



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Решите уравнение

$$\left| \dots \left| \left| 2x - x - x - \dots - x \right| \right| = x^2 - 1.$$

В левой части знак «минус» фигурирует 98 раз.

2. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 70^\circ$. На стороне AB отмечена точка X , на стороне BC — точка Y , а на стороне AC — точка Z , причем $AB = BY$, $CY = CZ$ и $AZ = AX$. Найдите угол XYZ .

3. На доске написано некоторое натуральное число N . Петя разделил его с остатком на 4441, записал в тетрадь остаток, а полученное неполное частное разделил на 81 и снова записал остаток. Вася разделил N с остатком на 81, записал к себе в тетрадь остаток, полученное неполное частное разделил на 4441 и снова записал остаток в тетрадь. Сумма двух остатков, записанных Петей, оказалась не равна сумме двух Васиных остатков. На какое наименьшее число могли отличаться друг от друга эти суммы?

4. Сумма целых чисел a и b не равна 1. Известно, что число $n^2 - 2an - b$ не делится на $a + b - 1$ ни при каком целом n . Докажите, что квадратный трехчлен $x^2 - 2bx - a$ не имеет целых корней.

5. Какое наименьшее количество клеток можно отметить в квадрате 110×110 так, чтобы в любом прямоугольнике 11×12 (и в любом прямоугольнике 12×11) была хотя бы одна отмеченная клетка?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Решите уравнение

$$\left| \dots \left| \left| 3x - x - x - \dots - x \right| \right| = 1 - x^2.$$

В левой части знак «минус» фигурирует 77 раз.

2. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 56^\circ$ и $AB = AC$. На продолжении стороны AB за точку B выбрана точка X , а на продолжении отрезка AC за точку C — точка Y . На отрезке XY отмечена точка Z . Известно, что $AX = XZ$, $YZ = YC$. Найдите угол BZC .

3. На доске написано некоторое натуральное число K . Дима разделил его с остатком на 3637, записал в тетрадь остаток, а полученное неполное частное разделил на 73 и снова записал остаток. Саша разделил N с остатком на 73, записал к себе в тетрадь остаток, полученное неполное частное разделил на 3637 и снова записал остаток в тетрадь. Сумма двух остатков, записанных Димой, оказалась не равна сумме двух Сашиных остатков. На какое наименьшее число могли отличаться друг от друга эти суммы?

4. Сумма целых чисел a и b не равна -1 . Известно, что квадратный трехчлен $x^2 + 2ax + b$ имеет целый корень. Докажите, что при некотором целом n число $n^2 + 2bn + a$ делится на $a + b + 1$.

5. Какое наименьшее количество клеток можно отметить в квадрате 90×90 так, чтобы в любом прямоугольнике 10×11 (и в любом прямоугольнике 11×10) была хотя бы одна отмеченная клетка?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru

Критерии проверки работ 10 класса

Каждая задача оценивалась из 7 баллов.

Граница прохода на региональную олимпиаду — 18 баллов, 3 задачи с недочетами. После показа граница может быть понижена, но не более чем на 3 балла.

Граница прохода на городскую олимпиаду — 15 баллов.

Показ работ 10 класса будет производиться в понедельник, 16 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).

1. Случай $x > 0$ считается разобранным верно, если установлено, что левая часть равна 0, и из корней уравнения $x^2 - 1 = 0$ оставлен лишь корень $x = 1$.

Случай $x < 0$ считается разобранным верно, если получено верное квадратное уравнение, и из его двух корней оставлен лишь один (отрицательный). При этом допускается незначительная арифметическая ошибка в вычислении этого корня.

Если случай $x > 0$ разобран верно, а $x < 0$ — неверно, ставится 2 балла.

Если случай $x < 0$ разобран верно, а $x > 0$ — неверно, ставится 3 балла.

За арифметическую ошибку (см. выше) снимается 2 балла.

2. В тексте решения присутствуют заведомо неверные выводы (равнобедренности, параллельности, прямые углы и т.п.) — 0 баллов.

Верный ответ без продвижений в его обосновании не оценивается.

3. Верно доказана оценка — 3 балла.

Приведен верный и обоснованный пример — 3 балла.

4. Специальных критериев нет.

5. В работе доказана оценка — 1 балл.

В предыдущем критерии подразумевается, что в работе явно упоминается размещение в таблице 90 (72) непересекающихся прямоугольников и явным образом записан вывод о том, что требуется не меньше чем 90 (72) отмеченных клеток — 1 балл. Туманные размышления о том что отмеченные клетки должны «идти с шагом 10», потому что «так наиболее выгодно» (и аналогичные бессмысленные фразы) никак не оцениваются, ибо не имеют отношения ни к оценке, ни к примеру.

Приведён ответ и верный пример с обоснованием его пригодности, но не доказана оценка — 4 балла.

Верный ответ без продвижений в оценке или примере не оценивается.

Критерии проверки работ 10 класса

Каждая задача оценивалась из 7 баллов.

Граница прохода на региональную олимпиаду — 18 баллов, 3 задачи с недочетами. После показа граница может быть понижена, но не более чем на 3 балла.

Граница прохода на городскую олимпиаду — 15 баллов.

Показ работ 10 класса будет производиться в понедельник, 16 декабря, в 17:00 в ФМЛ 239 (старший корпус).

1. Случай $x > 0$ считается разобранным верно, если установлено, что левая часть равна 0, и из корней уравнения $x^2 - 1 = 0$ оставлен лишь корень $x = 1$.

Случай $x < 0$ считается разобранным верно, если получено верное квадратное уравнение, и из его двух корней оставлен лишь один (отрицательный). При этом допускается незначительная арифметическая ошибка в вычислении этого корня.

Если случай $x > 0$ разобран верно, а $x < 0$ — неверно, ставится 2 балла.

Если случай $x < 0$ разобран верно, а $x > 0$ — неверно, ставится 3 балла.

За арифметическую ошибку (см. выше) снимается 2 балла.

2. В тексте решения присутствуют заведомо неверные выводы (равнобедренности, параллельности, прямые углы и т.п.) — 0 баллов.

Верный ответ без продвижений в его обосновании не оценивается.

3. Верно доказана оценка — 3 балла.

Приведен верный и обоснованный пример — 3 балла.

4. Специальных критериев нет.

5. В работе доказана оценка — 1 балл.

В предыдущем критерии подразумевается, что в работе явно упоминается размещение в таблице 90 (72) непересекающихся прямоугольников и явным образом записан вывод о том, что требуется не меньше чем 90 (72) отмеченных клеток — 1 балл. Туманные размышления о том что отмеченные клетки должны «идти с шагом 10», потому что «так наиболее выгодно» (и аналогичные бессмысленные фразы) никак не оцениваются, ибо не имеют отношения ни к оценке, ни к примеру.

Приведён ответ и верный пример с обоснованием его пригодности, но не доказана оценка — 4 балла.

Верный ответ без продвижений в оценке или примере не оценивается.