



## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов №1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов №2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

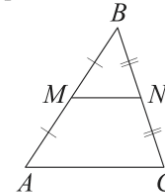
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

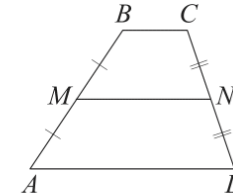
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

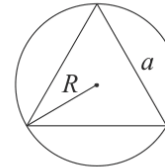


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

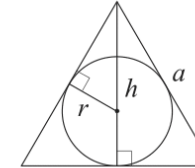


$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

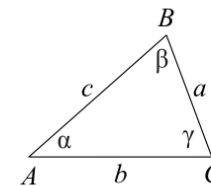
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



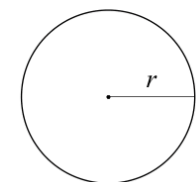
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

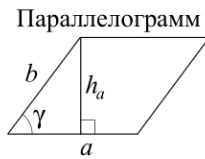


Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$



**Площади фигур**



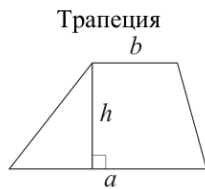
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

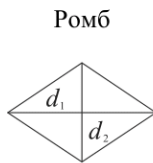


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



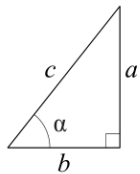
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

**Прямоугольный треугольник**



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

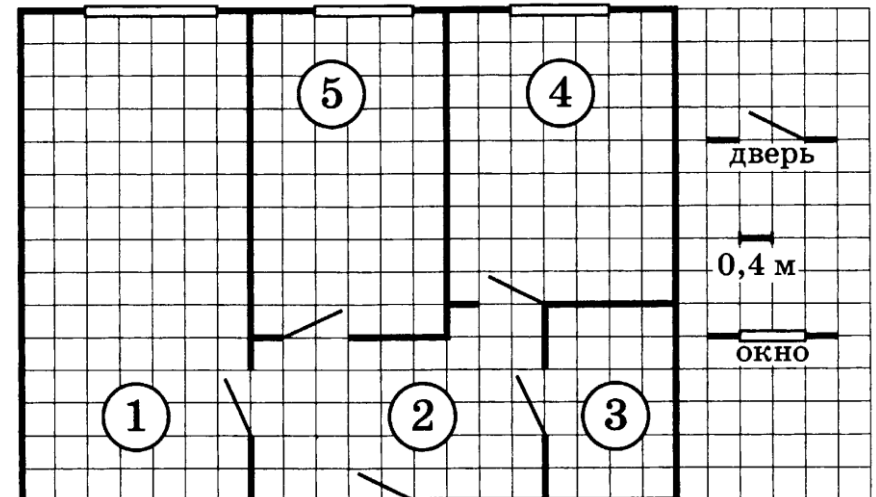
**Некоторые значения тригонометрических функций**

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.**



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. В квартире есть три окна. Самое широкое из них – в гостиной. Также окна есть в спальне и кухне. Самая маленькая площадь в квартире у санузла, который имеет общую стену с кухней. Балкон и лоджия в этой квартире отсутствуют.



- 1 Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность пяти цифр.

Помещения	спальня	санузел	кухня	гостиная	прихожая
Цифры					

- 2 Найдите ширину окна в спальне. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Плитка для пола размером 10 см × 20 см продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол санузла?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите площадь кухни. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Сколько процентов составляет площадь кухни от площади всей квартиры?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{17}{10} - \frac{1}{20}\right) \cdot \frac{2}{15}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Какое из данных чисел принадлежит промежутку [6; 7]?

- 1)  $\sqrt{6}$
- 2)  $\sqrt{7}$
- 3)  $\sqrt{40}$
- 4)  $\sqrt{51}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$a^{0,67} \cdot a^{0,56} \cdot a^{0,77}$$

при  $a = 23$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Решите уравнение

$$5x^2 + 15x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

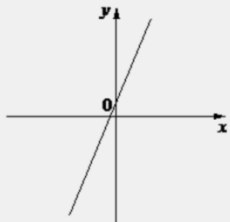
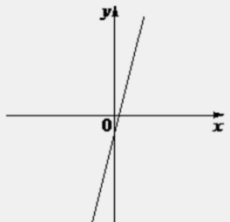
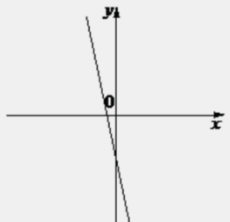
- 10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

**ГРАФИКИ**

А)  Б)  В) 

**КОЭФИЦИЕНТЫ**

1)  $k > 0, b < 0$                       2)  $k < 0, b < 0$                       3)  $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**12** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле  $C = 150 + 11(t - 5)$ , где  $t$  – длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Укажите неравенство, решением которого является любое число.

- 1)  $x^2 + 70 > 0$
- 2)  $x^2 - 70 > 0$
- 3)  $x^2 + 70 < 0$
- 4)  $x^2 - 70 < 0$

Ответ:

**14** При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на  $6,5^\circ\text{C}$  в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 4 минуты после начала проведения опыта, если начальная температура составляла  $-4,9^\circ\text{C}$ .

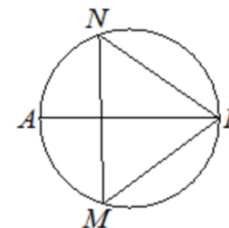
Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Один из углов прямоугольной трапеции равен  $64^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 36^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

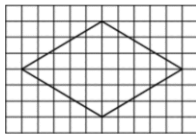
**17** Сторона квадрата равна  $3\sqrt{2}$ . Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все хорды одной окружности равны между собой.
- 2) Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

- 20 Найдите значение выражения  $61a - 11b + 50$ , если

$$\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

- 21 Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

- 22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25 & \text{при } x \geq 4, \\ x - 3 & \text{при } x < 4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23 Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ .

- 24 Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .

- 25 В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 49 и 21, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 20$ .

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*



СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">Результаты моих учеников</a> Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>ВК:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a>

## Система оценивания экзаменационной работы по математике

## Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	53412		
2	120		
3	20		
4	10,08		
5	21		
6	0,22		
7	3		
8	529		
9	-3		
10	0,81		
11	312		
12	260		
13	1		
14	-30,9		
15	116		
16	54		
17	18		
18	10		
19	3		
20	10		
21	14		
22	0; 1		
23	26		
24	■		
25	25		



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**20** Найдите значение выражения  $61a - 11b + 50$ , если  $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = \frac{9}{1}$

$-40 + 50 = 10$

$63a - 18b + 45 = 2a - 7b + 5$   
 $61a - 11b = -40$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 10

**21** Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

$t_{\text{медл}} - t_{\text{быстр}} = 3$

$\frac{140}{x} - \frac{140}{x+6} = 3$

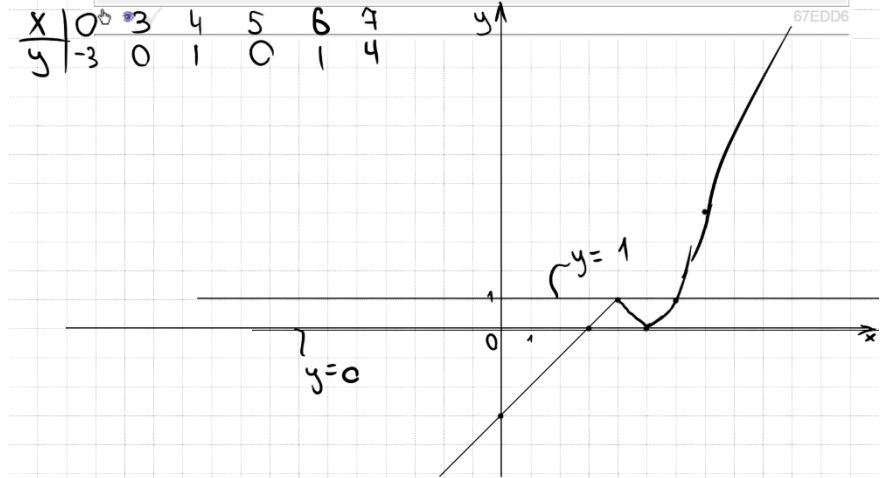
$\frac{140x + 140x - 140x}{x^2 + 6x} = 3 \cdot \frac{1}{1} \quad | : 3$

$280 = x^2 + 6x$   
 $x^2 + 6x - 280 = 0$   
 $D = 36 + 1120 = 1156 = 34^2$   
 $x = \frac{-6 \pm 34}{2}$   
 $x = 14$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 14

**22** Постройте график функции  $x_0 = \frac{10}{2} = 5$   
 $y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25 & \text{при } x \geq 4, \\ x - 3 & \text{при } x < 4. \end{cases}$   $x_0 = \frac{-6}{2 \cdot 0}$   
 Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

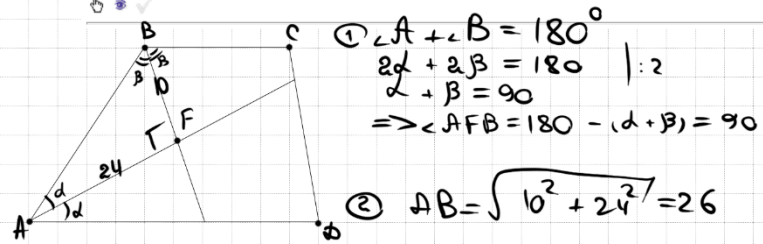
ОТВЕТ: 0; 1



23

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 10$ .

6AD95A



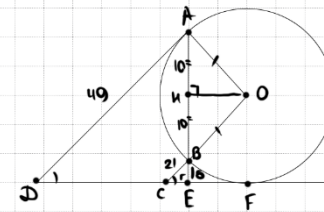
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 26

25

В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 49 и 21, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 20$ .

3FA333



$\textcircled{1} \triangle AOB$  - равноб.  
 $\Rightarrow AK = BK = 10$   
 $\textcircled{2} \triangle AOE \sim \triangle BOE$  по 2 углам  
 $\frac{7}{3} = \frac{10}{BE}$   
 $\frac{7}{3} = \frac{20 + BE}{BE}$   
 $7BE = 60 + 3BE$   
 $BE = 15$   
 $\textcircled{3} R = BK + BE = 10 + 15 = 25$

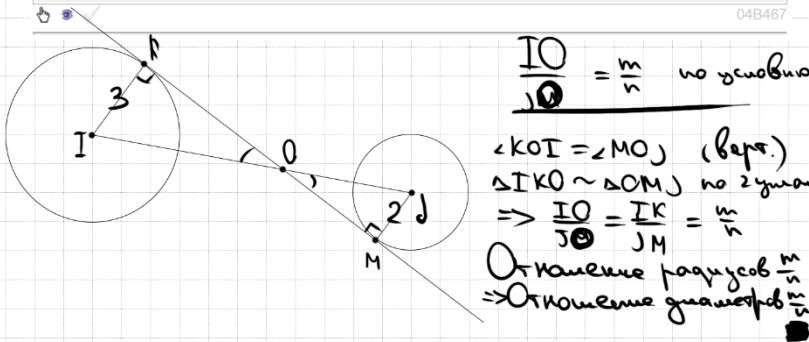
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 25

24

Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m : n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m : n$ .

04B467



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 232/551, зарегистрирован Минюстом России 12.05.2023 № 73292)

«72. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями развёрнутых ответов (в том числе устных) на задания КИМ в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый развёрнутый ответ на задания КИМ. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в первичных баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Третий эксперт назначается по согласованию с председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося.

Существенными считаются следующие расхождения.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

