



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 8 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Найдите три таких различных трёхзначных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , что каждое из них равно сумме какого-то делителя  $a$ , какого-то делителя  $b$  и какого-то делителя  $c$ . Достаточно привести один пример такой тройки чисел.

2. Найдите все тройки положительных чисел  $x, y, z$ , удовлетворяющих уравнениям

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}, \quad \frac{y}{2} = \frac{1}{z} + \frac{1}{x}, \quad \frac{z}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

3. На равных сторонах  $AB$  и  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $AE = CD$ . Точка  $H$  на отрезке  $BE$  — основание высоты, опущенной из точки  $A$  на сторону  $BC$ . Найдите длину отрезка  $EH$ , если известно, что  $CE = 2$ ,  $AD = 4$ .

4. В классе учатся чётное число учеников, все они разного роста. На каждом уроке они садятся за парты по двое. На уроках алгебры, геометрии и искусственного интеллекта оказалось, что для каждой парты сумма ростов сидящих за ней учеников равна 3 м, 3,3 м или 3,5 м. Докажите, что какие-то двое сидели за одной партой хотя бы на двух из этих трёх уроков.

5. Даны натуральные числа  $m$  и  $n$ ,  $m < n$ . В десятичной записи дроби  $m/n$  после запятой подряд встретились цифры 2, 0, 2, 4 (именно в таком порядке). Докажите, что существует правильная дробь со знаменателем  $n$  (и натуральным числителем), в записи которой после запятой найдутся подряд цифры 1 и 2 именно в таком порядке.

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

[www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [olymp.academtalant.ru](http://olymp.academtalant.ru)



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 8 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Найдите три таких различных четырёхзначных числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ , что каждое из них равно сумме какого-то делителя  $x$ , какого-то делителя  $y$  и какого-то делителя  $z$ . Достаточно привести один пример такой тройки чисел.

2. Найдите все тройки положительных чисел  $a, b, c$ , удовлетворяющих уравнениям

$$\frac{a}{8} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}, \quad \frac{b}{8} = \frac{1}{c} + \frac{1}{a}, \quad \frac{c}{8} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

3. На равных сторонах  $KM$  и  $ML$  равнобедренного треугольника  $KML$  отмечены точки  $X$  и  $Y$  соответственно так, что  $KY = LX$ . Точка  $P$  на отрезке  $YL$  — основание высоты, опущенной из точки  $K$  на сторону  $ML$ . Найдите длину отрезка  $LP$ , если известно, что  $KX = 3$  и  $LY = 7$ .

4. В турнире по сумо участвует чётное количество участников, все они разного веса. В каждом из трёх раундов они разбиваются на пары и проводят схватки. Оказалось, что в каждой схватке суммарный вес двоих её участников был равен 375, 379 или 380,5 килограммов. Докажите, что какие-то двое боролись друг с другом минимум дважды.

5. Даны натуральные числа  $m$  и  $n$ ,  $m < n$ . В десятичной записи дроби  $m/n$  после запятой встретились подряд цифры 2, 0, 2, 5 (именно в таком порядке). Докажите, что существует правильная дробь со знаменателем  $n$  (и натуральным числителем), в записи которой после запятой найдутся подряд цифры 1 и 5 именно в таком порядке.

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;  
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

[www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [olymp.academtalant.ru](http://olymp.academtalant.ru)

## Критерии проверки работ 8 класса

Каждая задача оценивалась из 7 баллов.

Граница прохода на городскую олимпиаду — 22 балла.

*Показ работ 8 класса будет производиться в четверг, 19 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).*

1. Пример, в котором числа содержат неправильное количество цифр в своей десятичной записи: 0 баллов.  
Неверное понимание условия задачи: 0 баллов.

2. Получено одно из равенств  $xyz = 2y + 2z$ : 1 балл.

Доказано, что или  $x = y$ , или  $xy = 2$ : 2 балла (не суммируется с предыдущим критерием).

Верно разобран случай, когда все переменные равны: 1 балл (суммируется с предыдущими).

3. Специальных критериев не было.

4. Замечено, что три пары, связанные с одним человеком, имеют разные веса: 1 балл.

5. За рассуждения, связанные умножением бесконечной десятичной дроби на 5 (6) в столбик и учетом переносов, снимался 1 балл. Умножение в столбик по правилам, принятым в школе, нужно начинать с последнего разряда, которого в случае бесконечной дроби отсутствует!

В правильном решении в ответе получается неправильная дробь: снимается 1 балл.

---

## Критерии проверки работ 8 класса

Каждая задача оценивалась из 7 баллов.

Граница прохода на городскую олимпиаду — 22 балла.

*Показ работ 8 класса будет производиться в четверг, 19 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).*

1. Пример, в котором числа содержат неправильное количество цифр в своей десятичной записи: 0 баллов.  
Неверное понимание условия задачи: 0 баллов.

2. Получено одно из равенств  $xyz = 2y + 2z$ : 1 балл.

Доказано, что или  $x = y$ , или  $xy = 2$ : 2 балла (не суммируется с предыдущим критерием).

Верно разобран случай, когда все переменные равны: 1 балл (суммируется с предыдущими).

3. Специальных критериев не было.

4. Замечено, что три пары, связанные с одним человеком, имеют разные веса: 1 балл.

5. За рассуждения, связанные умножением бесконечной десятичной дроби на 5 (6) в столбик и учетом переносов, снимался 1 балл. Умножение в столбик по правилам, принятым в школе, нужно начинать с последнего разряда, которого в случае бесконечной дроби отсутствует!

В правильном решении в ответе получается неправильная дробь: снимается 1 балл.

---

## Критерии проверки работ 8 класса

Каждая задача оценивалась из 7 баллов.

Граница прохода на городскую олимпиаду — 22 балла.

*Показ работ 8 класса будет производиться в четверг, 19 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).*

1. Пример, в котором числа содержат неправильное количество цифр в своей десятичной записи: 0 баллов.  
Неверное понимание условия задачи: 0 баллов.

2. Получено одно из равенств  $xyz = 2y + 2z$ : 1 балл.

Доказано, что или  $x = y$ , или  $xy = 2$ : 2 балла (не суммируется с предыдущим критерием).

Верно разобран случай, когда все переменные равны: 1 балл (суммируется с предыдущими).

3. Специальных критериев не было.

4. Замечено, что три пары, связанные с одним человеком, имеют разные веса: 1 балл.

5. За рассуждения, связанные умножением бесконечной десятичной дроби на 5 (6) в столбик и учетом переносов, снимался 1 балл. Умножение в столбик по правилам, принятым в школе, нужно начинать с последнего разряда, которого в случае бесконечной дроби отсутствует!

В правильном решении в ответе получается неправильная дробь: снимается 1 балл.