предположении, что не весь лед растает $M_{\text{в}}c(T_1 - T_2) = m_{\text{л}}\lambda$. | 2 |
| 4.2 | Получено верное значение для температуры $T^* = 83^{\circ}\text{C}$. | 2 |
| 4.3 | Корректно записана связь теплотеря с охлаждением воды в произвольный момент времени: $\chi h(T - T_0)\Delta\tau = -cM\Delta T$ (или эквивалентное, например, $\chi h(T - T_0)\Delta\tau = -c\rho Sh\Delta T$). Примечания. 1. Вместо всей воды участник вправе рассмотреть слой. 2. Если этот пункт выполнен неверно, следующие пункты не оцениваются. | 2 |
| 4.4 | Сделан обоснованный вывод о применимости предложенного графика для изучения второго эксперимента: коэффициент пропорциональности в зависимости $\frac{\Delta T}{\Delta\tau} \propto T - T_0$ не меняется при переходе ко второму эксперименту. | 2 |
| 4.5 | Из графика найдены времена, соответствующие температурам T^* и T_3 : 3 мин и 18 мин. | 1 |
| 4.6 | Найдена требуемая продолжительность остывания: 15 мин. | 1 |

Задача 5

| | | |
|-----|--|---|
| 5.1 | Корректно записано время прохождения звука до потолка и обратно $\tau_1 = \frac{2(H-y)}{v_{\text{возд}}}$. Примечание. Если в выражении учтено прохождение звука только в одну сторону, пункт оценивается в 2 балла. | 3 |
| 5.2 | Корректно записано время прохождения звука до пола и обратно $\tau_2 = \frac{2(y-h)}{v_{\text{возд}}} + \frac{2h}{v_{\text{вод}}}$. Примечания. 1. В формуле может быть сразу учтено $y = h$. 2. Если в выражении учтено прохождение звука только в одну сторону, пункт оценивается в 2 балла. | 3 |
| 5.3 | Расстояния, вычисляемые квадрокоптером, связаны с измеряемыми временами: $l_1 = v_{\text{возд}}\tau_1$ и $l_2 = v_{\text{возд}}\tau_2$ ИЛИ записано соотношение $\tau_1 = k\tau_2$. | 1 |
| 5.4 | Записано выражение для времени заполнения водой помещения до уровня h : $t = \frac{ABh}{q}$. | 2 |
| 5.5 | Получен ответ на задачу: 4,6 ч. | 1 |