

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 506

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы



©ALEXLARIN.NET

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

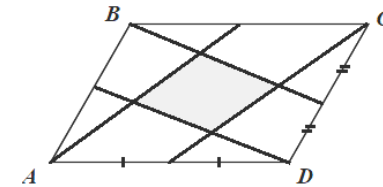
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Вершины A и C параллелограмма ABCD площади 15 соединены с серединами сторон BC и AD соответственно. Вершины B и D параллелограмма соединены с серединами сторон CD и AB. Найдите площадь четырехугольника, образованного проведенными отрезками.

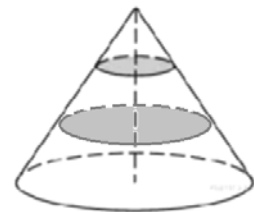


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}(2;6)$  и  $\vec{b}(1;0)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{a} - 2\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Две плоскости, параллельные основанию, делят высоту конуса на три равных отрезка. Найдите объем средней части, если объем конуса равен 27.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В каждой из трех урн находится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** В каждой из трех урн находится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен шар и переложен в третью урну. Известно, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, оказался черным. Найдите вероятность того, что шар, вынутый из первой урны, был белым. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Решите уравнение  $2\sqrt{2x-8} - \sqrt{9-6x+x^2} + 1 = 0$ . Если корней несколько, в ответе укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 70}{\log_{280} 2} - \frac{\log_2 560}{\log_{35} 2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Прямая  $y = -2x + 4$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 2x^2 - x + 4$ . Найдите ординату точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Объем воды в термошкафу для сушки изменяется по формуле  $v(t) = v_0 \cdot (1 - 0,0125t)$ , где  $v_0$  - начальный объем воды в мл, а  $t$  - время сушки в минутах. В шкаф загрузили 100 кг грибов, состоящих на 96% из воды. Какова будет масса грибов (в кг) через 1 час сушки?

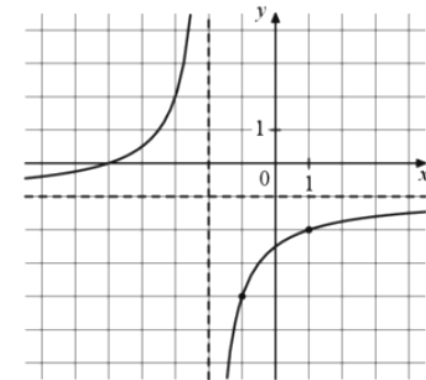
Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** Три гонщика (А, затем В и потом С) стартуют с интервалом в 1 мин из одной точки кольцевого шоссе и движутся в одном направлении с постоянными скоростями. Каждый гонщик затрачивает на круг более 2 минут. Сделав три круга, гонщик А в первый раз догоняет В у точки старта, а еще через три минуты он вторично обгоняет С. Гонщик В впервые догнал С также у точки старта, закончив четыре круга. Сколько минут тратит на круг гонщик А?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На рисунке изображен график функции

$$f(x) = \frac{kx + a}{x + b}. \text{ Найдите } k.$$



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 3 \cos 4x + 6 \sin 2x$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $2|\operatorname{ctg}x| \cdot \sqrt{\sin^2 x} = 5 - \frac{2}{|\cos x|}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

14. В правильной треугольной пирамиде ABCS с вершиной S боковые ребра наклонены к основанию под углом  $\arctg\sqrt{8}$ . Точки M и K – середины ребер AS и BS соответственно.

- А) Докажите, что плоскости AKC и BMC перпендикулярны.  
 Б) Найдите объем пирамиды MKPC, где P – точка пересечения BM и AK, если объем пирамиды ABCS равен 12.

15. Решите неравенство:  $\log_5 x + \log_x \frac{x}{3} \leq \frac{\log_5 x \cdot (2 - \log_3 x)}{\log_3 x}$

16. Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 11%, а второй – 10%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года первый банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 11 до  $r$  процентов. Ещё через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства. Оказалось, что второй банк принес ему меньший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое  $r$ , при котором это возможно.

17. В трапеции с основаниями BC = 6 и AD = 8 на диагонали AC отмечена точка O такая, что CO : OA = 2 : 3. Прямая BO пересекает отрезок CD в точке E.

- А) Докажите, что CE : DE = 6 : 1.  
 Б) Найдите отношение площади треугольника COE к площади трапеции ABCD.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует только одно значение  $x$ , удовлетворяющее системе уравнений:

$$\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0 \\ x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0 \end{cases}$$

19. В автохозяйстве имеются грузовики трех типов. Каждый грузовик первого типа имеет грузоподъемность 3 тонны и сделал 3 рейса, каждый грузовик второго типа имеет грузоподъемность 13 тонн и сделал 12 рейсов, каждый грузовик третьего типа имеет грузоподъемность 17 тонн и сделал 16 рейсов. Всего было сделано ровно 95 рейсов.

- А) Могло ли в автохозяйстве быть 2 грузовика третьего типа?  
 Б) Могло ли в автохозяйстве быть 4 грузовика третьего типа?  
 В) Сколько тонн груза максимально могло перевести автохозяйство при данных условиях?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.