

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

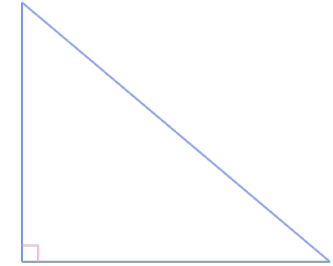
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике EDI угол D равен 90° . Чему равна ID , если $IE = 13$? Известно, что $\cos I = \frac{12}{13}$.

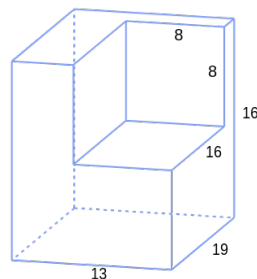


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{s}(5; 11)$ и $\vec{r}(3; 7)$. Найдите скалярное произведение $\vec{s} \cdot \vec{r}$.

Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).



Ответ: _____.

- 4 Научная конференция проводится в 17 дней. Всего запланировано 600 выступлений — последние 2 дня по 120 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление товарища Щ. окажется запланированным на предпоследний день мероприятия?

Ответ: _____.

- 5 В торговом центре два киоска с сладостями. Вероятность того, что к концу дня в первом киоске закончатся сладости, равна 0,37. Вероятность того, что сладости закончатся во втором киоске, такая же. Вероятность того, что сладости закончатся в двух киосках, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к концу дня сладости останутся в двух киосках.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$-\log_9(-92 + x) = 0$$

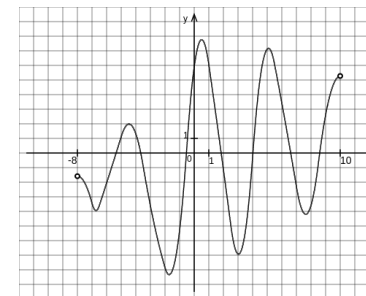
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\frac{\sqrt[6]{1024} \cdot \sqrt[15]{1024} \cdot 1024}{\sqrt[3]{1024}}$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 10)$. Определите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна графику функции $y = 6x - 10$, 1 или совпадает с ней.



Ответ: _____.

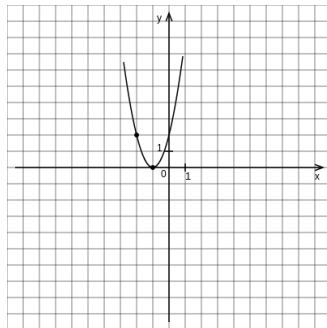
- 9 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,3 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

- 10 Вторая труба прокачивает на 2 литра в минуту больше, чем первая. Сколько литров воды в минуту прокачивает вторая труба, если бак объёмом 72 литра она заполняет на 0,5 минут быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + 2$. Найдите $f(16)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = (35 - 25x) \cos x + 25 \sin x + 96,$$

принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

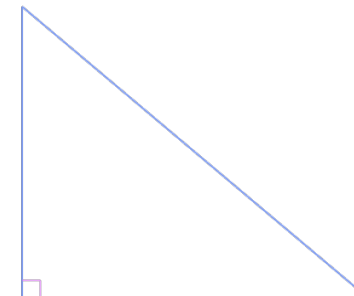
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1	В	тре-
	угольни-	RJQ
	ке	ра-
	угол	Че-
	вен	рав-
	му	ес-
	на	=
	ли	ЭТОМ
	$\frac{12}{5}$,	117?
	QR	

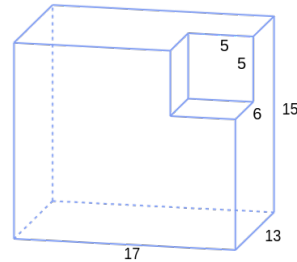


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(4; 2)$ и $\vec{p}(6; 11)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{p}$.

Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).



Ответ: _____.

- 4 Песенный конкурс проводится в 8 дней. Всего запланировано 120 выступлений — последние 3 дня по 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление товарища Н. окажется запланированным на первый день мероприятия?

Ответ: _____.

- 5 В торговом центре два киоска с сладостями. Вероятность того, что к концу дня в первом киоске закончатся сладости, равна 0,39. Вероятность того, что сладости закончатся во втором киоске, такая же. Вероятность того, что сладости закончатся в двух киосках, равна 0,09. Найдите вероятность того, что к концу дня сладости останутся в двух киосках.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\log_7(-32 - x) = 2$$

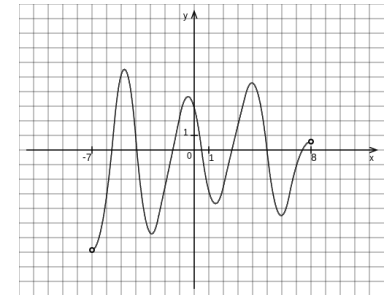
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\frac{\sqrt[9]{64} \cdot 64 \cdot \sqrt[18]{64}}{\sqrt[6]{64}}$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна графику функции $y = -7,2 - x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 9 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,9 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,6 с? Ответ выразите в метрах.

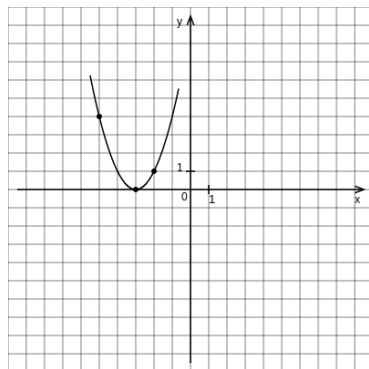
Ответ: _____.

10 Вторая труба пропускает на 3 литра в минуту больше, чем первая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если известно, что бак объёмом 159 литров она опустошает на 2,65 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображена графика функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите $f(-14)$.

ри-
сун-
ке
же
н
фик-
ции
 $f(x)$
 $=$
 ax^2
 $+$
 bx
 $+$
 c .
Найди-
те $f(-14)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции

$$y = (35x - 7) \cos x - 35 \sin x + 50,$$

принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

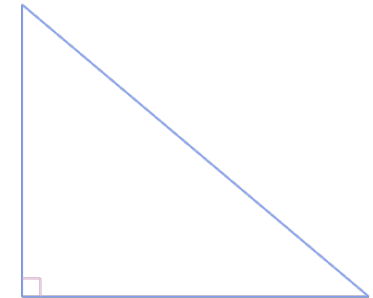
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике UGF угол G равен 90° . Сколько составляет ответ ли UG , FU при этом $FG = 60$?

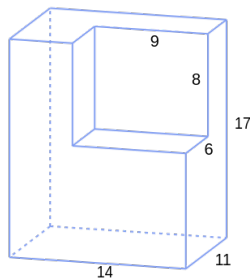


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{x}(8; 11)$ и $\vec{t}(6; 11)$. Найдите скалярное произведение $\vec{x} \cdot \vec{t}$.

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).



Ответ: _____.

- 4 Песенный конкурс проводится в 13 дней. Всего запланировано 220 выступлений — последние 2 дня по 55 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление товарища В. окажется запланированным на последний день мероприятия?

Ответ: _____.

- 5 В торговом центре два автомата с линзами. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончатся линзы, равна 0,12. Вероятность того, что линзы закончатся во втором автомате, 0,46. Вероятность того, что линзы закончатся в двух автоматах, равна 0,08. Найдите вероятность того, что к концу дня линзы останутся в двух автоматах.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\log_8(56 - x) = 3$$

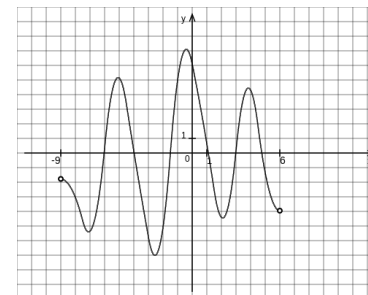
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\frac{\sqrt[12]{256} \cdot \sqrt[3]{256} \cdot 256}{\sqrt[6]{256}}$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна графику функции $y = 2,5 - 3x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

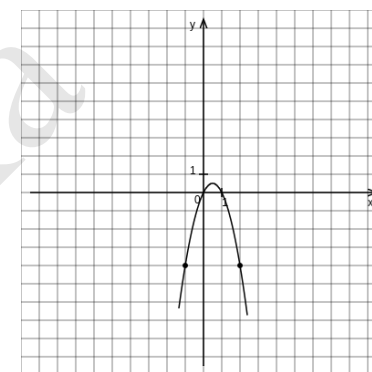
- 9 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,2 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

- 10 Второй шланг пропускает на 16 литров в минуту больше, чем первый. Сколько литров жидкости в минуту пропускает второй шланг, если бак объёмом 723 литра она опустошает на 12,05 минут быстрее, чем первый шланг?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображена функция $f(x) = ax^2 + 2x + c$. Найдите $f(13)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = (6 - 5x) \cos x + 5 \sin x + 74,$$

принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2 \sin x.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$.

- 14 В пирамиде $PABCD$ с вершиной P известно, что в основании лежит ромб. Также известно, что $AB = AC = 10$, $PA = PC = 10\sqrt{2}$, $PB = 20$.

- а) Докажите, что $PD \perp (ABC)$.
б) Найдите расстояние между PB и AC .

- 15 Решите неравенство

$$(\log_{0,25}^2(x+3) - \log_4(x^2+6x+9) + 1) \cdot \log_4(x+2) \leq 0.$$

- 16 В июне 2024 года планируется взять в кредит S рублей на 10 месяцев. Условия возврата таковы:
- каждый февраль долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с марта по май каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
 - в июне 2025, 2026, 2027, 2028, 2029 годов долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июнь предыдущего года;
 - в июне 2029 года долг должен быть равен 0,8 млн. рублей.
 - в июне 2030, 2031, 2032, 2033, 2034 годов долг должен быть на другую одну и ту же сумму меньше долга на июнь предыдущего года;
- Найдите S , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 2,09 млн. рублей.

- 17** Имеется две окружности, касающиеся внутренним образом в точке X . Точка, являющаяся центром большей окружности принадлежит меньшей окружности. В большей окружности проведена хорда NM , которая касается в точке C меньшей окружности. Также известно, что хорды NX и MX пересекают меньшую окружность соответственно в точках B и A и $AB \cap CX = L$.
- а) Докажите, что $\frac{NC}{BL} = \frac{MC}{AL}$.
- б) Известно, что $AL : BL = \frac{7}{3}$ и у меньшей окружности радиус равен $\sqrt{17}$. Найдите длину хорды NM .

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3} \cdot \ln(3x-a) = \sqrt{5x-3} \cdot \ln(4x+a)$$

имеет на отрезке $[0; 1]$ ровно один корень.

- 19** С числами m и n можно совершать либо действие $m+2$ и $n-1$ либо $m-1$ и $n+2$. Но только, если в новой паре чисел не будет отрицательного или нуля. Изначально $m=7$, $n=11$.
- а) Возможно ли за 20 действий получить пару чисел, в которой содержится число 50?
- б) Совершили некоторое количество действий и получили, что $m+n=600$. Сколько действий совершили?
- в) Совершили некоторое количество действий и получили, что $m \leq 50$, $n \leq 50$. Какое наибольшее количество действий могли совершить?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.