

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

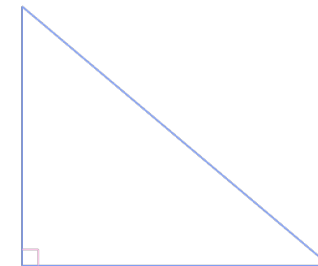
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В треугольнике  $AFM$  угол  $A$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin M = 0,41$ . Найдите  $\cos F$ .

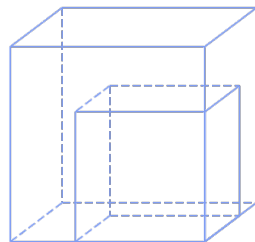


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{d} = (11; -1)$ ,  $\vec{b} = (-5; -9)$  и  $\vec{a} = (10; 12)$ . Найдите длину вектора  $-2\vec{d} - 2\vec{b} + 2\vec{a}$ . Ответ умножьте на  $\sqrt{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Если ребро куба увеличить на 7, то площадь поверхности увеличится на 714. Найдите площадь поверхности исходного куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В среднем из 500 ноутбуков, поступивших в продажу, 483 не имеют дефектов. Найдите вероятность того, что один случайным образом выбранный экземпляр товара имеет дефекты.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 При выпечке батона производится контрольное взвешивание свежего изделия. Известно, что вероятность того, что масса окажется больше 581 г, равна 0,75. Вероятность того, что масса окажется меньше 671 г, равна 0,57. Найдите вероятность того, что масса изделия больше 581 г, но меньше 671 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\frac{46}{16x+6} - \frac{46}{7x+6} = 0$$

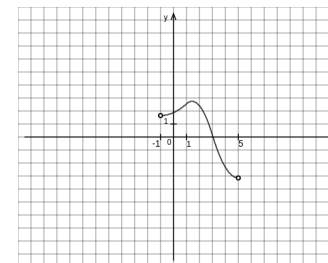
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\frac{-27 \sin 29^\circ}{15 \cos 61^\circ} + 85$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 5)$ . Определите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

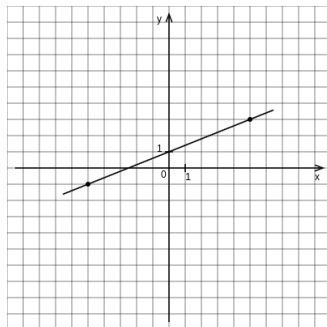
- 9 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 8$  мкФ. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 3$  МОм. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 24$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  кВ за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ , где  $\alpha = 0.4$  - постоянная. С момента выключения телевизора прошло 28.8 с. Определите напряжение на конденсаторе в кВ.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Два велосипедиста одновременно отправились в 168-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 18 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл в пункт назначения на 21 час раньше второго. Определите скорость велосипедиста, первым пришедшего к финишу. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 14,4$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 2e^x - 27$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

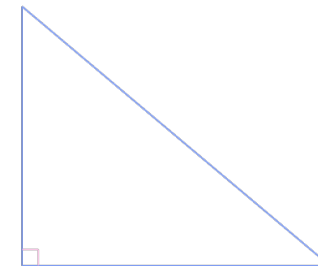
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В треугольнике  $ZNM$  угол  $Z$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos M = 0,97$ . Найдите  $\sin N$ .

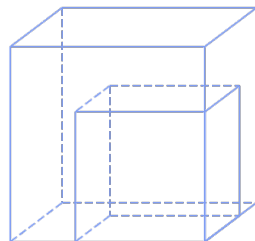


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{l} = (7; 14)$ ,  $\vec{t} = (9; -1)$  и  $\vec{c} = (-1; -17)$ . Найдите длину вектора  $-2\vec{t} + 2\vec{l} + 3\vec{c}$ . Ответ умножьте на  $\sqrt{10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Если ребро куба увеличить на 4, то площадь поверхности увеличится на 192. Найдите объём исходного куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В среднем из 400 СВЧ-печей, поступивших в продажу, 397 не имеют дефектов. Найдите вероятность того, что один случайным образом выбранный экземпляр товара не имеет дефектов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 При выпечке пампушки производится контрольное взвешивание свежего изделия. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 157 г, равна 0,64. Вероятность того, что масса окажется больше 139 г, равна 0,46. Найдите вероятность того, что масса изделия больше 139 г, но меньше 157 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$-\frac{72}{8x - 26} = -\frac{72}{12x + 6}$$

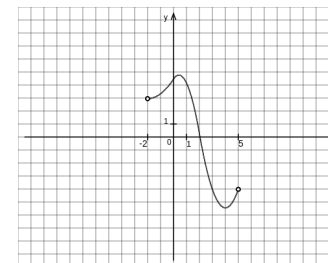
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\frac{49 \cos 251^\circ}{20 \sin 19^\circ} + 95$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 5)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

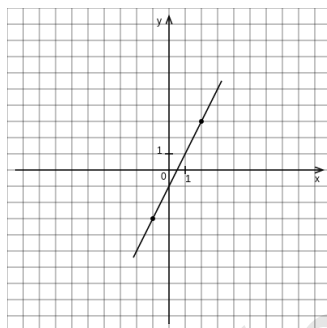
- 9 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 7$  мкФ. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R$  МОм. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 128$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U = 8$  кВ за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ , где  $\alpha = 0.2$  - постоянная. С момента выключения телевизора прошло 22.4 с. Определите сопротивление резистора в МОм.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Два электросамоката одновременно отправились в 192-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 12 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 36 часов раньше второго. Вычислите скорость электросамоката, пришедшего в пункт назначения вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 4$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 10e^x - 11$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

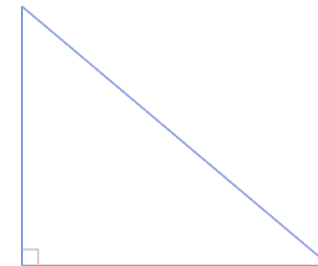
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В треугольнике  $VJB$  угол  $B$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos J = 0,41$ . Найдите  $\sin V$ .

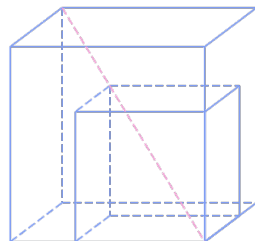


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{p} = (-3; 14)$ ,  $\vec{u} = (-1; -16)$  и  $\vec{v} = (-10; -8)$ . Найдите длину вектора  $\vec{v} + 2\vec{u} + 2\vec{p}$ . Ответ умножьте на  $\sqrt{13}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Если ребро куба увеличить на 5, то квадрат диагонали увеличится на 315. Найдите квадрат диагонали исходного куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В среднем из 200 ноутбуков, поступивших в продажу, 6 имеют дефекты. Найдите вероятность того, что один случайным образом выбранный экземпляр товара не имеет дефектов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** При выпечке батона производится контрольное взвешивание свежего изделия. Известно, что вероятность того, что масса окажется больше 746 г, равна 0,19. Вероятность того, что масса окажется меньше 812 г, равна 0,85. Найдите вероятность того, что масса изделия больше 746 г, но меньше 812 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\frac{18}{12x + 7} = \frac{18}{4x + 79}$$

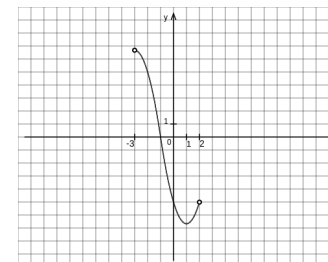
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{-4 \sin 33^\circ}{-5 \cos (-303^\circ)} - 92$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 2)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

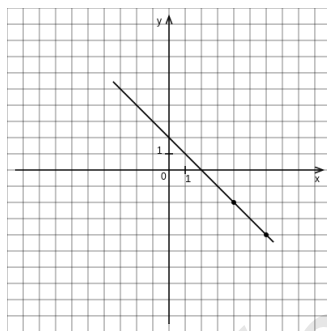
- 9** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 8$  мкФ. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 4$  МОм. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 40$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U = 5$  кВ за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ , где  $\alpha$  — постоянная. С момента выключения телевизора прошло 57.6 с. Определите постоянную  $\alpha$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Два мотоцикла одновременно отправились в 160-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 16 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл в пункт назначения на 32 часа раньше второго. Найдите скорость мотоцикла, вторым пришедшего к финишу. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(-16)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 18e^x - 43$  на полуинтервале  $(-3; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin(2\pi - x) + \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{6} \cos x.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$ .

- 14 Дана треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  с правильным треугольником  $ABC$  в основании, сторона которого равна 2. Точка  $K$  является серединой ребра  $CC_1$ .

- а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $BKA_1$  является равнобедренным треугольником.  
б) Известно, что площадь сечения призмы плоскостью  $BKA_1$  равна 6. Найдите высоту призмы.

- 15 Решите неравенство

$$7 \log_{12}(x^2 - 13x + 42) \leq 8 + \log_{12} \frac{(x-7)^7}{x-6}.$$

- 16 Предприниматель хочет создать новое предприятие, стоимость которого оценивается в 100 миллионов рублей. Затраты на производство  $y$  тысяч единиц продукции на нём равны  $\frac{y^2}{2} + y + 7$  миллионов рублей в год. Если полученную продукцию продавать по  $q$  тысяч рублей за каждую единицу продукта, то прибыль предпринимателя за один год составит  $qy - (\frac{y^2}{2} + y + 7)$  миллионов рублей. Предприниматель хочет максимизировать свою прибыль. При каком наименьшем значении  $q$  создание предприятия окупится не более, чем за 4 года?

- 17** Известно, что средняя линия трапеции равна  $\frac{13}{2}$ , а диагонали равны 5 и 12.
- а) Докажите, что диагонали трапеции перпендикулярны.
- б) Найдите площадь трапеции.

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^4 + (a - 3)^2 = |x - a + 3| + |x + a - 3|$$

либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

- 19** В классе одинаковое количество мальчиков и девочек. Мальчики дарили конфеты девочкам. Каждый мальчик подарил или 5 конфет, или 16 конфет, причём и тех, и других мальчиков было как минимум двое. Возможно, что какой-то мальчик подарил какой-то девочке несколько конфет.
- а) Может ли быть, что каждая девочка получила по 7 конфет?
- б) Какое наименьшее количество девочек могло быть в классе, если все они получили поровну конфет?
- в) Пусть все девочки получили различное количество конфет (возможно, что кто-то из девочек остался без конфет вообще). Какое наименьшее количество девочек в таком классе?



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*