

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

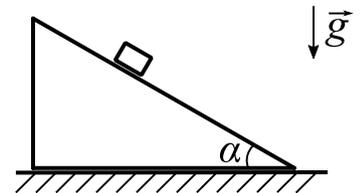
1. Шайба массой $m=0,2$ кг движется поступательно по гладкой горизонтальной плоскости. Скорость шайбы изменяется со временем по закону $\vec{V}(t) = \vec{V}_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right)$, здесь \vec{V}_0 – вектор начальной скорости, модуль начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, постоянная $T = 2$ с.

1. Найдите путь S , пройденный шайбой за время от $t = 0$ до $t = 4T$.
2. Найдите модуль F горизонтальной силы, действующей на шайбу.
3. Найдите работу A силы F за время от $t = 0$ до $t = T$.

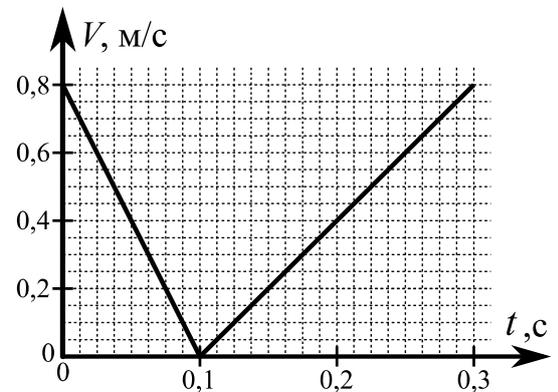
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Через $T = 4$ с мяч падает на площадку. Известно, что отношение максимальной и минимальной скоростей мяча в процессе полета $\frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = n = 2$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1. Найдите максимальную высоту H полета.
2. Найдите горизонтальную дальность S полета.
3. Найдите радиус R кривизны начального участка траектории.

3. На шероховатой горизонтальной плоскости стоит клин. Шайбу кладут на шероховатую наклонную плоскость клина и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется по покоящемуся клину. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Поступательное движение шайбы до и после остановки происходит по одной и той же прямой. Масса шайбы $m = 0,2$ кг, масса клина $2m$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость клина образует с горизонтом.
2. Найдите модуль $F_{тр}$ наибольшей силы трения, с которой горизонтальная плоскость действует на клин в процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,3$ с.
3. При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клин по горизонтальной плоскости клин будет находиться в покое при $0 < t < 0,3$ с?

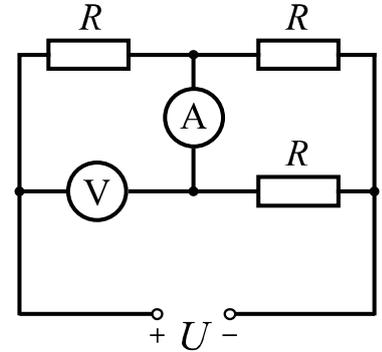


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. В электрической цепи (см. схему на рис.) сопротивления трех резисторов одинаковы и равны $R = 100$ Ом. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения $U = 30$ В. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало по сравнению с R , сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с R .



1 Найдите силу I тока, текущего через источник.

2 Найдите показание U_B вольтметра.

3 Какая мощность P рассеивается в цепи?

5. В калориметр, содержащий воду при температуре $t_1 = 10$ °С, помещают лед. Масса льда равна массе воды. После установления теплового равновесия отношение массы льда к массе воды $n = 9/7$.

1. Найдите долю δ массы воды, превратившейся в лед.

2. Найдите начальную температуру t_2 льда.

В теплообмене участвуют только лед и вода. Удельная теплоёмкость льда $c_L = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплоёмкость воды $c_B = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,36 \cdot 10^5$ Дж/кг, температура плавления льда $t_0 = 0$ °С.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

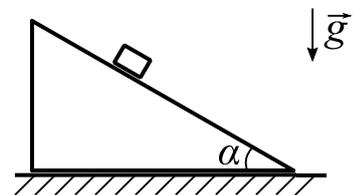
1. Шайба массой $m=0,4$ кг движется поступательно по гладкой горизонтальной плоскости. Скорость шайбы изменяется со временем по закону $\vec{V}(t) = \vec{V}_0 \left(\frac{t}{T} - 1 \right)$, модуль начальной скорости $V_0 = 2$ м/с, постоянная $T = 4$ с.

1. Найдите путь S , пройденный шайбой за время от $t = 0$ до $t = 3T$.
2. Найдите модуль F горизонтальной силы, действующей на шайбу.
3. Найдите работу A силы F за время от $t = 0$ до $t = T$.

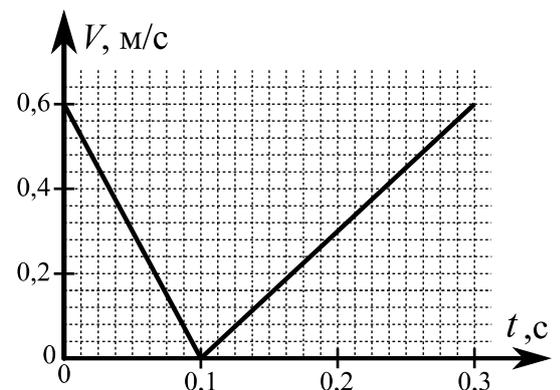
2. Камень брошен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. За первые $T = 2$ с полета модуль скорости камня уменьшился в два раза. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1. Найдите вертикальное перемещение H камня за первые $T = 2$ с полета.
2. Найдите модуль $|\vec{r}(T)|$ перемещения камня за первые $T = 2$ с полета.
3. Найдите радиус R кривизны траектории камня в момент времени $T = 2$ с.

3. На шероховатой горизонтальной плоскости стоит клин. Шайбу кладут на шероховатую наклонную плоскость клина и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется по покоящемуся клину. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Поступательное движение шайбы до и после остановки происходит по одной и той же прямой. Масса шайбы $m = 0,4$ кг, масса клина $1,5m$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость клина образует с горизонтом.
2. Найдите модуль N силы нормальной реакции, с которой горизонтальная плоскость действует на клин в процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,1$ с.
3. При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клин по горизонтальной плоскости клин будет находиться в покое при $0 < t < 0,3$ с?

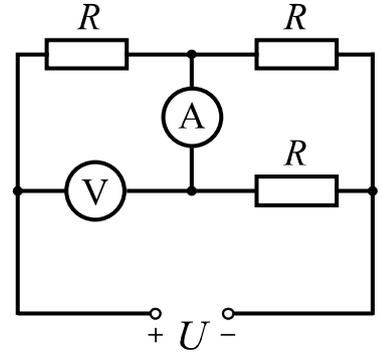


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. В электрической цепи (см. схему на рис.) сопротивления трех резисторов одинаковы и равны $R = 200$ Ом. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения $U = 120$ В. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало по сравнению с R , сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с R .



1 Найдите силу I тока, текущего через источник.

2 Найдите показание I_A амперметра.

3 Какая мощность P рассеивается в цепи?

5. В калориметр, содержащий воду при неизвестной температуре t_1 °С, помещают лед, температура которого $t_2 = -20$ °С. Масса льда равна массе воды. После установления теплового равновесия отношение массы воды к массе льда $n = 11/9$.

1. Найдите долю δ массы льда, превратившейся в воду.

2. Найдите начальную температуру t_1 воды калориметре.

В теплообмене участвуют только лед и вода. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,36 \cdot 10^5$ Дж/кг, температура плавления льда $t_0 = 0$ °С.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

1. Два автомобиля движутся равноускорено в положительном направлении оси Ox . В момент времени $t = 0$ первый автомобиль обгоняет второй. В этот момент в системе отсчета, связанной со вторым автомобилем, первый движется со скоростью $U = 12$ м/с. Через $T = 6$ с второй автомобиль догоняет первый.

1. Найдите максимальное расстояние L_{MAX} между автомобилями при $0 < t < T$.

2. Найдите расстояние S между автомобилями в момент времени $t = 1,5 \cdot T$.

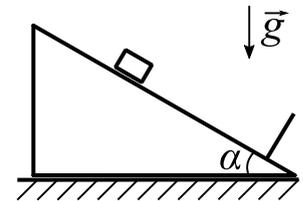
2. На плоском склоне бросают мяч вверх по склону. Точка старта находится на поверхности склона. Вектор скорости мяча перед соударением со склоном направлен горизонтально. Вертикальное перемещение мяча за время полета $H = 5$ м. Плоский склон образует с горизонтальной плоскостью угол β такой, что $tg \beta = 0,75$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1. Под каким углом α к горизонту брошен мяч? В ответе укажите $tg \alpha$ или $\cos \alpha$.

2. Найдите модуль V_0 начальной скорости мяча.

3. Найдите радиус R кривизны траектории мяча в тот момент, когда мяч находится на максимальном удалении от поверхности склона.

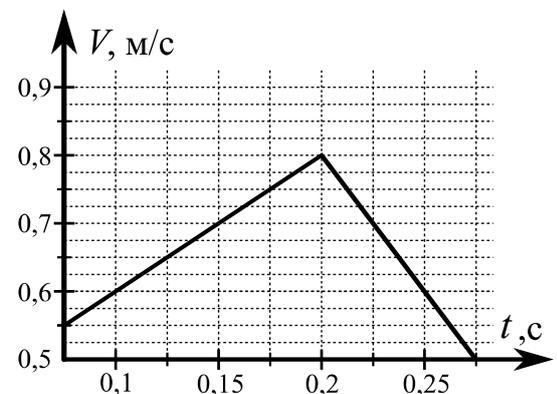
3. На шероховатой горизонтальной плоскости стоит клин. Шайбу кладут на шероховатую наклонную плоскость клина и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется вниз по покоящемуся клину, упруго сталкивается со стенкой, перпендикулярной наклонной плоскости клина, и после соударения движется вверх по покоящемуся клину. Поступательное движение шайбы по клину до и после соударения происходит по одной и той же прямой. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Масса шайбы $m = 0,5$ кг, масса клина $2m$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость клина образует с горизонтом.

2. Найдите модуль $F_{тр}$ силы трения, с которой горизонтальная плоскость действует на клин в процессе движения шайбы по клину при $t > 0,2$ с до остановки.

3. При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клина по горизонтальной плоскости клин будет находиться в покое при $t > 0,2$ с?



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Для размораживания водопроводной трубы, в которой замерзла вода, применили электрический нагреватель, подключенный к сети постоянного тока $I = 10$ А. За время $\tau = 250$ с нагреватель растапливает $m = 1$ кг льда, температура которого $t_0 = 0$ °С.

1. Найдите сопротивление R_1 нагревателя. КПД нагревателя $\eta = 66,8\%$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,34 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Электрическая схема нагревателя представлена на рисунке к задаче. Сопротивление обмотки $R = 90$ Ом, длина обмотки $L = 30$ см.

2. На каком наименьшем расстоянии x от левого на рисунке края обмотки находится подвижный контакт в процессе размораживания?

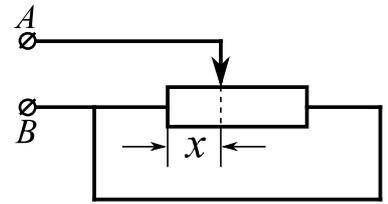
Перемещая подвижный контакт, находят такое его положение, при котором мощность тепловыделения на нагревателе становится максимальной.

3. Найдите эту максимальную мощность P_{MAX} .

5. Искусственный спутник Земли запущен с экваториального космодрома и движется по окружности в плоскости земного экватора. Прием электромагнитных волн со спутника возможен на той части земной поверхности, которая лежит на широтах от $\varphi = 60^\circ$ северной широты до $\varphi = 60^\circ$ южной широты.

1. Найдите период T обращения спутника. Ускорение свободного падения у поверхности планеты $g = 10$ м/с². Радиус Земли $R = 6400$ км. Распространение электромагнитных волн прямолинейное.

2. Какой промежуток Δt времени разделяет два последовательных прохода спутника над космодромом старта? Спутник движется по орбите в направлении суточного вращения Земли. Длительность земных суток $T_3 = 24$ ч.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

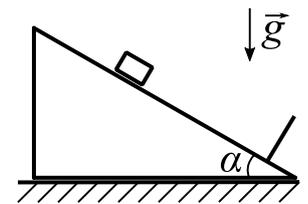
1. Два автомобиля движутся равноускорено в положительном направлении оси Ox . В момент времени $t = 0$ второй автомобиль обгоняет первый. В этот момент в системе отсчета, связанной с первым автомобилем, второй движется со скоростью $U = 10$ м/с. Через некоторое время T первый автомобиль догоняет второй.

1. Найдите T , если известно, что при $0 < t < T$ максимальное расстояние между автомобилями $L_{\text{MAX}} = 15$ м.
2. Найдите расстояние S между автомобилями за три секунды до того, как второй автомобиль обогнал первый.

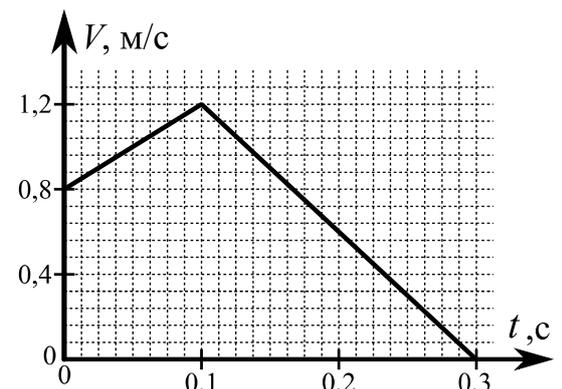
2. На плоском склоне бросают мяч вверх по склону. Вектор начальной скорости мяча направлен под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Точка старта находится на поверхности склона. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $S = 10$ м. Перед соударением со склоном мяч движется горизонтально. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1. Какой угол β плоский склон образует с горизонтальной плоскостью? В ответе укажите $\text{tg } \beta$ или $\cos \beta$.
2. Найдите модуль V_1 скорости мяча перед соударением со склоном.
3. Найдите радиус R кривизны траектории мяча в тот момент, когда мяч движется параллельно склону.

3. На шероховатой горизонтальной плоскости стоит клин. Шайбу кладут на шероховатую наклонную плоскость клина и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется вниз по покоящемуся клину, упруго сталкивается со стенкой, перпендикулярной наклонной плоскости клина, и после соударения движется вверх по покоящемуся клину. Поступательное движение шайбы по клину до и после соударения происходит по одной и той же прямой. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Масса шайбы $m = 0,2$ кг, масса клина $1,5m$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость клина образует с горизонтом.
2. Найдите модуль N силы нормальной реакции, с которой горизонтальная плоскость действует на клин в процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,1$ с.
3. При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клина по горизонтальной плоскости клин будет находиться в покое при $0 < t < 0,1$ с?



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 09-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Для нагревания водопроводной воды объемом $V = 20$ л применили электрический нагреватель, подключенный к сети постоянного тока $I = 10$ А. За время $\tau = 2 \cdot 10^3$ с температура воды увеличилась на $\Delta t = 80$ °С.

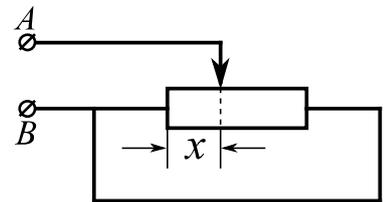
1. Найдите сопротивление R_1 нагревателя. КПД нагревателя $\eta = 67,2\%$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°С), плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³.

Электрическая схема нагревателя представлена на рисунке к задаче. Сопротивление обмотки $R = 225$ Ом, длина обмотки $L = 45$ см.

2. На каком наибольшем расстоянии x от левого на рисунке края обмотки находится подвижный контакт при нагревании воды?

Перемещая подвижный контакт, находят такое его положение, при котором мощность тепловыделения на нагревателе становится максимальной.

3. Найдите эту максимальную мощность P_{MAX} .



5. Искусственный спутник Земли запущен с экваториального космодрома и движется по окружности в плоскости земного экватора. Период обращения спутника $T = 8450$ с.

1. На какой наибольшей широте φ в северном полушарии возможен прием электромагнитных волн со спутника? Ускорение свободного падения у поверхности планеты $g = 10$ м/с². Радиус Земли $R = 6400$ км. Распространение электромагнитных волн прямолинейное.

2. Какой промежуток Δt времени разделяет два последовательных прохода спутника над космодромом старта? Спутник движется по орбите в направлении противоположном суточному вращению Земли. Длительность земных суток $T_3 = 24$ ч.

Решение варианта 09-01

Задача 1

Путь до остановки $0,5V_0T$, после остановки перемещения при равнопеременном движении за любые последовательные равные промежутки времени относятся как нечетные числа натурального ряда

$$1. S = 0,5V_0T(1+1+3+5) = 5V_0T = 5 \cdot 4 \cdot 2 = 40 \text{ м.}$$

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{-\vec{V}_0}{T} m$,

$$2. F = m \frac{V_0}{T} = 0,2 \cdot \frac{4}{2} = 0,4 \text{ Н.}$$

По теореме об изменении кинетической энергии материальной точки

$$3. A = m \frac{V^2(T)}{2} - m \frac{V_0^2}{2} = 0 - 0,2 \cdot \frac{4^2}{2} = -1,6 \text{ Дж.}$$

Задача 2

$$1. H = \frac{g(0,5T)^2}{2} = \frac{gT^2}{8} = \frac{10 \cdot 4^2}{8} = 20 \text{ м.}$$

$$\text{Далее } V_0 \sin \alpha = \frac{gT}{2}, \frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \frac{V_0}{V_0 \cos \alpha} = n, \cos \alpha = \frac{1}{n}, \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}.$$

Горизонтальная дальность полета

$$S = 2 \frac{V_0}{g} \sin \alpha V_0 \cos \alpha = 2 \frac{T}{2} \frac{gT}{2 \sin \alpha} \cos \alpha = \frac{gT^2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{gT^2}{2\sqrt{n^2 - 1}} \approx 46 \text{ м.}$$

$$2 S = \frac{gT^2}{2\sqrt{n^2 - 1}} \approx 46 \text{ м.}$$

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В малой окрестности точки старта $V = V_0$, нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения \vec{g} свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos \alpha$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V_0^2}{g \cos \alpha} = \frac{1}{g \cos \alpha} \left(\frac{gT}{2 \sin \alpha} \right)^2 = \frac{gT^2}{4 \cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{n^3}{4(n^2 - 1)} gT^2.$$

$$3 \quad R = \frac{n^3}{4(n^2 - 1)} gT^2 \approx 107 \text{ м.}$$

Задача 3

По графику: модуль ускорения при подъёме $a_1 = g(\sin \alpha + \tilde{\mu} \cos \alpha) = 8 \text{ м/с}^2$,
 ускорение при спуске $a_2 = g(\sin \alpha - \tilde{\mu} \cos \alpha) = 4 \text{ м/с}^2$

$$1. \quad \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,6. \quad \text{В этом случае } \cos \alpha = 0,8.$$

В системе тел, взаимодействующих по третьему закону Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. При движении шайбы по клину $m\vec{a} + 2m\vec{0} = m\vec{g} + 2m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}$. (1)

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление

$$F_{TP} = ma \cos \alpha. \text{ Ответ на второй вопрос}$$

$$2. \quad F_{TP} = ma_1 \cos \alpha = 0,2 \cdot 8 \cdot 0,8 = 1,28 \text{ Н, здесь учтено, что } a_1 > a_2.$$

Для ответа на третий вопрос найдем силу \vec{N} нормальной реакции. Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль, получаем

$$-ma \sin \alpha = -mg - 2mg + N, \text{ отсюда } N = 3mg - ma \sin \alpha;$$

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma \cos \alpha}{3mg - ma \sin \alpha} = \frac{a \cos \alpha}{3g - a \sin \alpha}. \text{ Подстановка численных значений}$$

приводит к ответу

$$3. \quad \mu \geq \frac{a_1 \cos \alpha}{3g - a_1 \sin \alpha} \approx 0,25.$$

Задача 4

По условию приборы идеальные (напряжение на амперметре пренебрежимо мало, ток через вольтметр пренебрежимо мал), тогда можно считать, что два правых на схеме резистора соединены параллельно, в свою очередь эти резисторы соединены последовательно с левым резистором. Эквивалентное сопротивление такой цепи $R + 0,5R = 1,5R$. Сила тока в цепи

$$1. I = \frac{U}{1,5R} = 0,2 \text{ А.}$$

Показание вольтметра

$$2. U_B = RI = \frac{2U}{3} = 20 \text{ В.}$$

Мощность, рассеиваемая в цепи, равна мощности сил в источнике

$$3. P = U \cdot I = 30 \cdot 0,2 = 6 \text{ Вт.}$$

Задача 5

По условию $n = \frac{m + \Delta m}{m - \Delta m}$, отсюда

$$1. \delta = \frac{\Delta m}{m} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Закон сохранения энергии в тепловых процессах

$mc_L(t_0 - t_2) = mc_B(t_1 - t_0) + \Delta m\lambda$, искомая температура

$$2. t_2 = t_0 - \frac{c_B}{c_L}(t_1 - t_0) - \delta \frac{\lambda}{c_L} = -40 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Решение варианта 09-02

Задача 1

Путь до остановки $0,5V_0T$, после остановки перемещения при равнопеременном движении за любые последовательные равные промежутки времени относятся как нечетные числа натурального ряда

$$1. S = 0,5V_0T(1+1+3) = 2,5V_0T = 2,5 \cdot 2 \cdot 4 = 20 \text{ м.}$$

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_0}{T} m$,

$$2. F = m \frac{V_0}{T} = 0,4 \cdot \frac{2}{4} = 0,2 \text{ Н.}$$

По теореме об изменении кинетической энергии материальной точки

$$3. A = m \frac{V^2(T)}{2} - m \frac{V_0^2}{2} = 0 - 0,4 \cdot \frac{2^2}{2} = -0,8 \text{ Дж.}$$

Задача 2

$$1. H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 2^2}{2} = 20 \text{ м.}$$

По условию треугольник скоростей $\vec{V}(T) = \vec{V}_0 + \vec{g}T$ прямоугольный, тогда

$$V_0 \sin \alpha = gT, V_0 = \frac{gT}{\sin \alpha}, \text{ горизонтальная дальность полета}$$

$$S = (V_0 \cos \alpha)T = \frac{gT}{\sin \alpha} (\cos \alpha)T = \frac{gT^2}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$2. |\vec{r}(T)| = \sqrt{S^2 + H^2} = gT^2 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{7}{3}} \frac{gT^2}{2} \approx 30,6 \text{ м.}$$

О радиусе кривизны траектории камня при $T = 2$ с: в рассматриваемый момент $V = V_0 \cos \alpha$, $a_n = g$. Радиус кривизны траектории в малой окрестности

рассматриваемой точки $R = \frac{V^2}{a_n} = \frac{(V_0 \cos \alpha)^2}{g} = \frac{1}{g} \left(\frac{gT \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{gT^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$

$$3. R = \frac{gT^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} \approx 13,3 \text{ м.}$$

Задача 3

По графику: модуль ускорения при подъёме $a_1 = g(\sin \alpha + \tilde{\mu} \cos \alpha) = 6 \text{ м/с}^2$,
ускорение при спуске $a_2 = g(\sin \alpha - \tilde{\mu} \cos \alpha) = 3 \text{ м/с}^2$

1. $\sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,45$. В этом случае $\cos \alpha \approx 0,893 \approx 0,9$.

В системе тел, взаимодействующих по третьему закону Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на Систему. В процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,1 \text{ с}$

$$m\vec{a}_1 + 1,5m\vec{0} = m\vec{g} + 1,5m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1)$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на вертикаль

$$-ma_1 \sin \alpha = -mg - 1,5mg + N, \text{ отсюда } N = 2,5mg - ma_1 \sin \alpha ;$$

2. $N = m(2,5g - a_1 \sin \alpha) = 8,92 \text{ Н}$.

Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление, получаем $F_{TP} = ma \cos \alpha$.

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma \cos \alpha}{2,5mg - ma \sin \alpha} = \frac{a \cos \alpha}{2,5g - a \sin \alpha}. \text{ Подстановка численных значений}$$

приводит к ответу

3. $\mu \geq \frac{a_1 \cos \alpha}{2,5g - a_1 \sin \alpha} \approx 0,24$.

Задача 4

По условию приборы идеальные (напряжение на амперметре пренебрежимо мало, ток через вольтметр пренебрежимо мал), тогда можно считать, что два правых на схеме резистора соединены параллельно, в свою очередь эти резисторы соединены последовательно с левым резистором. Эквивалентное сопротивление такой цепи $R + 0,5R = 1,5R$. Сила тока в цепи

1. $I = \frac{U}{1,5R} = \frac{120}{1,5 \cdot 200} = 0,4 \text{ А}$.

Показание амперметра

2. $I_A = \frac{I}{2} = 0,2 \text{ А}$.

Мощность сил в источнике

3. $P = U \cdot I = 120 \cdot 0,4 = 48$ Вт.

Задача 5

По условию $n = \frac{m + \Delta m}{m - \Delta m}$, отсюда

1. $\delta = \frac{\Delta m}{m} = \frac{n-1}{n+1} = 0,1$.

Закон сохранения энергии в тепловых процессах

$mc_L (t_0 - t_2) + \Delta m \lambda = mc_B (t_1 - t_0)$, искомая температура

2. $t_1 = t_0 + \frac{c_L}{c_B} (t_0 - t_2) + \delta \frac{\lambda}{c_B} = 18$ °С.

Решения варианта 09-03

Задача 1

В системе отсчета $O'X'$, связанной со вторым автомобилем, движение первого автомобиля равнопеременное. Тогда первый автомобиль находится на максимальном расстоянии от второго в момент времени $t = T/2$, в этот момент расстояние между автомобилями

$$1 \quad L_{MAX} = \frac{1}{2} U \frac{T}{2} = 18 \text{ м.}$$

После остановки перемещения относятся как нечетные числа натурального ряда, тогда

$$2 \quad S = 3L_{MAX} = 54 \text{ м.}$$

Задача 2

$$1. \quad tg \alpha = 2tg \beta = 2 \cdot 0,75 = 1,5, \quad \sin \alpha \approx 0,83, \quad \cos \alpha \approx 0,55.$$

$$H = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g},$$

$$2. \quad V_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin \alpha} \approx 12 \text{ м/с.}$$

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В рассматриваемый момент времени мяч движется параллельно склону со скоростью

$$V = \frac{V_0 \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{2gH} \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \beta} = \frac{\sqrt{2gH}}{tg \alpha \cdot \cos \beta},$$

нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения \vec{g} свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos \beta$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V^2}{g \cos \beta} = \frac{2gH}{tg^2 \alpha \cdot g \cdot \cos^3 \beta} = \frac{H}{2 \sin^2 \beta \cos \beta}.$$

$$3 \quad R = \frac{H}{2 \sin^2 \beta \cos \beta} \approx 8,7 \text{ м.}$$

Задача 3

Модули ускорения: при скольжении шайбы вниз $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2 \text{ м/с}^2$, при скольжении шайбы вверх $a_2 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 4 \text{ м/с}^2$, отсюда

$$1. \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,3, \cos \alpha \approx 0,95.$$

При движении системы тел, в которой действуют внутренние силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона, сумма произведений масс тел на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. В рассматриваемом случае при движении шайбы вверх по клину при $t > 0,2$ с

$$m\vec{a}_2 + 2m\vec{0} = m\vec{g} + 2m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1).$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление

$$F_{TP} = ma_2 \cos \alpha. \text{ Ответ на второй вопрос}$$

$$2. F_{TP} = ma_2 \cos \alpha \approx 0,5 \cdot 4 \cdot 0,95 = 1,9 \text{ Н.}$$

Для ответа на третий вопрос найдем силу \vec{N} нормальной реакции. Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль, получаем

$$-ma_2 \sin \alpha = -mg - 2mg + N, \text{ отсюда } N = 3mg - ma_2 \sin \alpha;$$

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma_2 \cos \alpha}{3mg - ma \sin \alpha} = \frac{a_2 \cos \alpha}{3g - a_2 \sin \alpha}.$$

$$3. \mu \geq \frac{a_2 \cos \alpha}{3g - a_2 \sin \alpha} \approx 0,13.$$

Задача 4

По условию $I^2 R_1 \tau \frac{\eta}{100\%} = m\lambda,$

$$1. R_1 = \frac{100\%}{\eta} \cdot \frac{m\lambda}{I^2 \tau} = 20 \text{ Ом.}$$

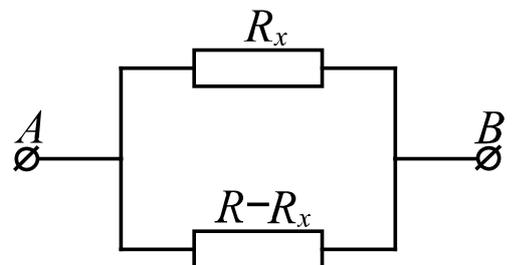
Эквивалентная схема представлена на рисунке, R_x – сопротивление обмотки от левого края до подвижного контакта. Сопротивление R_1 между точками А и В

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R - R_x}, \quad R_1 = \frac{R_x(R - R_x)}{R} \quad (1),$$

$$\frac{R_1}{R} = \frac{R_x}{R} \left(1 - \frac{R_x}{R}\right),$$

$$\frac{R_1}{R} = \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right), \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{x}{L} + \frac{R_1}{R} = 0, \text{ искомый корень}$$

$$2. x = \frac{L}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4R_1}{R}}\right) = 10 \text{ см.}$$



Из (1) следует: максимальное сопротивление нагревателя (а с ним и рассеиваемой мощности) достигается в том случае, когда подвижный контакт находится в середине обмотки. Действительно, максимум параболы реализуется при $R_x = R - R_x = \frac{R}{2}$, максимальное сопротивление между точками А и В равно $\frac{R}{4}$

$$3. P_{MAX} = I^2 \frac{R}{4} = 2250 \text{ Вт.}$$

Задача 5

Радиус орбиты $r = \frac{R}{\cos \varphi} = 2R$, период обращения

$$1. T = 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \approx 14200 \text{ с.}$$

Далее по условию $\frac{2\pi}{T} \Delta t - \frac{2\pi}{T_3} \Delta t = 2\pi$,

$$2. \Delta t = \frac{T_3 T}{T_3 - T} \approx 1,7 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

Решения варианта 09-04

Задача 1

$$1 \quad T = 4 \frac{L_{MAX}}{U} = 6 \text{ с.}$$

$$2 \quad S = 3L_{MAX} = 45 \text{ м.}$$

Задача 2

$$1. \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} = \frac{1}{2}, \quad \cos \beta \approx 0,89 \approx 0,9.$$

$$S = V_0 \cos \alpha \cdot T = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2}{2g}, \quad V_0 = \sqrt{2gS},$$

$$V_1 = V_0 \cos \alpha = \sqrt{2gS} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{gS},$$

$$2. \quad V_1 = \sqrt{gS} = 10 \text{ м/с.}$$

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В рассматриваемый момент времени мяч движется параллельно склону со скоростью

$$V = \frac{V_1}{\cos \beta},$$

нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения \vec{g} свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos \beta$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V^2}{g \cos \beta} = \frac{S}{\cos^3 \beta}.$$

$$3 \quad R = \frac{S}{\cos^3 \beta} \approx 14 \text{ м.}$$

Задача 3

Модули ускорения: при скольжении шайбы вниз $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 4 \text{ м/с}^2$, при скольжении шайбы вверх $a_2 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 6 \text{ м/с}^2$, отсюда

$$1. \quad \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,5, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

При движении системы тел, в которой действуют внутренние силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона, сумма произведений масс тел на

ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. В рассматриваемом случае при движении шайбы по клину при $0 < t < 0,1$ с

$$m\vec{a}_1 + 1,5m\vec{0} = m\vec{g} + 1,5m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1)$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на вертикаль

$$-ma_1 \sin \alpha = -mg - 1,5mg + N, \text{ отсюда } N = 2,5mg - ma_1 \sin \alpha ;$$

$$2. N = m(2,5g - a_1 \sin \alpha) = 0,2(2,5 \cdot 10 - 4 \cdot 0,5) = 4,6 \text{ Н.}$$

Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление, получаем $F_{TP} = ma_1 \cos \alpha$.

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{ma_1 \cos \alpha}{2,5mg - ma_1 \sin \alpha} = \frac{a_1 \cos \alpha}{2,5g - a_1 \sin \alpha}.$$

$$3. \mu \geq \frac{a_1 \cos \alpha}{2,5g - a_1 \sin \alpha} \approx 0,15.$$

Задача 4

По условию $I^2 R_1 \tau \frac{\eta}{100\%} = \rho V c \Delta t$,

$$1. R_1 = \frac{100\%}{\eta} \cdot \frac{\rho V c \Delta t}{I^2 \tau} = 50 \text{ Ом}$$

Эквивалентная схема представлена на рисунке, R_x – сопротивление обмотки от левого края до подвижного контакта. Сопротивление R_1 между точками А и В

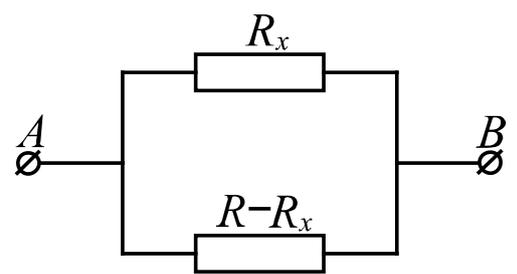
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R - R_x}, R_1 = \frac{R_x(R - R_x)}{R} \quad (1), \frac{R_1}{R} = \frac{R_x}{R} \left(1 - \frac{R_x}{R}\right)$$

$$\frac{R_1}{R} = \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right), \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{x}{L} + \frac{R_1}{R} = 0, \text{ искомый корень}$$

$$2. x = \frac{L}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4R_1}{R}}\right) = 30 \text{ см.}$$

Из (1) следует: максимальное сопротивление нагревателя (а с ним и рассеиваемой мощности) достигается в том случае, когда подвижный контакт находится в середине обмотки. Действительно, максимум параболы реализуется при $R_x = R - R_x = \frac{R}{2}$, максимальное сопротивление между точками А и В равно $\frac{R}{4}$

$$3. P_{MAX} = I^2 \frac{R}{4} = 5625 \text{ Вт.}$$



Задача 5

$$\cos \varphi = \sqrt[3]{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R}{g}} \approx 0,707$$

1. $\varphi = 45^0$

Далее по условию $\frac{2\pi}{T} \Delta t + \frac{2\pi}{T_3} \Delta t = 2\pi$,

2. $\Delta t = \frac{T_3 T}{T_3 + T} \approx 7,7 \cdot 10^3$ с.