

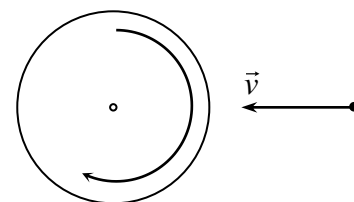
**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2024-2025 учебный год, 7 класс**

1. Атомы ряда веществ могут самопроизвольно распадаться с течением времени – такие процессы называются радиоактивными распадами. Изучение радиоактивных распадов показало, что распады происходят так, что каждую секунду распадается одна и та же доля имеющихся атомов радиоактивного вещества (независимо от того, сколько атомов было вначале). Для некоторого радиоактивного вещества известно, что за полгода распадается 20 % имеющихся первоначально атомов. Какая часть первоначального количества атомов распадется за полтора года? Какая часть первоначального количества атомов распадется за четвертый полугодовой интервал с начала наблюдения? Какая часть первоначального количества атомов вещества останется в образце через 2 года?

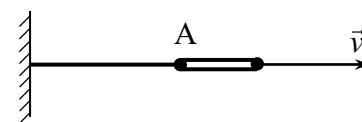
2. На динамометре висит ведро, заполненное до краев водой, при этом показание динамометра составляет $F_1 = 20$ Н. В ведро кладут камень, который полностью погружается в воду. В этом случае динамометр показывает $F_2 = 24$ Н. Каким будет показание динамометра, если камень вытащить из ведра? Плотность камня втрое больше плотности воды.

3. Путь из города А в город В делится деревней С на два участка АС и СВ, длины которых относятся как 3:1. Машина, двигаясь из А в В, на участке АС имела среднюю скорость v , а на участке СВ – среднюю скорость $3v/2$. Найти среднюю скорость машины на всем пути АВ, если в деревне С она не останавливалась. Найти также средние скорости машины за первую и вторую половины полного времени движения. $v = 50$ км/ч.

4. Расположенный вертикально цилиндр из бумаги диаметром d равномерно вращается вокруг своей оси, совершая один оборот за время T . Пуля, летящая горизонтально, пробивает цилиндр. Возможна ли такая ситуация, когда в боковой поверхности цилиндра будет лишь одно отверстие от пули, и если да, то при какой скорости пули? Траектория пули пересекает ось цилиндра (см. рисунок; вид сверху). Диаметр цилиндра d , время полного оборота вокруг своей оси T , скорость пули v . Цилиндр никак не искажает движение пули.



5. Жесткость резинового шнура равна k . От шнура отрезают две трети длины, оставшуюся одну треть длины разрезают пополам, и соединяют три полученные части первоначального шнура так, как это показано на



рисунке: к концу длинной части привязывают две коротких части, вторые концы которых связывают друг с другом. Затем один из концов получившегося комбинированного шнура закрепляют, а второй тянут с постоянной скоростью v (см. рисунок). Найти скорость точки соединения частей шнура (точка А на рисунке). Найти также жесткость комбинированного шнура. Считать, что для любых удлинений шнура работает закон Гука.

Решения и критерии оценивания

1. Пусть изначально образец содержит N атомов радиоактивного вещества. Поскольку за полгода распалось 20% атомов, то через полгода образец будет содержать $N - 0,2N = 0,8N$ атомов радиоактивного вещества. Согласно закону радиоактивного распада еще через полгода должно распастся такое количество атомов радиоактивного вещества, которое составляет 20 % от того количества атомов, которое было в начале второго полугодия – $0,2 \times 0,8N = 0,16N$. И, следовательно, к началу третьего полугодия в образце останется $0,64N$ атомов вещества. За третье полугодие распадется 20 % этого количества атомов – т.е. $0,2 \times 0,64N = 0,128N$ атомов. Поэтому за полтора года распадется $0,2N + 0,16N + 0,128N = 0,488N$ атомов вещества, т.е. 0,488 от первоначального количества атомов.

За четвертое полугодие распадется 20 % от числа атомов, имевшихся в начале четвертого полугодия, т.е. от $N - 0,488N = 0,512N$ атомов вещества. Это значит, что за четвертое полугодие распадется $0,2 \times 0,512N = 0,1024N$ атомов вещества. Поэтому после истечения двух лет образец будет содержать $0,512N - 0,1024N = 0,4096N$ атомов радиоактивного вещества.

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильно найдена доля атомов, распавшихся за второе полугодие - 1 балл
 2. Правильно найдена доля атомов, распавшихся за третье полугодие – 1 балл
 3. Правильно найдена доля атомов, распавшихся за полтора года – 1 балл
 4. Правильно найдена доля атомов, распавшихся за четвертое полугодие – 1 балл
 5. Правильно найдена доля атомов, оставшихся в образце через два года – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Пусть объем камня V . Тогда после того, как в ведро положили камень, из него вылился объем воды V , который и занял камень. Поэтому масса ведерка увеличилась на $(\rho_1 - \rho_0)Vg = 2\rho_0gV$, где ρ_1 - плотность камня, ρ_0 - плотность воды. Отсюда получаем

$$F_2 - F_1 = 2\rho_0gV \quad \Rightarrow \quad V = \frac{F_2 - F_1}{2\rho_0g}$$

А поскольку при вытаскивании камня в ведре останется масса воды, меньшая первоначальной на вес воды в объеме камня, получаем

$$F_3 = F_1 - \rho_0gV = F_1 - \frac{F_2 - F_1}{2} = \frac{3F_1 - F_2}{2} = 18 \text{ Н}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное понимание, что опускание в ведро камня приведет к удалению воды в объеме камня - 1 балл
 2. Правильное использование связи массы, объема, плотности – 1 балл
 3. Правильно найден объем камня – 1 балл
 4. Правильное уравнение для силы при вытаскивании из ведерка камня – 1 балл
 5. Правильный ответ (формула и число) – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Пусть длина первого участка AC равна $3l$. Тогда длина второго участка CB равна l , а длина всего пути AB - $4l$. Время прохождения машиной пути AB найдем как сумму времен прохождения участков пути AC и CB:

$$t_{AB} = t_{AC} + t_{CB} = \frac{3l}{v} + \frac{l}{(3v/2)} = \frac{3l}{v} + \frac{2l}{3v} = \frac{11l}{3v}.$$

Поэтому средняя скорость машины на всем пути составляет

$$v_{cp} = \frac{4l}{t_{AB}} = \frac{12}{11}v = 54,5 \text{ км/ч.}$$

Продолжительность первой и второй половин полного времени движения составят

$$t_{1/2} = \frac{t_{AB}}{2} = \frac{11l}{6v}$$

Поскольку время движения от города А до деревни С ($3l/v$) больше времени движения от деревни С до города В, половина полного времени движения пройдет, когда машина будет двигаться от города А до деревни С. Следовательно, средняя скорость машины за первую половину полного времени движения равна скорости машины на участке пути от А до С: $v_{cp,1} = v = 50$ км/ч, причем за это время машина пройдет расстояние

$$S = v \frac{11l}{6v} = \frac{11l}{6}$$

Значит, за вторую половину полного времени движения машина пройдет расстояние $4l - S$, а ее средняя скорость за это время будет равна

$$v_{cp,2} = \frac{4l - S}{t_{1/2}} = \frac{13}{11}v = 59,1 \text{ км/ч}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильно использовано определение средней скорости – 1 балл
2. Правильно найдена средняя скорость на всем пути – 1 балл
3. Правильно определена точка пути, где будет находиться машина после прохождения первой половины полного времени движения – 1 балл
4. Правильно найдена средняя скорость за первую половину полного времени движения – 1 балл
5. Правильно найдена средняя скорость за вторую половину полного времени движения – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Да, такая ситуация возможна, если за то время, за которое цилиндр совершит половину оборота, пуля пройдет вдоль всего диаметра и попадет в то же отверстие, которое она пробила, попав внутрь цилиндра. Или

$$\frac{d}{v} = \frac{T}{2}$$

Легко сообразить, что это не единственная возможность. За время пролета пули внутри цилиндра цилиндр может совершить полтора, два с половиной, три с половиной и т.д. оборотов. Поэтому условием существования одного отверстия в стенках цилиндра является соотношение

$$\frac{d}{v} = \frac{T}{2} + nT$$

где n - любое целое число. Отсюда получаем условие на скорость пули, при которой реализуется рассматриваемая ситуация

$$v = \frac{2d}{(2n+1)T}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 1 балл**
 - 2. Правильная идея решения – в стенках будет одно отверстие, если на выходе пуля попадет в ту же пробойну, которую делает на входе - 1 балл**
 - 3. Правильно замечено, что это условие будет выполняться при разных скоростях пули - 1 балл**
 - 4. Правильно найден самый первый корень (для скорости) – 1 балл**
 - 5. Правильно найдены все остальные корни (для скорости) – 1 балл**
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

5. Докажем, что жесткость резинового шнура обратно пропорциональна его длине (при неизменных остальных параметрах). Действительно, при приложении определенной растягивающей силы к концу шнура, эта сила будет приложена и к каждой части шнура. При этом шнур будет растягиваться равномерно (т.е. будет растягиваться каждая часть шнура), а его удлинение будет складываться из удлинений отдельных частей. Из-за равномерного удлинения половина шнура даст половинное удлинение, четверть шнура – четверть удлинения и т.д. Это значит, что при приложении к каждой части шнура такой же силы, как и ко всему шнуру, мы получим удлинение, пропорциональное длине этой части, что и означает, что ее жесткость обратно пропорциональна длине шнура.

Поэтому, если жесткость всего шнура равна k , то жесткость двух третей шнура равна $3k/2$, одной шестой шнура - $6k$. Далее. Как известно, при параллельном соединении пружин или упругих шнур их жесткости складываются, при последовательном – складываются величины, обратные жесткостям. Поэтому жесткость двух параллельных шнуров с жесткостями $6k$ каждый равна $12k$. А общая жесткость всего комбинированного шнура k_o определяется соотношением

$$\frac{1}{k_o} = \frac{1}{(3k/2)} + \frac{1}{12k} = \frac{3}{4k} \quad \Rightarrow \quad k_o = \frac{4k}{3}.$$

Скорость точки соединения кусков шнура можно найти из следующих соображений. Пусть конец комбинированной пружины переместился на величину Δx , точка А – на величину Δx_1 . Тогда удлинение двух третей первоначального шнура составит Δx_1 , двух параллельно соединенных участков по одной шестой длины первоначального шнура каждый составит $\Delta x - \Delta x_1$. При этом силы упругости, возникшие в первом и во втором участках комбинированного шнура должны быть одинаковы. А поскольку их жесткости равны $3k/2$ и $12k$ соответственно, получаем

$$\frac{3k}{2} \Delta x_1 = 12k (\Delta x - \Delta x_1) \quad \Rightarrow \quad \Delta x_1 = \frac{8}{9} \Delta x$$

Отсюда следует, что скорость точки соединения частей шнура (точки А на рисунке в условии задачи) составляет $\frac{8}{9}$ от скорости конца комбинированного шнура, т.е. от величины v . Поэтому

$$v_A = \frac{8}{9}v.$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильное утверждение (с обоснованием), что коэффициент жесткости шнура обратно пропорционален его длине – 1 балл**
- 2. Правильные правила нахождения жесткостей последовательно и параллельно соединенных пружин или упругих шнуров - 1 балл**
- 3. Правильное утверждение, что при растяжении комбинированного шнура силы упругости во всех последовательно соединенных элементах будут одинаковы – 1 балл**
- 4. Правильный ответ для жесткости комбинированного шнура – 1 балл**
- 5. Правильный ответ для скорости точки А – 1 балл**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.