

Всероссийская олимпиада школьников по МАТЕМАТИКЕ 2024-25 года

Муниципальный этап

7 класс

Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно **написать правильный ответ**. Ответ может быть числовой, может быть строкой текста или рисунком. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно!** Вы сдаете **ТОЛЬКО** бланк ответов. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором **НЕ** разрешается.

Максимальное количество баллов — 100.

Время выполнения заданий — 240 минут.

Желаем успеха!

Задания

Задача 1. Вычислите значение выражения:

$$\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} \right) \cdot 2$$

Задача 2. В какую степень надо возвести одночлен $(a^3b^2)^2$, чтобы получить $a^{24}b^{16}$?

Задача 3. Вокруг круговой трассы на равном расстоянии друг от друга стоят столбы, пронумерованные числами 1, 2, 3, ... по порядку. Столб номер 8 и столб номер 25 — диаметрально противоположны. Сколько всего столбов стоит вокруг трассы?

Задача 4. В примере на умножение $*7 \times 4* = 7*4$ три цифры заменили звездочками. Восстановите пример. В ответ нужно записать пример целиком.


Задача 5. В каждой клетке квадрата 4×4 Миша написал цифру 0 или 1 так, что в каждой строке и каждом столбце оказалось по две единицы и по два нуля. После этого он стер некоторые цифры, а две — обозначил буквами X и Y. Чему равны X и Y? Формат ответа: "X=10, Y=20".

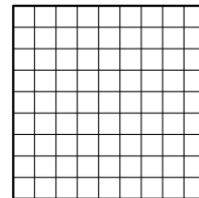
1		1	
		1	
	X		0
Y			

Задача 6. Перед Черной Пятницей товар сначала во вторник подорожал на 95%, а потом подешевел в четверг на 25%, а в пятницу подешевел еще на 20% (от цены четверга). **а)** (2 балла) Дешевле или дороже по сравнению с первоначальной ценой (до первого повышения) стал товар в пятницу? **б)** (3 балла) На сколько процентов от первоначальной цены?


Задача 7. Семь гномов добывали в шахте алмазы. Второй нашел на 3 алмаза больше, чем первый, третий — на 3 алмаза больше, чем второй, и так далее, ..., седьмой — на 3 алмаза больше, чем шестой. Оказалось, что пятый, шестой и седьмой гномы в сумме нашли столько же алмазов, сколько первый, второй, третий и четвертый вместе взятые. Сколько алмазов нашел *шестой* гном?

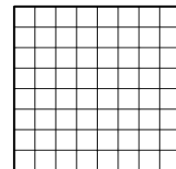
Задача 8. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между восемью семерками 7 7 7 7 7 7 7 знаки арифметических действий (+, −, ×, ÷) так, чтобы значение получившегося выражения стало равно 122. Можно использовать скобки. Необязательно использовать все знаки. В ответ запишите все выражение целиком. Цифры можно объединять в числа. Достаточно привести один пример.

Задача 9. Какое наименьшее число клеток надо закрасить на доске 9×9 так, чтобы **не нашлось** четырёхклеточного уголка , состоящего целиком из незакрашенных клеток? Уголок может быть повернут и перевернут любым способом. В ответе нужно **а)** (2 балла) указать количество и **б)** (3 балла) привести пример закрасенных клеток.



Задача 10. У Деда Мороза в мешке лежат 8 игрушек: три различные машинки, два различных мячика, один солдатик, один кубик и одна матрешка. Он вытаскивает из мешка наугад три игрушки (порядок вытаскивания не важен). Сколько вариантов у него есть вытащить три игрушки с разным названием?

Задача 11. Гриша разрезал квадрат 8×8 на фигурки вида  и квадратики 2×2 . Общая длина разрезов, которые он сделал, равна 58. Сколько квадратики 2×2 у него получилось? Сторона клетки равна 1. *Фигурки могли быть повернуты и перевернуты.*



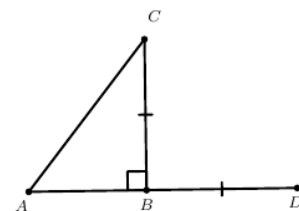
Задача 12. Старательный мальчик Витя раскрыл все скобки в выражении

$$(1 + 3x - x^2)(1 + 3x + x^2) + (x^2 + 3)^2 - 15x^2 - 1,$$

привел подобные слагаемые, а затем посчитал сумму всех коэффициентов у слагаемых в получившемся выражении (в том числе свободный член). Сколько у него получилось?

Задача 13. Из трехзначного числа вычеркнули среднюю цифру. Полученное число оказалось в 11 раз меньше исходного. Какое число могло быть изначально, если средняя цифра была равна 3? *Укажите все возможные ответы в любом порядке!*

Задача 14. Треугольник ABC — прямоугольный с прямым углом B . На продолжении стороны AB за точку B отметили точку D так, что $CB = BD$. Точка E на плоскости такова, что $DE = CB$, а расстояние между C и E — максимально возможное. Каков угол DBE ? *Ответ дайте в градусах.*



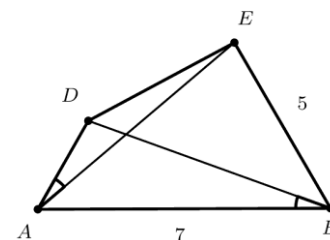
Задача 15. Дан ребус $IA + IA + \dots + IA = OC\acute{E}L$. Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. В левой части всего N слагаемых IA . Для какого наименьшего N этот ребус имеет решение? *В ответ запишите только число N .*

Задача 16. Алеша отметил на плоскости 5 различных точек. Потом он посчитал все треугольники с вершинами в этих точках. Какое число у него могло получиться? *Укажите все возможные ответы!*

Задача 17. Яша написал на 21 карточке все целые числа от -10 до 10 (каждое — по одному разу), а затем выбрал из них шесть карточек, среди чисел на которых нет двух противоположных. **а)** (1 балл) Какое наибольшее произведение чисел на карточках он мог получить? **б)** (4 балла) Сколькими способами он мог выбрать эти шесть карточек (без двух противоположных чисел), произведение чисел на которых будет наибольшим?

Задача 18. Петя нашел и записал на доску все трехзначные числа N , в которых a сотен, b десятков и c единиц. При этом цифра c есть остаток от деления N на 5, цифра b — остаток от деления N на 4, цифра a — остаток от деления N на 2. Затем Петя нашел сумму всех чисел, записанных на доске. Чему равна эта сумма?

Задача 19. В четырехугольнике $ABED$ известно, что $AB = 7$, $BE = 5$, $\angle DAB = \angle EBA = 60^\circ$, $\angle DAE = \angle DBA$. Найдите длину отрезка AD . *Картинка приведена только для пояснения, длины отрезков на ней не соответствуют условию задачи.*



Задача 20. Наташа придумала две новые операции: $x \circ y = (x + y)^2$ и $x \square y = (x - y)^2$. Найдите значения выражения $(x \circ y) \square (x \square y)$ при $x = 1/4$, $y = 2$.

7 класс. Ключи

Правильный ответ на каждую задачу оценивается в 5 баллов, неправильный — в 0 баллов, если не указано иное.

Задача 1. 5.

Задача 2. 4.

Задача 3. 34.

Задача 4. $17 \times 42 = 714$.

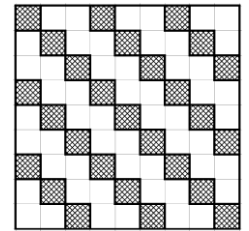
Задача 5. $X = 1, Y = 0$. Только один верный ответ из двух — 2 балла.

Задача 6. а) Дороже; б) на 17% (за отсутствие символа % баллы не снижать). Пункт а) — 2 балла. Пункт б) — 3 балла.

Задача 7. 42.

Задача 8. Проверять пример! Например, так: $(77 : 7) \times (77 : 7) + 7 : 7 = 122$. Любой верный ответ — 5 баллов.

Задача 9. а) 27; б) Пример проверять, один из возможных показан на рисунке. Пункт а) — 2 балла. Пункт б) любой верный пример — 3 балла.



Задача 10. 34.

Задача 11. 6.

Задача 12. 15. Если в ответе записано выражение $bх+9$ вместо числа 15 — 2 балла.

Задача 13. 132; 231; 330. Один верный ответ — 1 балл; два верных ответа — 3 балла; все три верных ответа — 5 баллов. Наличие каждого неверного ответа — минус 2 балла, но не ниже нуля.

Задача 14. 22,5. За отсутствие символа градуса не снижать!

Задача 15. 12. Решение ребуса приводить не требуется, но оно существует. Например, $12 \cdot 86 = 1032$.

Задача 16. 0; 6; 8; 9; 10. Каждый верный ответ — плюс 1 балл. Наличие каждого неверного ответа — минус 1 балл, но не ниже нуля.

Задача 17. а) 151200; б) 32. Пункт а) — 1 балл. Пункт б) — 4 балла.

Задача 18. 244.

Задача 19. 2.

Задача 20. 4.