

Тридцатая Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2025 год

Первый тур

Конкурс	10 класс
Дата написания	24 апреля 2025 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	48
Время написания	3 часа 30 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов, а также цены во всех задачах бесконечно делимыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Задача 1. Блиц**(12 баллов)**

В первом задании олимпиады вам предстоит решить три не связанных друг с другом коротких задачи.

а) (4 балла) В январе 2025 года китайская компания *DeepSeek* представила чат-бота на основе собственной большой языковой модели. По заявлению компании, новая технология обучения модели потребовала в несколько раз меньше вычислительных ресурсов, чем у конкурентов. Это вызвало ожидания снижения спроса на графические процессоры, и акции *NVIDIA* — крупнейшего их производителя — резко упали.

Рассмотрим фирму «Джевонс и Ко», использующую чипы *NVIDIA* для производства нейросетевых решений. Чтобы выпустить q единиц продукта, фирма использует x чипов, производственная функция $q = a\sqrt{x}$, где $a > 0$. Рыночная цена продукта составляет 2 д.е. за единицу, один чип стоит 1 д.е. Распространение новой технологии повышает параметр a с 2 до 5. Рассчитайте, как изменится количество закупаемых фирмой чипов, и содержательно объясните направление этого изменения.

б) (4 балла) Из города А в город Б идут две дороги: старая и новая, проезд по ним бесплатный. Если по старой дороге едут x машин в час, то время в пути между городами составляет $40 + \frac{x}{20}$ минут. Если по новой дороге едут y машин в час, то время в пути между городами составляет $30 + \frac{y}{30}$ минут. Суммарный поток по двум дорогам составляет 1000 машин в час. Каждый водитель выбирает дорогу так, чтобы минимизировать сумму денежной ценности своего времени в пути (минуту своего времени он ценит в 10 рублей) и платы за проезд (если она есть). Время в пути водитель узнаёт через навигатор, использующий текущие данные загруженности дорог; небольшой собственный вклад в загруженность дороги никто не учитывает. В министерстве транспорта заметили, что новая дорога слишком загружена, и решили сделать ее платной. Какую плату p за проезд по новой дороге следует установить, чтобы минимизировать суммарное время в пути всех водителей на двух дорогах?

в) (4 балла) В деревне есть 60 крестьянских хозяйств, каждое из которых располагает 1 единицей земли и 5 единицами рабочего времени. Жители деревни умеют выращивать пшеницу и лён, а также выпекать хлеб и изготавливать ткань. Производство единицы пшеницы требует 5 единиц рабочего времени и 1 единицы земли, а производство единицы льна требует только 1 единицы земли и не требует труда. Производство единицы хлеба требует 1 единицы пшеницы и 1 единицы рабочего времени. Производство единицы ткани требует единицы льна и 4 единиц рабочего времени. Опишите формулой вида $y = f(x)$ (где x — хлеб, y — ткань), как устроена КПП этой экономики.

Задача 2. Тарифы президента**(12 баллов)**

Страна А имеет дефицит торгового баланса с остальным миром, при этом с разными странами величина этого дефицита разная, а с некоторыми странами торговый баланс положительный. Президенту страны А не нравятся торговые дефициты, и он хочет свести их к 0 с теми странами, с которыми они сейчас есть. Экономические советники предложили ему поднять импортную пошлину (тариф) на товары из каждой страны i , с которой сейчас есть торговый дефицит, на следующее количество процентных пунктов:

$$\Delta\tau_i = \frac{x_i - m_i}{\varepsilon \cdot \varphi \cdot m_i}.$$

Здесь ε — эластичность спроса на импорт в стране по цене импорта, φ — полуэластичность¹ цены импорта по ставке тарифа, x_i и m_i — текущие значения экспорта и импорта со страной i . Считайте, что «цена импорта» — это некоторая средняя цена, измеряемая индексом.

а) (4 балла) Покажите, что формула, предложенная советниками, имеет смысл, то есть введение пошлин в соответствии с ней может привести к обнулению торгового дефицита. Укажите необходимые предпосылки, приняв которые, можно прийти к этой формуле.

б) (3 балла) Используя эту формулу, президент намерен увеличить тарифы на величины до 50 процентных пунктов, рассчитывая, что дефицит торгового баланса сведется к нулю. Объясните, почему в реальности при таком увеличении тарифов обнуления торгового дефицита, скорее всего, не случится.

в) (1 балл) Объясните, как страна может иметь торговый дефицит с остальным миром на протяжении долгого времени — в частности, откуда она будет брать иностранную валюту на закупку импортных товаров?

г) (4 балла) Ведущие экономисты страны А выступили с заявлением, что предлагаемое повышение тарифов, хоть и является в теории протекционистской мерой, на деле может сделать отечественным производителям (особенно сложных товаров) хуже. Приведите два аргумента, почему это может оказаться так.

¹Полуэластичностью φ по x здесь называется соотношение процентного изменения y и абсолютного изменения x . В данном случае φ отвечает на вопрос, на сколько процентов изменится цена импорта при изменении ставки тарифа на один процентный пункт.

Задача 3. Кредитные линии и их эффекты (12 баллов)

Кредитные линии — важный элемент финансовой системы, позволяющий фирмам гибко получать финансирование от банков. По кредитной линии средства можно получить в любой момент, когда это будет необходимо, в пределах заранее согласованного лимита. (Лимит можно использовать по частям.)

а) (2 балла) Кредитные линии часто рассматриваются как способ защиты от шоков ликвидности. Объясните, каким образом они помогают компаниям справляться с временным дефицитом денежных средств, в отличие от обычных кредитов.

б) (3 балла) Данные показывают, что использование кредитных линий статистически чаще наблюдается у фирм с устойчивыми денежными потоками, тогда как при высокой волатильности потоков компании реже используют кредитные линии и чаще создают собственные резервы ликвидности. Предложите механизм, объясняющий, почему наблюдается такая зависимость.

в) (4 балла) Банки нередко взимают с заемщиков плату за неиспользованную часть лимита по кредитной линии. При этом банки предлагают заемщикам на выбор несколько опций с разной комбинацией процентной ставки и платы за неиспользование. Объясните, почему плата за неиспользованный лимит и выбор опций существуют, то есть почему такие практики выгодны банку.

г) (3 балла) Рассмотрим поведение банков и заемщиков во время кризиса. Фирмам в этих условиях будет необходимо больше заемных средств для поддержания своей основной деятельности. Какой мотив помимо этого может стимулировать фирмы активно использовать ранее одобренные кредитные линии? Как большой объем одобренных кредитных линий сказывается на финансовой устойчивости экономики в ситуации кризиса?

Задача 4. О пользе конкуренции (12 баллов)

Как конкуренция на рынке влияет на стимулы фирм к инновациям? Данный вопрос является одним из классических в экономической науке. В этой задаче мы рассмотрим модель, проливающую на него свет.

На рынке пряжи для вязания действует фирма-монополист «Анна». Обратная функция спроса задана уравнением $p = 1 - q$, предельные издержки производства постоянны и изначально равны 0,5. «Анна» может снизить предельные издержки производства, осуществляя инновации. Чтобы снизить предельные издержки на $I \leq 0,5$, нужно понести дополнительные издержки в размере $0,5kI^2$ на инновационную деятельность, где $k > 1$. Других издержек, кроме издержек на производство и инновации, фирма на несет.

а) (2 балла) Выведите общие издержки «Анны» на производство и инновации как функцию только от q . Подсказка: проминимизируйте издержки «Анны» по I при произвольно выбранном q .

б) (2 балла) Найдите оптимальный объем выпуска q^* и инноваций I^* «Анны» в зависимости от k .

в) (6 баллов) Представим, что до того, как «Анна» осуществила инновации, на горизонте замаячила другая фирма — «Белла», потенциальный конкурент «Анны». Ее предельные издержки постоянны и равны 0,5. Снизить их она не может. Взаимодействие фирм устроено следующим образом.

1. «Анна» выбирает объем выпуска q_A и инноваций I .

2. Пронаблюдав выбор «Анны», «Белла» решает, зайти на рынок, или нет. Если она входит, то затем выбирает объем $q_B > 0$, а если не входит, то $q_B = 0$. Издержки входа на рынок равны 0.

3. На рынке устанавливается цена по правилу $p = 1 - q_A - q_B$, фирмы продают произведенную продукцию и получают соответствующую прибыль, взаимодействие заканчивается.

Определите значения q_A^* , I^* и q_B^* , которые выберут фирмы в зависимости от k .

г) (1 балл) В каком из пунктов — б) или в) — «Анна» больше вкладывается в инновации?

д) (1 балл) Вы — исследователь некоторого рынка, и видите что на нем действует лишь одна фирма. Всегда ли верно, что выпуск этой фирмы равен ее монопольному выпуску? Почему? Ваш ответ должен быть основан на контексте задачи.

Тридцатая Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2025 год

Второй тур

Конкурс	10 класс
Дата написания	25 апреля 2025 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	48
Время написания	3 часа 30 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов, а также цены во всех задачах бесконечно делимыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Задача 5. Система быстрых платежей (12 баллов)

Люди могут передавать деньги друг другу разными способами. Переводы между счетами по реквизитам медленные и не очень удобные: требуется заполнять много данных получателя (так, в России в номере счета 20 цифр, а еще нужно знать БИК, к/с, КПП и пр.), платить банку комиссию и ждать поступления средств несколько дней. С развитием онлайн-банкинга стали популярны переводы по номеру карты: они проходят быстро и в любое время, хотя комиссии при переводе между банками нередко сохраняются.

С 2019 г. Банк России внедрил Систему быстрых платежей (СБП): она позволяет круглосуточно и мгновенно переводить деньги между банковскими счетами, зная только номер телефона получателя. Пользователь вводит номер — система показывает банки получателя, и после выбора банк мгновенно перечисляет средства: до 1 млн р. другому человеку и без лимита себе. Переводы себе до 30 млн р. в месяц и другим людям до 100 тыс. р. бесплатны; свыше 100 тыс. р. комиссия не превышает 0,5 %, что вдвое-втрое дешевле обычных межбанковских операций. ЦБ обязал все банки подключить СБП, и к концу 2024 г. ей уже пользовались 70 % взрослых россиян.

а) (5 баллов) Объясните, почему некоторые банки могут проиграть, а некоторые выиграть от введения СБП.

б) (5 баллов) Юный экономист Даша на протяжении некоторого времени собирала данные по ставкам краткосрочных депозитов во всех банках. Во время исследования Даша ЦБ внедрил СБП. В предположении, что кроме введения СБП за время этого исследования никакие внешние факторы не поменялись, как будут отличаться два собранных Дашей набора данных в самом начале и в самом конце этого исследования? Опишите два отличия.

в) (2 балла) В этом задании Вам предстоит побыть визионером-футурологом. Как Вы считаете, как будут устроены платежи за товары и услуги, а также переводы денег между людьми в 2050 году? Поскольку проверить решение задания нужно раньше 2050 года, то оцениваться будет полнота прогноза, его непротиворечивость, соответствие здравому смыслу и экономической интуиции.

Задача 6. Буквально вертикальная интеграция (12 баллов)

Восхождение на Пик Ленина состоит из нескольких этапов. Сначала из базового лагеря нужно подняться в первый лагерь, а затем из первого во второй. Из второго лагеря можно предпринять попытку штурма вершины. Спортивные альпинисты проходят весь этот путь самостоятельно, транспортируя все необходимое снаряжение и продукты на себе. Однако менее профессиональные восходители могут воспользоваться услугами носильщиков, которые готовы за умеренную плату доставлять палатки и другое необходимое оборудование из лагеря в лагерь.

Спрос на услуги носильщиков, транспортирующих грузы из базового лагеря в первый, имеет вид: $q_1 = 110 - p_1$, где p_1 — цена транспортировки одного центнера грузов, q_1 — количество центнеров груза, транспортируемое из базового лагеря в первый. Спрос на услуги носильщиков, транспортирующих грузы из первого лагеря во второй, имеет вид: $q_2 = q_1 - p_2$. Предельные издержки транспортировки одного центнера грузов из базового лагеря в первый постоянны и равны 10. Предельные издержки транспортировки одного центнера грузов из первого лагеря во второй постоянны и равны 20. Считайте, что постоянные издержки транспортировки во всех случаях отсутствуют.

а) (6 баллов) Найдите объемы транспортировки грузов между каждой соседней парой лагерей для следующих ситуаций:

1. Рынки транспортировки грузов между любой соседней парой лагерей являются совершенно конкурентными.
2. Все носильщики, транспортирующие грузы из базового лагеря в первый, объединились в компанию «База»; все носильщики, транспортирующие грузы из первого лагеря во второй, объединились в компанию «Штурм». Каждая компания является монополистом на своём участке маршрута и максимизирует свою прибыль, не думая о другой компании. Сначала объем выбирает «База», затем «Штурм».
3. Все носильщики объединились и образовали вертикально интегрированный холдинг «Вершина». Компания максимизирует прибыль от транспортировки грузов между всеми лагерями.

б) (3 балла) Рассчитайте суммарное общественное благосостояние для каждой из трех ситуаций выше. В какой из этих ситуаций суммарное общественное благосостояние выше, чем в двух других?

в) (1 балл) Может ли государство увеличить благосостояние по сравнению с лучшей из трех ситуаций выше, вводя налоги или субсидии? Почему? Ответьте без расчетов, приведя содержательное экономическое объяснение.

г) (2 балла) Рассмотрим случай 2 из пункта а). Предположим, что вы владелец компании «База». Коллеги из компании «Штурм» предлагают вам организовать вертикально интегрированный холдинг «Вершина» и всю полученную холдингом прибыль делить поровну. Следует ли вам соглашаться? Если нет, то можете ли вы предложить пример такого дележа суммарной прибыли холдинга, чтобы в интеграции были заинтересованы и вы, и владельцы компании «Штурм»?

Задача 7. Десять проектов**(12 баллов)**

У Юного Инвестора на счету есть 2400 ден. ед., которые он может вложить в инвестиционные проекты. Он рассматривает 10 проектов, каждый из которых требует инвестиций сегодня и принесет определенную сумму денег через год. В каждый проект можно инвестировать максимум один раз. Информация о проектах приведена в таблице:

Проект	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Инвестиции	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Общий доход через год	109	242	324	452	575	648	735	976	1044	1210

Процентная ставка по депозиту на счету Юного Инвестора составляет 10 % годовых. В случае нехватки денег на инвестиции он может взять кредит на любую сумму по ставке 20 % годовых. Риски каждого из проектов и депозита сравнимы.

Юный Инвестор хотел бы максимизировать сумму денег, которая образуется на его счету через год после всех совершенных операций, включая получение или уплату процентов. В какие проекты ему следует инвестировать деньги?

Задача 8. Оптимальная субсидия на основе данных (12 баллов)

В жизни экономистам зачастую неизвестны функции спроса, предложения, полезности — всё то, что обычно дано в задачах по экономике. Для анализа рынков в реальности используются данные о ценах, объемах, числе фирм, характеристиках товаров и т. д. Здесь мы рассмотрим, как можно (и можно ли) извлечь информацию об оптимальной экономической политике непосредственно из данных о ценах и объемах.

Рассмотрим монополиста, средние издержки производства которого постоянны и равны c , а обратная функция спроса на товар описывается уравнением $P = a - bQ$, где $a > c > 0$, $b > 0$. Государство хотело бы выплачивать фирме потоварную субсидию за каждую проданную единицу товара так, чтобы выпуск фирмы вырос до уровня, соответствующего рынку совершенной конкуренции с таким же спросом и такими же издержками. Обозначим необходимую для этого ставку субсидии за s^* .

а) (2 балла) Найдите s^* как функцию от параметров a , b и c .

б) (4 балла) Государство знает вид функций спроса и издержек, но не знает значений параметров a , b , c . Вместо этого оно наблюдает изначальный объем на рынке Q_0 (когда субсидии нет). Кроме того, в каждом следующем периоде $t = 1, 2, \dots$ оно вводит субсидию по известной ему ставке $s_t > 0$ и наблюдает рыночный объем выпуска Q_t . Цены государство не наблюдает. Верно ли, что в конце некоего периода $t = 0, 1, 2, \dots$ у государства накопится достаточно данных, чтобы однозначно определить s^* ? Если да, то найдите минимальное $t \geq 0$, при котором это так (обозначьте его за t^*), и приведите формулу, по которой государство может определить s^* как функцию от величин, известных в конце периода $t = t^*$. Считайте, что ситуация, при которой выпуск фирмы равен максимальному уровню $Q_{\max} = a/b$, заведомо не возникает. Кроме того, фирма максимизирует прибыль в каждом периоде стандартным образом и не пытается, выбирая объем выпуска, стратегически повлиять на будущие ставки субсидии.

в) (4 балла) Решите пункт б), если вместо объемов государство наблюдает цены, уплачиваемые потребителями: P_0, P_1, \dots

г) (2 балла) Решите пункт б), если государство в каждый период времени наблюдает и объемы выпуска, и цены.

Тридцатая Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2025 год

Задания и решения

10 класс

Первый тур	2
Задача 1. <i>Блиц</i>	2
Задача 2. <i>Тарифы президента</i>	6
Задача 3. <i>Кредитные линии и их эффекты</i>	9
Задача 4. <i>О пользе конкуренции</i>	14
Второй тур	19
Задача 5. <i>Система быстрых платежей</i>	19
Задача 6. <i>Буквально вертикальная интеграция</i>	21
Задача 7. <i>Десять проектов</i>	25
Задача 8. <i>Оптимальная субсидия на основе данных</i>	28

Первый тур

Задача 1. Блиц

(12 баллов)

В первом задании олимпиады вам предстоит решить три не связанных друг с другом коротких задачи.

а) (4 балла) В январе 2025 года китайская компания *DeepSeek* представила чат-бота на основе собственной большой языковой модели. По заявлению компании, новая технология обучения модели потребовала в несколько раз меньше вычислительных ресурсов, чем у конкурентов. Это вызвало ожидания снижения спроса на графические процессоры, и акции *NVIDIA* — крупнейшего их производителя — резко упали.

Рассмотрим фирму «Джевонс и Ко», использующую чипы *NVIDIA* для производства нейросетевых решений. Чтобы выпустить q единиц продукта, фирма использует x чипов, производственная функция $q = a\sqrt{x}$, где $a > 0$. Рыночная цена продукта составляет 2 д.е. за единицу, один чип стоит 1 д.е. Распространение новой технологии повышает параметр a с 2 до 5. Рассчитайте, как изменится количество покупаемых фирмой чипов, и содержательно объясните направление этого изменения.

б) (4 балла) Из города А в город Б идут две дороги: старая и новая, проезд по ним бесплатный. Если по старой дороге едут x машин в час, то время в пути между городами составляет $40 + \frac{x}{20}$ минут. Если по новой дороге едут y машин в час, то время в пути между городами составляет $30 + \frac{y}{30}$ минут. Суммарный поток по двум дорогам составляет 1000 машин в час. Каждый водитель выбирает дорогу так, чтобы минимизировать сумму денежной ценности своего времени в пути (минуту своего времени он ценит в 10 рублей) и платы за проезд (если она есть). Время в пути водитель узнаёт через навигатор, использующий текущие данные загруженности дорог; небольшой собственный вклад в загруженность дороги никто не учитывает. В министерстве транспорта заметили, что новая дорога слишком загружена, и решили сделать ее платной. Какую плату p за проезд по новой дороге следует установить, чтобы минимизировать суммарное время в пути всех водителей на двух дорогах?

в) (4 балла) В деревне есть 60 крестьянских хозяйств, каждое из которых располагает 1 единицей земли и 5 единицами рабочего времени. Жители деревни умеют выращивать пшеницу и лён, а также выпекать хлеб и изготавливать ткань. Производство единицы пшеницы требует 5 единиц рабочего времени и 1 единицы земли, а производство единицы льна требует только 1 единицы земли и не требует труда. Производство единицы хлеба требует 1 единицы пшеницы и 1 единицы рабочего времени. Производство единицы ткани требует единицы льна и 4 единиц рабочего времени. Опишите формулой вида $y = f(x)$ (где x — хлеб, y — ткань), как устроена КПП этой экономики.

Решение

а) Прибыль фирмы составляет

$$\pi(x) = pq - cx = 2a\sqrt{x} - x.$$

Это квадратичная функция (парабола ветвями вниз) от \sqrt{x} , следовательно, максимум достигается при $\sqrt{x} = a$, откуда $x = a^2$.

Таким образом, спрос «Джевонс и Ко» на чипы до появления DeepSeek (при $a = 2$) был равен 4, а после появления DeepSeek ($a = 5$) увеличился до 25.

Объяснение. В результате появления DeepSeek MRP_x (предельная отдача от использования чипов в денежном выражении) увеличилась: каждый следующий чип стал приносить больше выпуска, т.е. больше выручки при тех же ценах. Поскольку затраты на чипы не изменились, выгодно расширить производство, пока использование дополнительных чипов не перестанет окупаться.

Таким образом, несмотря на повышение эффективности использования ресурса, его потребление выросло. Этот эффект известен в экономике как *парадокс Джевонса* (например, технология, экономящая топливо, ведёт к повышению его суммарного расхода).

б) Пусть транспортные потоки распределились так: y машин в час едут по новой дороге, а $1000 - y$ машин в час — по старой дороге. Если плата за пользование новой дорогой составляет p , то суммарные денежно-временные затраты водителя, выраженные в рублях, составляют $400 + \frac{1000-y}{2}$, если он едет по старой дороге, и $300 + \frac{y}{3} + p$, если он едет по новой дороге. Водитель поедет по новой дороге, если $300 + \frac{y}{3} + p < 400 + \frac{1000-y}{2}$, т.е. если $y < 720 - \frac{6}{5}p$, и по старой, если $y > 720 - \frac{6}{5}p$.

Если $y < 720 - \frac{6}{5}p$, то водители, выезжающие на развилку между новой и старой дорогой, выберут новую дорогу, так что поток y по ней будет расти, пока не станет равен $720 - \frac{6}{5}p$, и до этого же значения он будет падать, если $y > 720 - \frac{6}{5}p$. Следовательно, спрос на пользование новой дорогой при стоимости проезда p составляет $y(p) = 720 - \frac{6}{5}p$.

При потоке y по новой дороге суммарные потери времени всех водителей составляют

$$(1000 - y) \left(40 + \frac{1000 - y}{20} \right) + y \left(30 + \frac{y}{30} \right) = \frac{5}{60}y^2 - 110y + 90000.$$

Это квадратичная функция (парабола ветвями вверх), достигающая минимума по y при $y = 660$.

Следует установить такую стоимость проезда p , чтобы достичь оптимальной загрузки новой дороги $y(p) = 720 - \frac{6}{5}p = 660$. Отсюда оптимальная стоимость проезда p составляет 50 рублей.

в) Пусть в деревне произведено x единиц хлеба. Это означает, что произведено не менее x единиц пшеницы и на производство хлеба затрачено не менее x единиц рабочего времени. На всю производственную цепочку, дающую на выходе хлеб, затрачено не менее x единиц земли и не менее $6x$ единиц рабочего времени. Следовательно, на производственную цепочку, дающую на выходе ткань, остаётся не более $60 - x$ единиц земли и не более $300 - 6x$ единиц рабочего времени. Из такого количества ресурсов можно произвести не более $60 - x$ единиц льна, т.е. не более $\min \left\{ 60 - x, 75 - \frac{3}{2}x \right\}$ единиц ткани. Этот объём производства ткани достижим, так как в предыдущих рас-

суждениях, где нужно, можно заменить «не менее» и «не более» на «ровно». Хлеба не может быть произведено больше 50 единиц, а ткани — больше 60 единиц.

Ответ: $y = \min \left\{ 60 - x, 75 - \frac{3}{2}x \right\}, 0 \leq x \leq 50$.

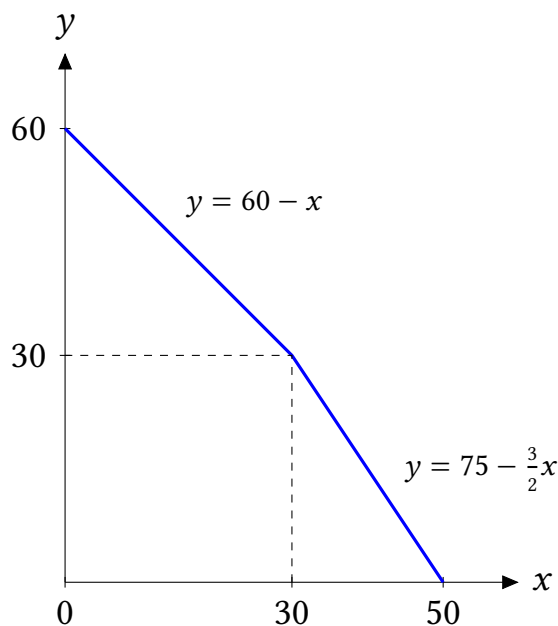


Схема проверки

а)

К1 Получен вывод, что использование чипов увеличилось с 4 до 25 → 2 балла

К1.1 Арифметическая ошибка → минус 1 балл

К1.2 Не подставлены значения a → минус 1 балл

К2 Дано содержательное объяснение → 2 балла

К2.1 Правильные объяснения (2 из 2 баллов) используют:

- * повышение MRP_x
- * повышение предельной производительности
- * снижение издержек на производство единицы продукции
- * повышение эффективности производства

К2.2 Неправильные объяснения (0 из 2 баллов):

- * упоминание MR без формулы ($MR = p = 2$ не изменилась)
- * стоимость акций упала (не объясняет эффекта)
- * увеличение объёма производства (без доп. пояснений)
- * при росте x выручка растёт (без доп. пояснений)

б)

К3 Получен спрос $y(p) = 720 - \frac{6}{5}p$ или эквивалентное выражение → 1 балл

К4 Правильно выписана целевая функция (суммарные потери времени) → 1 балл

К5 Найдено оптимальное распределение потоков (или дошли до К6 без этого) → 1 балл

К6 Найдена оптимальная плата за проезд $p = 50$ → 1 балл

К7 Арифметические ошибки, не влияющие на качественные выводы → минус 1 балл

- К8 Арифметические ошибки, влияющие на качественные выводы (например, $p = 0$ или $p < 0$) → минус 2 балла
- К9 Использование числа 999 → минус 1 балл (из 1000 машин/час вычитается одна машина)
- в)
- К10 Получена формула для куска КПВ $y = 60 - x$ → 1 балл
- К11 Получена формула для куска КПВ $y = 75 - \frac{3}{2}x$ → 1 балл
- К12 Правильно найдена взаимосвязь кусков → 2 балла
- К12.1 Есть рисунок, нет формулы $y = f(x)$ → минус 1 балл
- К12.2 Найдена точка излома, но взята верхняя огибающая вместо нижней → 0 из 2 баллов
- К12.3 Ошибка в нахождении ключевых точек → минус 1 балл
- К12.4 Нет указания, что $x \geq 0$ и $x \leq 50$ → без снижения
- К13 Арифметические ошибки в К10, К11 (в том числе, если один кусок оказался ниже другого и это было проверено) → минус 1 балл

Задача 2. Тарифы президента (12 баллов)

Страна А имеет дефицит торгового баланса с остальным миром, при этом с разными странами величина этого дефицита разная, а с некоторыми странами торговый баланс положительный. Президенту страны А не нравятся торговые дефициты, и он хочет свести их к 0 с теми странами, с которыми они сейчас есть. Экономические советники предложили ему поднять импортную пошлину (тариф) на товары из каждой страны i , с которой сейчас есть торговый дефицит, на следующее количество процентных пунктов:

$$\Delta\tau_i = \frac{x_i - m_i}{\varepsilon \cdot \varphi \cdot m_i}.$$

Здесь ε — эластичность спроса на импорт в стране по цене импорта, φ — полуэластичность¹ цены импорта по ставке тарифа, x_i и m_i — текущие значения экспорта и импорта со страной i . Считайте, что «цена импорта» — это некоторая средняя цена, измеряемая индексом.

а) (4 балла) Покажите, что формула, предложенная советниками, имеет смысл, то есть введение пошлин в соответствии с ней может привести к обнулению торгового дефицита. Укажите необходимые предпосылки, приняв которые, можно прийти к этой формуле.

б) (3 балла) Используя эту формулу, президент намерен увеличить тарифы на величины до 50 процентных пунктов, рассчитывая, что дефицит торгового баланса сведется к нулю. Объясните, почему в реальности при таком увеличении тарифов обнуления торгового дефицита, скорее всего, не случится.

в) (1 балл) Объясните, как страна может иметь торговый дефицит с остальным миром на протяжении долгого времени — в частности, откуда она будет брать иностранную валюту на закупку импортных товаров?

г) (4 балла) Ведущие экономисты страны А выступили с заявлением, что предлагаемое повышение тарифов, хоть и является в теории протекционистской мерой, на деле может сделать отечественным производителям (особенно сложных товаров) хуже. Приведите два аргумента, почему это может оказаться так.

Решение

а) Торговый баланс между страной А и страной i равен $TB_i = x_i - m_i$. Задача — найти такое изменение тарифа $\Delta\tau_i$, которое обнуляет торговый баланс: $x_i = m'_i$, где m'_i — импорт после введения тарифа.

- эластичность импорта по цене — $\varepsilon = \frac{\% \Delta m_i}{\% \Delta p}$;
- полуэластичность цены по тарифу — $\varphi = \frac{\% \Delta p}{\Delta \tau_i}$.

Предпосылки:

- валютный курс и экспорт не меняются при вводе тарифа;

¹Полуэластичностью u по x здесь называется соотношение процентного изменения u и абсолютного изменения x . В данном случае φ отвечает на вопрос, на сколько процентов изменится цена импорта при изменении ставки тарифа на один процентный пункт.

- изменения тарифов малы ($<10\%$), и значит может быть использована формула точечной эластичности.

Тогда:

$$\frac{m'_i - m_i}{m_i} = \frac{\Delta m_i}{m_i} = \varepsilon \cdot \frac{\Delta p}{p} = \varepsilon \cdot \varphi \cdot \Delta \tau_i$$

или:

$$m'_i = m_i \cdot (1 + \varepsilon \cdot \varphi \cdot \Delta \tau_i)$$

Требуемое условие: $m'_i = x_i \Rightarrow x_i = m_i(1 + \varepsilon \cdot \varphi \cdot \Delta \tau_i)$. Решаем относительно $\Delta \tau_i$:

$$\Delta \tau_i = \frac{x_i - m_i}{\varepsilon \cdot \varphi \cdot m_i}$$

что и требовалось показать.

б) В реальности формула не сработает по следующим причинам:

- экспорт x_i может также измениться, если страна i введет ответные меры, изменится валютный курс или из-за других причин;
- если тарифы $>10\%$, то формула, использующая (точечную) эластичность, может дать очень неточный результат.

В результате даже при большом увеличении тарифов импорт может не сократиться настолько, чтобы сбалансировать торговлю.

в) Если страна систематически импортирует больше, чем экспортирует, это означает, что она финансирует дефицит счета текущих операций за счет:

- притока капитала (например, иностранные инвестиции, займы, покупка активов);
- продажи золотовалютных резервов.

Таким образом, торговый дефицит компенсируется профицитом по финансовому счету платежного баланса.

г) Несмотря на протекционистский характер, повышение тарифов может навредить отечественным производителям, потому что:

- многие производственные цепочки используют импортные компоненты, сырье или оборудование. Повышение тарифов увеличит издержки производства и снизит конкурентоспособность продукции на внутреннем и внешнем рынках;
- ввод тарифа снизит спрос на импортную продукцию и вместе с ней спрос на иностранную валюту. Отечественная валюта подорожает, что снизит конкурентоспособность отечественных производителей.

Схема проверки

а) 4 балла, из них:

- +2 Вывод формулы. Если приведены только правильные математические формулировки эластичности и полуэластичности, а затем ошибка, то ставился 1 балл. Если ошибки и в формулировках, то 0 баллов.
- +2 По одному баллу за формулировку двух предпосылок: малые изменения и стабильность других параметров (экспорт, валютный курс). Не обязательно писать пример и пояснять, тут можно просто сформулировать.

б) 3 балла, из них:

+1 Сказано про большое изменение и объяснено, что формула для больших изменений может не работать.

+2 Сформулирована причина и экономический механизм нарушения стабильности (ответные меры, изменение курса и пр.).

в) 1 балл за любую из причин (займы, продажа резервов, иностранные инвестиции) или упоминание профицита по финансовому счету платежного баланса.

г) 4 балла, из них по 2 балла за каждый пример при условии объяснения экономического механизма. В случае недостатка обоснования за правильный пример 1 балл. Примеры должны быть различными и не быть про одно и то же (например, один пример про рост стоимости сырья, а другой про рост стоимости оборудования)

Задача 3. Кредитные линии и их эффекты (12 баллов)

Кредитные линии — важный элемент финансовой системы, позволяющий фирмам гибко получать финансирование от банков. По кредитной линии средства можно получить в любой момент, когда это будет необходимо, в пределах заранее согласованного лимита. (Лимит можно использовать по частям.)

а) (2 балла) Кредитные линии часто рассматриваются как способ защиты от шоков ликвидности. Объясните, каким образом они помогают компаниям справляться с временным дефицитом денежных средств, в отличие от обычных кредитов.

б) (3 балла) Данные показывают, что использование кредитных линий статистически чаще наблюдается у фирм с устойчивыми денежными потоками, тогда как при высокой волатильности потоков компании реже используют кредитные линии и чаще создают собственные резервы ликвидности. Предложите механизм, объясняющий, почему наблюдается такая зависимость.

в) (4 балла) Банки нередко взимают с заемщиков плату за неиспользованную часть лимита по кредитной линии. При этом банки предлагают заемщикам на выбор несколько опций с разной комбинацией процентной ставки и платы за неиспользование. Объясните, почему плата за неиспользованный лимит и выбор опций существуют, то есть почему такие практики выгодны банку.

г) (3 балла) Рассмотрим поведение банков и заемщиков во время кризиса. Фирмам в этих условиях будет необходимо больше заемных средств для поддержания своей основной деятельности. Какой мотив помимо этого может стимулировать фирмы активно использовать ранее одобренные кредитные линии? Как большой объем одобренных кредитных линий сказывается на финансовой устойчивости экономики в ситуации кризиса?

Решение

а) Кредитные линии позволяют фирмам оперативно получать средства от банков в моменты временных кассовых разрывов или неожиданных негативных шоков ликвидности. Механизм заключается в следующем:

- Фирма заранее заключает договор с банком и имеет гарантированный лимит доступных средств.
- При возникновении отрицательного шока (например, внезапного падения продаж или резкого увеличения издержек), фирма может немедленно получить необходимую сумму в рамках уже одобренного лимита, не проходя заново длительную процедуру кредитной оценки.
- Это оперативно устраняет проблему нехватки ликвидности и позволяет компании стабилизировать её финансовое положение, избежав более серьёзных последствий (например, дефолта).

В случае с обычными кредитами в условиях отрицательного шока ликвидности получение кредита может быть затруднено (ограничение средств у банков, фирма выглядит как плохой заемщик), и весь описанный выше механизм не работает. Таким образом, кредитные линии помогают компаниям сгладить краткосрочные негативные колебания и повышают их финансовую устойчивость.

Комментарий: Аргумент, что кредит дороже, чем кредитная линия, не засчитывался, поскольку более дорогой заем все еще позволяет получить финансирование и преодолеть шок ликвидности.

б) Банки довольно хорошо информированы относительно состояния компаний (например, требуют предоставления финансовой отчетности). Механизм можно представить следующим образом:

- Компании с устойчивыми денежными потоками с точки зрения банка являются более стабильными и предсказуемыми, их риски оцениваются как более низкие, и поэтому предлагаемые банками условия по кредитным линиям лучше.
- Компании же с неустойчивыми потоками сталкиваются с высокой неопределенностью, поэтому выдаваемые им займы будут более рискованными. Банки будут предлагать менее выгодные условия, чтобы компенсировать более высокие риски заемщика (например, будут устанавливать более высокую процентную ставку).
- Поскольку у компаний с неустойчивыми денежными потоками условия по кредитованию хуже, таким компаниям сравнительно выгоднее держать собственные ликвидные резервы (денежные средства на счетах) и использовать их при возникновении необходимости, чем пользоваться кредитными линиями по невыгодным условиям.

Комментарии по проверке:

- Аргументы про то, что фирма с волатильными потоками будет не хотеть брать на себя дополнительный кредитный риск не засчитывался, поскольку при одинаковых ставках рост кредитного риска для волатильных фирм не очевиден.
- Аргумент про то, что фирма с волатильными потоками не может посчитать, какой кредит выгоднее, не засчитывался
- Аргумент про то, что много кредитов — это плохо, портится кредитная история, не засчитывался, поскольку много раз взять из одной кредитной линии аналогично тому, чтобы много раз взять кредиты.
- Рассуждение о том, что волатильность — это чаще спады, не верное. Волатильность — это про масштаб колебаний, а не их частоту.
- Свои средства бесплатные и безлимитные — также неверная логика. У своих средств есть (возможно высокая) альтернативная стоимость, и ровно поэтому компании может быть выгоднее брать кредит, чем инвестировать свои средства.

в) Плата за неиспользованный лимит назначается банком, поскольку он вынужден резервировать часть своих средств на случай обращения заемщика, а значит не может получать от них доход.

Почему предложение различных опций выгодно банку? Механизм выглядит следующим образом:

1. **Сегментация заемщиков по рискам:** За счет наличия возможности выбора из комбинации низкой процентной ставки при высокой плате за неиспользованный лимит или низкой платы за неиспользованный кредит при высокой процентной ставке заемщики сегментируются на отдельные группы (более склонных активно использовать кредитную линию и менее склонных).

2. **Эффективное ценообразование по типам клиентов:** Фирмы, более склонные к использованию КЛ, предпочтут линию с более высокой платой за неиспользование, но с низкой процентной ставкой. Компании с низкой вероятностью использования лимита предпочтут высокие проценты, и более низкую плату за неиспользованный лимит. При единой цене часть компаний из той и другой группы предпочла бы отказаться от использования кредитной линии, что снизило бы доходы банка.
3. **Дополнительный эффект от сегментации:** Выявление банком типа заемщика позволяет ему предлагать более выгодные условия и по другим кредитным продуктам, что позволит также увеличить прибыль.

Комментарии по проверке:

- Аргумент про то, что банк ставит плату потому что может, не принимается, поскольку плата в этом случае сбилась бы до нуля за счет конкуренции
- За рассуждения с точки зрения фирмы без привязки к банку, что плата стимулирует фирму брать именно тот лимит, который ей нужен — 0 баллов, поскольку лимит устанавливается договором
- Банк стимулирует платой за неиспользованный лимит использовать лимит - 0 баллов, поскольку ставка по кредиту обычно выше, чем по неиспользованному лимиту.
- Если указан неправильный тип дискриминации, то баллы не ставились
- Рассуждения о том, что у банка станет больше клиентов, недостаточно. Должно быть обоснование того, за счет чего это произойдет и почему при этом станет больше прибыли у банка (например, подходит аргумент, что больше клиентов в результате предложения нескольких опций).
- Ответы вида «При выдаче опций банк может увеличить общую сумму занимаемых средств за счет тех, кому не подходил бы единственный вариант сделки» оцениваются в 2 балла — тут нет описания наличия дискриминации, но есть механизм увеличения прибыли у банков.

г) **Мотив фирм активно использовать линии в кризис:**

Помимо прямой потребности в средствах для поддержания основной деятельности, фирмы в условиях кризиса сталкиваются с дополнительным мотивом:

- **Опасение, что банки ограничат доступ к ранее одобренным линиям.** Фирмы стараются заранее «выбрать» максимально возможный объем лимита, пока банки не ограничили доступ к средствам.

То есть компании берут средства «на всякий случай», формируя буфер ликвидности, чтобы обезопасить себя от потенциального закрытия доступа в будущем.

Также засчитывается аргумент про то, что фирма может использовать арбитражную возможность (взять кредитную линию под более низкий процент и получить выгоду от размещения этих средств на лучших условиях).

Последствия для финансовой устойчивости экономики:

- Из-за того, что фирмы начинают активнее использовать доступные лимиты по кредитным линиям (происходит «Набег заемщиков»), банки могут столкнуться с необходимостью ограничить обычное кредитование (как компаний, так и до-

мохозяйств).

- В экстремальном случае активное использование кредитных линий может спровоцировать дефицит ликвидности у банков и даже банковский кризис, если они не способны оперативно привлечь дополнительные ресурсы.

Также уместно рассуждение про то, что кредитные линии за счет своей доступности помогают компаниям преодолеть шок, меньше фирм банкротится, они продолжают выплачивать займы банкам, тем самым повышая финансовую устойчивость экономики.

Комментарий по проверке:

- Монетарная политика и ее эффективность в контексте данной задачи не помогает ответить на ее вопрос.
- Аргументы, что фирмы берут лимит, чтобы не платить за неиспользованный лимит, чтобы его не съела инфляция и т.п., не засчитывались.
- Не засчитывались аргументы про падение прибыли у банка. Просто снижение прибылей банков еще не означает, что в экономике возникнут проблемы с финансовой стабильностью.
- Не засчитывались ответы, не описывающие переход от реального сектора к финансовому. К примеру, аргумент про то, что меньше фирм банкротится, без уточнений, что это положительно скажется на состоянии банков и финансовой системы.
- 1 балл из 2 снижался, если имеется прямое противоречие между мотивом к использованию кредитных линий и последствием наличия большого объема КЛ. Например: «фирмы используют большой объем КЛ, потому что боятся, что у банков не хватит средств, поэтому у банков проблемы; однако если много кредитных линий, то экономика быстрее стабилизируется, потому что фирмы легче получают финансирование».

Схема проверки

а)

2 б. Полностью описан механизм, включающих два основных момента: КЛ обеспечивают оперативный доступ к средствам без повторного одобрения банка; для взятия кредита требуется дополнительное одобрение, а это долго и есть риск неодобрения.

1 б. Представлена общая идея с одной из сторон (описание свойств КЛ или кредита), но не раскрывается другая сторона.

0 б. Ответ отсутствует или механизм не раскрыт.

б)

3 б. Полностью описан механизм: устойчивые компании имеют низкий уровень риска с точки зрения банка; банки предлагают им лучшие условия; у устойчивых компаний больше стимулов брать КЛ, чем у неустойчивых.

2 б. Описана общая идея, но отсутствует один из трёх пунктов механизма.

1 б. Приведена общая идея без детального объяснения одного из первых двух пунктов механизма.

- 0 б. Ответ не раскрывает механизм или неверен.
- в)
- 4 б. Полностью раскрыты ключевые элементы: введение платы за неиспользованный лимит, сегментация клиентов, механизм получения банком выгоды от сегментации (эффективное ценообразование или дополнительные эффекты от сегментации).
- 3 б. Не раскрыт или раскрыт некорректно (без уточнений о ненулевой себестоимости резервированных средств) аргумент про введение платы за неиспользованный лимит ИЛИ не раскрыт или раскрыт некорректно механизм сегментации.
- 2 б. Не раскрыт или раскрыт некорректно механизм получения выгоды банком от сегментации ИЛИ не раскрыты или раскрыты некорректно аргументы о введении платы за лимит и работе механизма сегментации.
- 1 б. Раскрыт лишь один из первых двух элементов.
- 0 б. Ответ не соответствует вопросу или некорректен.
- г)
- 3 б. Полностью раскрыты оба аспекта: мотив фирм заранее использовать кредитные линии, влияние на финансовую устойчивость экономики.
- 2 б. Некорректно раскрыт мотив фирм использовать кредитные линии (к примеру, он раскрыт через поддержание текущей деятельности фирмы), либо в решении мотив фирм и выводы о финансовой устойчивости противоречат друг другу.
- 1 б. Идеи поверхностные, описан только мотив фирм использовать кредитную линию.
- 0 б. Ответ не раскрывает аспекты вопроса или некорректен

Задача 4. О пользе конкуренции (12 баллов)

Как конкуренция на рынке влияет на стимулы фирм к инновациям? Данный вопрос является одним из классических в экономической науке. В этой задаче мы рассмотрим модель, проливающую на него свет.

На рынке пряжи для вязания действует фирма-монополист «Анна». Обратная функция спроса задана уравнением $p = 1 - q$, предельные издержки производства постоянны и изначально равны 0,5. «Анна» может снизить предельные издержки производства, осуществляя инновации. Чтобы снизить предельные издержки на $I \leq 0,5$, нужно понести дополнительные издержки в размере $0,5kI^2$ на инновационную деятельность, где $k > 1$. Других издержек, кроме издержек на производство и инновации, фирма на несет.

а) (2 балла) Выведите общие издержки «Анны» на производство и инновации как функцию только от q . Подсказка: проминимизируйте издержки «Анны» по I при произвольно выбранном q .

б) (2 балла) Найдите оптимальный объем выпуска q^* и инноваций I^* «Анны» в зависимости от k .

в) (6 баллов) Представим, что до того, как «Анна» осуществила инновации, на горизонте замаячила другая фирма — «Белла», потенциальный конкурент «Анны». Ее предельные издержки постоянны и равны 0,5. Снизить их она не может. Взаимодействие фирм устроено следующим образом.

1. «Анна» выбирает объем выпуска q_A и инноваций I .

2. Пронаблюдав выбор «Анны», «Белла» решает, зайти на рынок, или нет. Если она входит, то затем выбирает объем $q_B > 0$, а если не входит, то $q_B = 0$. Издержки входа на рынок равны 0.

3. На рынке устанавливается цена по правилу $p = 1 - q_A - q_B$, фирмы продают произведенную продукцию и получают соответствующую прибыль, взаимодействие заканчивается.

Определите значения q_A^* , I^* и q_B^* , которые выберут фирмы в зависимости от k .

г) (1 балл) В каком из пунктов — б) или в) — «Анна» больше вкладывается в инновации?

д) (1 балл) Вы — исследователь некоторого рынка, и видите что на нем действует лишь одна фирма. Всегда ли верно, что выпуск этой фирмы равен ее монопольному выпуску? Почему? Ваш ответ должен быть основан на контексте задачи.

Решение

а) Издержки «Анны» в зависимости от q и I имеют следующий вид:

$$(0,5 - I)q + 0,5kI^2 = 0,5q + (0,5kI^2 - qI)$$

Это парабола ветвями вверх относительно I , минимум лежит в вершине, если она доступна, или в точке $I = 0,5$ в противном случае.

$$I = \begin{cases} \frac{q}{k}, & \frac{q}{k} \leq 0,5 \\ 0,5, & \frac{q}{k} \geq 0,5 \end{cases}$$

Подставим найденную зависимость в исходную функцию издержек:

$$TC = \begin{cases} 0,5q - \frac{1}{2k}q^2, & \frac{q}{k} \leq 0,5 \\ 0,125k, & \frac{q}{k} \geq 0,5 \end{cases}$$

б) Заметим, что при фиксированном q для максимизации прибыли «Анна» должна выбирать такой уровень инноваций I , который минимизирует ее издержки. Поэтому, с учетом решения предыдущего пункта, мы можем записать функцию прибыли «Анны» только от q :

$$\pi = pq - TC = \begin{cases} (1-q)q - 0,5q + \frac{1}{2k}q^2, & \frac{q}{k} \leq 0,5 \\ (1-q)q - 0,125k, & \frac{q}{k} \geq 0,5 \end{cases} \Rightarrow \pi = \begin{cases} 0,5q - \left(1 - \frac{1}{2k}\right)q^2, & q \leq 0,5k \\ q - q^2 - 0,125k, & q \geq 0,5k \end{cases}$$

На обоих участках функция прибыли является квадратичной параболой с ветвями вниз. Оптимум на первом участке достигается в вершине соответствующей параболы: $q = \frac{k}{2(2k-1)}$. Вершина 0,5 на втором участке недоступна в силу $k > 1$, а потому оптимум достигается на границе: $q = 0,5k$. Но поскольку функция прибыли непрерывна, и граница $q = 0,5k$ является общей для обоих участков, а на первом участке мы выбираем другую точку, она не доставляет глобальный максимум прибыли. Стало быть, $q^* = \frac{k}{2(2k-1)}$ и $I^* = \frac{q^*}{k} = \frac{1}{2(2k-1)}$.

в) Решим игру между «Анной» и «Беллой» с конца. Воспринимая q_A как заданную величину, «Белла» решает следующую задачу:

$$\pi_B = pq_B - TC_B = (1 - q_A - q_B)q_B - 0,5q_B = (0,5 - q_A)q_B - q_B^2 \rightarrow \max$$

Эта функция — парабола ветвями вниз относительно q_B при фиксированном q_A , а потому ее максимум лежит либо в вершине, если она доступна, либо в нуле:

$$q_B = \begin{cases} \frac{0,5 - q_A}{2}, & q_A \leq 0,5 \\ 0, & q_A \geq 0,5 \end{cases}$$

Зная это и пользуясь тем фактом, что $k > 1$, можем записать функцию прибыли «Анны».

$$\pi_A = pq_A - TC_A = (1 - q_A - q_B)q_A - TC_A \rightarrow \max$$

$$\pi_A = \begin{cases} \left(1 - q_A - \frac{0,5 - q_A}{2}\right)q_A - 0,5q_A + \frac{1}{2k}q_A^2, & q_A \leq 0,5 \\ (1 - q_A)q_A - 0,5q_A + \frac{1}{2k}q_A^2, & 0,5 \leq q_A \leq 0,5k \\ (1 - q_A)q_A - 0,125k, & q_A \geq 0,5k \end{cases} \rightarrow \max$$

$$\pi_A = \begin{cases} 0,25q_A - \left(0,5 - \frac{1}{2k}\right)q_A^2, & q_A \leq 0,5 \\ 0,5q_A - \left(1 - \frac{1}{2k}\right)q_A^2, & 0,5 \leq q_A \leq 0,5k \rightarrow \max \\ q_A - q_A^2 - 0,125k, & q_A \geq 0,5k \end{cases}$$

Эта функция – прибыль «Анны» как фирмы-монополиста с поправкой на появление нового участка при $q_A \leq 0,5$. Пользуясь рассуждениями из пункта а) можно откинуть анализ третьего участка – оптимум будет достигаться либо на первом, либо на втором, на каждом из которых функция ведет себя как парабола ветвями вниз.

В зависимости от k оптимум на первом участке достигается в точке

$$q_A = \begin{cases} \frac{k}{4(k-1)}, & \frac{k}{4(k-1)} \leq 0,5 \\ 0,5, & \frac{k}{4(k-1)} \geq 0,5 \end{cases} \Rightarrow q_A = \begin{cases} 0,5, & k \leq 2 \\ \frac{k}{4(k-1)}, & k \geq 2 \end{cases}$$

На втором же участке

$$q_A = \begin{cases} 0,5, & \frac{k}{2(2k-1)} \leq 0,5 \\ \frac{k}{2(2k-1)}, & \frac{k}{2(2k-1)} \geq 0,5 \end{cases} \Rightarrow q_A = \begin{cases} \frac{k}{2(2k-1)}, & k \leq 1 \\ 0,5, & k \geq 1 \end{cases}$$

Однако по условию $k > 1$, поэтому оптимум на втором участке всегда лежит на границе. Значит, оптимум всей функции совпадает с оптимумом на первом участке, поскольку если оптимум первого участка лежит на границе, оба оптимума совпадают, а если точка оптимума на первом участке является внутренней, то значение функции прибыли в ней больше, чем на границе.

$$q_A^* = \begin{cases} 0,5, & k \leq 2 \\ \frac{k}{4(k-1)}, & k \geq 2 \end{cases}$$

$$I^* = \frac{q_A^*}{k} = \begin{cases} \frac{1}{2k}, & k \leq 2 \\ \frac{1}{4(k-1)}, & k \geq 2 \end{cases}$$

$$q_B^* = \frac{0,5 - q_A^*}{2} = \begin{cases} 0, & k \leq 2 \\ 0,5 - \frac{k}{4(k-1)}, & k \geq 2 \end{cases} = \begin{cases} 0, & k \leq 2 \\ \frac{k-2}{8(k-1)}, & k \geq 2 \end{cases}$$

г) Заметим, что при $k > 1$ верно, что $2(2k - 1) > 2k$ и $2(2k - 1) > 4(k - 1)$, поэтому объем инноваций в случае монополизации рынка (пункт б)) всегда меньше, чем при наличии конкуренции (пункт в)):

$$I_{\text{Монополия}}^* = \frac{1}{2(2k - 1)} < \begin{cases} \frac{1}{2k}, & k \leq 2 \\ \frac{1}{4(k-1)}, & k \geq 2 \end{cases} = I_{\text{конкуренция}}^*$$

д) Как видно из решения пункта в), при малых предельных издержках инноваций ($1 < k \leq 2$) «Анна» полностью вытесняет «Беллу» ($q_B = 0$), выбирая выпуск больше монопольного:

$$q_{\text{монополия}}^* = \frac{k}{2(2k-1)} < 0,5 = q_{\text{конкуренция}}^*$$

Стало быть, если только у одной из фирм выпуск положителен, то он может не быть равен ее монопольному выпуску, коль скоро он выбран «с запасом» из соображений вытеснения конкурентов с рынка.

Примечание 1: Нобелевский лауреат 1972 года по экономике Кеннет Эрроу впервые описал эффект увеличения объема инноваций при конкуренции в сравнении с монополией, ныне известный как «эффект возмещения Эрроу». В данной задаче была произведена попытка в рамках простой модели продемонстрировать этот эффект.

Примечание 2: Описанную в задаче ситуацию можно интерпретировать следующим образом:

1) при малых значениях предельных издержек инноваций лидер может вытеснить последователя с рынка, вложив в инновационную деятельность небольшое количество денег;

2) с ростом k стимулы к более дорогим инновациям уменьшаются, что выливается в снижение q_A^* и I^* ;

3) после некоторого порога для k ($k = 2$) лидеру становится непозволительно дорого вытеснять последователя с рынка, поэтому объем инноваций, а за ним и объем произведенной лидером продукции снижается настолько, что последователь выходит на рынок и производит тем больше, чем дороже для лидера процесс инноваций.

Схема проверки

За каждую арифметическую ошибку снимается от 1 балла в зависимости от ее серьезности и влияния на дальнейшее решение. За нерассмотрение достаточных условий оптимизации баллы не снимаются. Баллы в пунктах б) и в) при нерассмотрении участков функций при $q > 0,5k$ не снимаются.

а) 2 балла за пункт:

К1 Найдена зависимость $TC = 0,5q - \frac{1}{2k}q^2$ при $q \leq 0,5k$ - 1 балл.

К2 Найдена зависимость $TC = 0,125k$ при $q > 0,5k$ - 1 балл.

б) 2 балла за пункт:

К3 Выписана функция прибыли «Анны» $\pi_A = 0,5q - \left(1 - \frac{1}{2k}\right)q^2$ - 1 балл.

К4 Найдены значения $q^* = \frac{k}{2(2k-1)}$ и $I^* = \frac{1}{2(2k-1)}$ - 1 балл.

в) 6 баллов за пункт:

К5 Найдено оптимальное значение $q_B = \frac{0,5-q_A}{2}$ при фиксированном q_A - 1 балл.

К6 Выписана функция прибыли «Анны» только от q_A : $\pi_A = 0,25q_A - \left(0,5 - \frac{1}{2k}\right)q_A^2$ - 1 балл.

К7 Найдена вершина параболы $q_A^* = \frac{k}{4(k-1)}$ - 1 балл.

К8 Продемонстрировано, что если точка вершины параболы больше 0,5, то $q_A^* = \frac{1}{2}$ - 1 балл.

К9 Найдены значения $I^* = \frac{1}{2k}$ и $q_B^* = 0$ при $k \leq 2$ - 1 балл.

К10 Найдены значения $I^* = \frac{1}{4(k-1)}$ и $q_B^* = \frac{k-2}{8(k-1)}$ при $k > 2$ - 1 балл.

г) 1 балл за пункт:

К11 Произведено сравнение корректных значений инноваций «Анны» в случае монополии и конкуренции при различных k и указано, что в пункте в) «Анна» больше вкладывается в инновации - 1 балл.

д) 1 балл за пункт:

К12 Приведено обоснование отличия выпуска от монопольного, связанное со стимулами к вытеснению конкурентов - 1 балл.

Второй тур

Задача 5. Система быстрых платежей

(12 баллов)

Люди могут передавать деньги друг другу разными способами. Переводы между счетами по реквизитам медленные и не очень удобные: требуется заполнять много данных получателя (так, в России в номере счета 20 цифр, а еще нужно знать БИК, к/с, КПП и пр.), платить банку комиссию и ждать поступления средств несколько дней. С развитием онлайн-банкинга стали популярны переводы по номеру карты: они проходят быстро и в любое время, хотя комиссии при переводе между банками нередко сохраняются.

С 2019 г. Банк России внедрил Систему быстрых платежей (СБП): она позволяет круглосуточно и мгновенно переводить деньги между банковскими счетами, зная только номер телефона получателя. Пользователь вводит номер — система показывает банки получателя, и после выбора банк мгновенно перечисляет средства: до 1 млн р. другому человеку и без лимита себе. Переводы себе до 30 млн р. в месяц и другим людям до 100 тыс. р. бесплатны; свыше 100 тыс. р. комиссия не превышает 0,5 %, что вдвое-втрое дешевле обычных межбанковских операций. ЦБ обязал все банки подключить СБП, и к концу 2024 г. ей уже пользовались 70 % взрослых россиян.

а) (5 баллов) Объясните, почему некоторые банки могут проиграть, а некоторые выиграть от введения СБП.

б) (5 баллов) Юный экономист Даша на протяжении некоторого времени собирала данные по ставкам краткосрочных депозитов во всех банках. Во время исследования Даши ЦБ внедрил СБП. В предположении, что кроме введения СБП за время этого исследования никакие внешние факторы не поменялись, как будут отличаться два собранных Дашей набора данных в самом начале и в самом конце этого исследования? Опишите два отличия.

в) (2 балла) В этом задании Вам предстоит побыть визионером-футурологом. Как Вы считаете, как будут устроены платежи за товары и услуги, а также переводы денег между людьми в 2050 году? Поскольку проверить решение задания нужно раньше 2050 года, то оцениваться будет полнота прогноза, его непротиворечивость, соответствие здравому смыслу и экономической интуиции.

Решение

а) Все банки потеряют часть дохода от процентов за переводы. Для некоторых банков, специализирующихся на предоставлении услуг по переводам, эта потеря может быть весьма ощутимой — такие банки проиграют. Еще могут проиграть, например, банки с большой базой зарплатных клиентов, которым раньше не давали вывести деньги запретительные комиссии на перевод из банка — теперь клиенты таких банков могут легче уйти в другие банки. В выигрыше могут оказаться банки, предоставляющие лучшие по рынку услуги: наиболее высокие проценты по депозиту, самое удобное приложение и т.п. Такие банки-лидеры, для которых приток новых клиентов компенсирует потери из-за более низких комиссий за переводы, останутся в итоговом плюсе.

б) Из-за того, что клиентам банков будет легче уходить в другие банки, ослабляется рыночная власть банков, усиливается конкуренция между ними. Вследствие этого ставки по депозитам будут увеличиваться. Кроме того, перестает иметь смысл держать ставки по депозитам заметно меньше, чем максимум по рынку, так как вкладчики предпочтут уйти в банк с максимальной ставкой. Банки, предлагавшие ранее более низкие ставки по депозитам, захотят подтянуться к лидерам, чтобы не потерять клиентов, поэтому дисперсия (разброс) ставок уменьшится.

в) Развитие технологий может привести к максимальному упрощению денежных транзакций. Например, для их осуществления уже не будут нужны банковская карточка, личный кабинет или телефон. Уже сейчас доступны достаточно надежные технологии распознавания человека по радужной оболочке глаза или его голосу. Вполне возможно, что в будущем человеку, который захочет сделать перевод или оплатить товар или услугу, будет достаточно посмотреть в камеру и произнести вслух необходимую для списания сумму денег. В таком случае банки окажутся больше не нужны.

Схема проверки

- а)
- Приведена валидная причина, по которой банки могут проиграть – **+1 балл**
 - Приведена валидная причина, по которой банки могут выиграть – **+1 балл**
 - Приведены конкретные типы банков (большие / маленькие, зарплатные / технологические) и обоснования, почему к ним применимы указанные причины о выигрыше/проигрыше, а также итоговый результат для таких банков – **+3 балла**
 - Недостаточно привести просто аргумент в каждую из сторон. Важен разделяющий критерий для банков, который показывает потенциально разный результат для них
- б)
- Приведен с корректным обоснованием один эффект из двух – **3 балла**
 - Приведены с корректным обоснованием оба эффекта – **5 баллов**
- в)
- Засчитывались на **2 балла** любые прогнозы, которые соответствуют описанным в условии требованиям: полны, непротиворечивы, соответствуют здравому смыслу и экономической интуиции
 - Должно упоминаться, что будет с платежами и переводами. Если про это ничего нет, ставилось **0 баллов**.
 - «Ничего не изменится», «СБП уже идеальна, она и останется» — **0 баллов**

Задача 6. Буквально вертикальная интеграция (12 баллов)

Восхождение на Пик Ленина состоит из нескольких этапов. Сначала из базового лагеря нужно подняться в первый лагерь, а затем из первого во второй. Из второго лагеря можно предпринять попытку штурма вершины. Спортивные альпинисты проходят весь этот путь самостоятельно, транспортируя все необходимое снаряжение и продукты на себе. Однако менее профессиональные восходители могут воспользоваться услугами носильщиков, которые готовы за умеренную плату доставлять палатки и другое необходимое оборудование из лагеря в лагерь.

Спрос на услуги носильщиков, транспортирующих грузы из базового лагеря в первый, имеет вид: $q_1 = 110 - p_1$, где p_1 — цена транспортировки одного центнера грузов, q_1 — количество центнеров груза, транспортируемое из базового лагеря в первый. Спрос на услуги носильщиков, транспортирующих грузы из первого лагеря во второй, имеет вид: $q_2 = q_1 - p_2$. Предельные издержки транспортировки одного центнера грузов из базового лагеря в первый постоянны и равны 10. Предельные издержки транспортировки одного центнера грузов из первого лагеря во второй постоянны и равны 20. Считайте, что постоянные издержки транспортировки во всех случаях отсутствуют.

а) (6 баллов) Найдите объемы транспортировки грузов между каждой соседней парой лагерей для следующих ситуаций:

1. Рынки транспортировки грузов между любой соседней парой лагерей являются совершенно конкурентными.
2. Все носильщики, транспортирующие грузы из базового лагеря в первый, объединились в компанию «База»; все носильщики, транспортирующие грузы из первого лагеря во второй, объединились в компанию «Штурм». Каждая компания является монополистом на своём участке маршрута и максимизирует свою прибыль, не думая о другой компании. Сначала объем выбирает «База», затем «Штурм».
3. Все носильщики объединились и образовали вертикально интегрированный холдинг «Вершина». Компания максимизирует прибыль от транспортировки грузов между всеми лагерями.

б) (3 балла) Рассчитайте суммарное общественное благосостояние для каждой из трех ситуаций выше. В какой из этих ситуаций суммарное общественное благосостояние выше, чем в двух других?

в) (1 балл) Может ли государство увеличить благосостояние по сравнению с лучшей из трех ситуаций выше, вводя налоги или субсидии? Почему? Ответьте без расчетов, приведя содержательное экономическое объяснение.

г) (2 балла) Рассмотрим случай 2 из пункта а). Предположим, что вы владелец компании «База». Коллеги из компании «Штурм» предлагают вам организовать вертикально интегрированный холдинг «Вершина» и всю полученную холдингом прибыль делить поровну. Следует ли вам соглашаться? Если нет, то можете ли вы предложить пример такого дележа суммарной прибыли холдинга, чтобы в интеграции были заинтересованы и вы, и владельцы компании «Штурм»?

Решение

а) Рассмотрим три случая.

1. Совершенная конкуренция (СК):

На каждом рынке в совершенно конкурентном равновесии выполнено соотношение $p = MC$.

$$p_1 = 10 \implies q_1 = 110 - 10 = \boxed{100}, \quad p_2 = 20 \implies q_2 = q_1 - p_2 = 100 - 20 = \boxed{80}.$$

2. Две независимые монополии:

Заметим, что решение, принятое «Штурмом», никак не влияет на оптимальный выбор «Базы».

$$\pi_1 = (p_1 - MC_1)q_1 = (110 - q_1 - 10)q_1 = (100 - q_1)q_1$$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине:

$$q_1^* = \frac{100}{2} = \boxed{50}$$

«Штурм», обладая полной информацией, понимает, что $q_1 = 50$.

$$\pi_2 = (p_2 - MC_2)q_2 = (50 - q_2 - 20)q_2 = (30 - q_2)q_2$$

Это парабола ветвями вниз, ее максимум лежит в вершине:

$$q_2^* = \frac{30}{2} = \boxed{15}$$

3. Вертикально интегрированный холдинг:

Совместная прибыль имеет вид

$$\Pi = (100 - q_1)q_1 + (q_1 - q_2 - 20)q_2 = -q_2^2 + (q_1 - 20)q_2 + 100q_1 - q_1^2$$

При каждом фиксированном q_1 это парабола ветвями вниз относительно q_2 , ее максимум лежит в вершине, если она доступна, и в нуле в противном случае:

$$q_2^* = \begin{cases} 0, & q_1 \leq 20 \\ \frac{q_1 - 20}{2}, & q_1 \geq 20 \end{cases}$$

Можем подставить эту зависимость обратно в функцию прибыли и свести задачу оптимизации к максимизации функции одной переменной.

$$\Pi = \begin{cases} 100q_1 - q_1^2, & q_1 \leq 20 \\ \frac{(q_1 - 20)^2}{4} + 100q_1 - q_1^2, & q_1 \geq 20 \end{cases} = \begin{cases} 100q_1 - q_1^2, & q_1 \leq 20 \\ -\frac{3}{4}q_1^2 + 90q_1 + 100, & q_1 \geq 20 \end{cases}$$

На каждом из участков график этой функции — парабола ветвями вниз, а значит оптимум на каждом участке достигается в вершине соответствующей параболы, если она доступна, и на границе в противном случае.

На первом участке вершина недоступна, поэтому оптимум достигается при $q_1 = 20$. На втором участке вершина $q_1 = \frac{90}{6/4} = 60$ доступна. Значит, в силу непрерывности функции прибыли, оптимум всей функции достигается при $q_1^* = \boxed{60}$ и $q_2^* = \frac{q_1^* - 20}{2} = \boxed{20}$.

б) Заметим, что верны следующие соотношения:

$$CS_1 = \frac{q_1^2}{2}, \quad CS_2 = \frac{q_2^2}{2}, \quad SW = CS_1 + CS_2 + \Pi - S.$$

Здесь CS_i — излишек потребителя на i -ом рынке, Π — суммарная прибыль всех фирм на рынке, S — суммарный объем выданной государством субсидии (это число отрицательно в случае введения налога, а в данном пункте равно 0, поскольку государство не вмешивается в рынок), SW — общественное благосостояние.

Сценарий	q_1	q_2	CS_1	CS_2	Π	SW
1. СК	100	80	5 000	3 200	0	8 200
2. Монополии	50	15	1 250	112,5	2 725	4 087,5
3. Холдинг	60	20	1 800	200	2 800	4 800

Наибольшее SW из трёх сценариев даёт совершенная конкуренция.

в) Да, может. Первый рынок создаёт положительный внешний эффект — *экстерналию*: каждый дополнительный центнер, доставленный в первый лагерь, увеличивает потенциальный спрос на втором участке, но совершенно-конкурентные носильщики этого не учитывают. Субсидия от государства, введенная для носильщиков на первом рынке, увеличит объем положительной экстерналии и приведет к росту общественного благосостояния.

г) В сценарии 2:

$$\pi_{\text{База}} = 2\,500, \quad \pi_{\text{Штурм}} = 225.$$

После интеграции (сценарий 3) общая прибыль $\Pi = 2\,800$. Равный делёж (1 400 : 1 400) ухудшает положение «Базы» ($1\,400 < 2\,500$), поэтому *соглашаться невыгодно*.

Для взаимной выгоды необходимо

$$\pi_{\text{База}} \geq 2\,500, \quad \pi_{\text{Штурм}} \geq 225, \quad \pi_{\text{База}} + \pi_{\text{Штурм}} = 2\,800.$$

Любое распределение, например

$$\pi_{\text{База}} = 2\,525, \quad \pi_{\text{Штурм}} = 275.$$

даёт обеим компаниям положительный прирост в прибыли и делает интеграцию привлекательной.

Схема проверки

За каждую арифметическую ошибку снимается от 1 балла в зависимости от ее серьезности и влияния на дальнейшее решение. За нерассмотрение достаточных условий оптимизации баллы не снимаются.

а)

- К1 Совершенная конкуренция: $q_1 = 100$ — 1 балл.
К2 Совершенная конкуренция: $q_2 = 80$ — 1 балл.
К3 Две независимые монополии: $q_1 = 50$ — 1 балл.
К4 Две независимые монополии: $q_2 = 15$ — 1 балл.
К5 Интегрированный холдинг: $q_1 = 60$ — 1 балл.
К6 Интегрированный холдинг: $q_2 = 20$ — 1 балл.

б)

- К7 Указание на формулу $SW = CS_1 + CS_2 + \Pi$ для расчета общественного благосостояния — 1 балл.
К8 Верные значения $SW = \{8200; 4087,5; 4800\}$ для трёх сценариев — 1 балл.
К9 Правильно выбран лучший сценарий (наибольшее SW при совершенной конкуренции) — 1 балл.

в)

- К10 Содержательное объяснение без расчетов о том, что субсидия на первом рынке может повысить SW благодаря положительной экстерналии — 1 балл.

г)

- К11 Показано, что равный делёж $1400 : 1400$ невыгоден «Базе» ($1400 < 2500$) — 1 балл.
К12 Предложен конкретный пример распределения прибыли, выгодный обеим фирмам (например, $2525 : 275$) — 1 балл.

Задача 7. Десять проектов**(12 баллов)**

У Юного Инвестора на счету есть 2400 ден. ед., которые он может вложить в инвестиционные проекты. Он рассматривает 10 проектов, каждый из которых требует инвестиций сегодня и принесет определенную сумму денег через год. В каждый проект можно инвестировать максимум один раз. Информация о проектах приведена в таблице:

Проект	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Инвестиции	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Общий доход через год	109	242	324	452	575	648	735	976	1044	1210

Процентная ставка по депозиту на счету Юного Инвестора составляет 10 % годовых. В случае нехватки денег на инвестиции он может взять кредит на любую сумму по ставке 20 % годовых. Риски каждого из проектов и депозита сравнимы.

Юный Инвестор хотел бы максимизировать сумму денег, которая образуется на его счету через год после всех совершенных операций, включая получение или уплату процентов. В какие проекты ему следует инвестировать деньги?

Решение

Рассчитаем норму доходности каждого из проектов. Для этого разделим общий доход на сумму инвестиций и вычтем единицу:

Проект	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Инвестиции	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Общий доход через год	109	242	324	452	575	648	735	976	1044	1210
Доходность, % годовых	9	21	8	13	15	8	5	22	16	21

Поскольку доходность проектов 2, 8, 10 выше ставки по кредиту (20 %), в них точно нужно вкладываться в любом случае (добавление такого проекта к портфелю увеличит итоговую сумму денег независимо того, используются собственные или заемные средства).

Поскольку доходность проектов 1, 3, 6, 7 ниже ставки по депозиту (10 %), в них точно нужно не вкладываться ни в каком случае (добавление такого проекта к портфелю уменьшит итоговую сумму денег независимо от того, используются собственные или заемные средства).

Эквивалентным рассуждением здесь является рассуждение через NPV. Для проектов 2, 8, 10 NPV положительно, даже если ставкой дисконтирования является ставка процента по кредиту, поэтому эти проекты нужно осуществлять в любом случае. Для проектов 1, 3, 6, 7 NPV отрицательно, даже если ставкой дисконтирования является ставка процента по депозиту, поэтому эти проекты точно не нужно осуществлять.

Осталось принять решение по проектам 4, 5 и 9. Здесь выбор более тонкий, потому что их доходность больше ставки по депозиту, но меньше ставки по кредиту. В принципе, остается $2^3 = 8$ вариантов, потому что в каждый из этих проектов можно как инвестировать, так и нет. Но перебор можно сократить, заметив следующее.

После инвестиций в проекты 2, 8, 10 на счету Юного Инвестора окажутся

$$2400 - 200 - 800 - 1000 = 400$$

ден. ед. Поскольку требуемые инвестиции для каждого из проектов 4, 5, 9 не меньше 400, после инвестиций в хотя бы один из этих проектов собственных средств не останется, и для дальнейших инвестиций придется брать кредит. Поскольку доходность каждого из этих проектов меньше ставки по кредиту, инвестировать далее в еще какие-то из этих проектов не следует. Значит, из этих трех проектов оптимально инвестировать максимум в какой-то один.

Остается 4 варианта: (1) инвестируем в проект 4, (2) в проект 5, (3) в проект 9; (4) ни в один из этих проектов. Для каждого из вариантов рассчитаем итоговую сумму денег на счету.

Обозначим за S суммарный доход от проектов 2, 8, 10. (Его можно не считать, но для справки отметим, что он равен $242 + 976 + 1210 = 2428$.) Итоговая сумма денег для вариантов 1-4:

Вариант 1: $S + 452$.

Вариант 2: $S + 575 - (500 - 400) \cdot 1,2 = S + 455$.

Вариант 3: $S + 1044 - (900 - 400) \cdot 1,2 = S + 444$.

Вариант 4: $S + 400 \cdot 1,1 = S + 440$.

Значит, наилучшим является вариант 2 - инвестировать в проект 5.

Ответ: Следует инвестировать в проекты 2, 5, 8, 10.

(Максимальная итоговая сумма на счету равна $S + 455 = 2883$.)

Примечание: Заметим, что простой алгоритм, при котором мы упорядочиваем проекты по убыванию доходности, а затем инвестируем в них в этом порядке, пока итоговая сумма на счету растет, здесь не приводит к оптимуму. Действительно, найденный нами оптимум не достигим с помощью такого алгоритма, потому что в оптимуме мы инвестируем в проект 5 с доходностью 15 %, но не инвестируем в проект 9 с доходностью 16 %. Это может показаться парадоксальным, но никакого противоречия здесь нет: для принятия решений по проектам с промежуточной доходностью (между ставкой по депозиту и по кредиту) важна не только доходность, но и абсолютная сумма инвестиций. Если эта сумма высока (как для проекта 9), то проект может потребовать большого объема кредитных средств, и в этом случае средневзвешенная ставка привлечения средств для него будет ближе к кредитной, чем депозитной, превосходя доходность проекта.

Схема проверки

К1 Верный расчёт доходностей по всем проектам → 3 балла

- Расчёт NPV или чистых доходов/расходов по каждому проекту по ставкам 10% и 20% → 3 балла
- Расчёт NPV или чистых доходов/расходов по каждому проекту по одной из ставок (10% или 20%) → 2 балла
- Каждое не посчитанное или неверное значение → -1 балл

К2 Включение проектов 2, 8 и 10 на основании того, что их доходность выше 20% → 2 балла

- Включение на основании положительного NPV → 2 балла
- Включение на основании алгоритма убывания доходностей, т.е., добавлением проектов начиная с самого доходного до окончания собственных средств → 1 балл

К3 Исключение проектов 1, 3, 6 и 7 на основании того, что их доходность ниже 10% → 2 балла

- Исключение на основании отрицательного NPV → 2 балла
- Включение на основании алгоритма убывания доходностей → 1 балл

К4 Утверждение, что из проектов 4, 5 и 9 необходимо инвестировать только в один, с верным обоснованием → 2 балла

- Утверждение с неполным или неверным обоснованием → 1 балл
- При отсутствии данного утверждения решение трактовалось как (неполный) перебор

К5 Рассчитаны доходы от инвестиции в проекты 4, 5 и 9 с учётом расходов на взятие кредита → 2 балла

К6 Приведён верный ответ о необходимости инвестировать в проекты 2, 5, 8 и 10 → 1 балл

- При отсутствии баллов за К4 и К5 балл за К6 не выставлялся

Любая арифметическая ошибка штрафовалась 1 баллом в рамках критерия, по которому она была допущена (чаще всего К1 или К5).

При решении перебором выставлялись баллы на основании критериев, приведённых выше. Далее, при наличии верного перебора не отсеённых другими способами вариантов и получении верного ответа, выставлялся полный балл по остальным критериям. За каждый пропущенный при переборе вариант снимался 1 балл до минимума в соответствии с критериями.

Задача 8. Оптимальная субсидия на основе данных (12 баллов)

В жизни экономистам зачастую неизвестны функции спроса, предложения, полезности — всё то, что обычно дано в задачах по экономике. Для анализа рынков в реальности используются данные о ценах, объемах, числе фирм, характеристиках товаров и т. д. Здесь мы рассмотрим, как можно (и можно ли) извлечь информацию об оптимальной экономической политике непосредственно из данных о ценах и объемах.

Рассмотрим монополиста, средние издержки производства которого постоянны и равны c , а обратная функция спроса на товар описывается уравнением $P = a - bQ$, где $a > c > 0$, $b > 0$. Государство хотело бы выплачивать фирме потоварную субсидию за каждую проданную единицу товара так, чтобы выпуск фирмы вырос до уровня, соответствующего рынку совершенной конкуренции с таким же спросом и такими же издержками. Обозначим необходимую для этого ставку субсидии за s^* .

а) (2 балла) Найдите s^* как функцию от параметров a , b и c .

б) (4 балла) Государство знает вид функций спроса и издержек, но не знает значений параметров a , b , c . Вместо этого оно наблюдает изначальный объем на рынке Q_0 (когда субсидии нет). Кроме того, в каждом следующем периоде $t = 1, 2, \dots$ оно вводит субсидию по известной ему ставке $s_t > 0$ и наблюдает рыночный объем выпуска Q_t . Цены государство не наблюдает. Верно ли, что в конце некоего периода $t = 0, 1, 2, \dots$ у государства накопится достаточно данных, чтобы однозначно определить s^* ? Если да, то найдите минимальное $t \geq 0$, при котором это так (обозначьте его за t^*), и приведите формулу, по которой государство может определить s^* как функцию от величин, известных в конце периода $t = t^*$. Считайте, что ситуация, при которой выпуск фирмы равен максимальному уровню $Q_{\max} = a/b$, заведомо не возникает. Кроме того, фирма максимизирует прибыль в каждом периоде стандартным образом и не пытается, выбирая объем выпуска, стратегически повлиять на будущие ставки субсидии.

в) (4 балла) Решите пункт б), если вместо объемов государство наблюдает цены, уплачиваемые потребителями: P_0, P_1, \dots

г) (2 балла) Решите пункт б), если государство в каждый период времени наблюдает и объемы выпуска, и цены.

Решение

а) Монопольный выпуск при наличии субсидии s равен $Q(s) = (a - c + s)/(2b)$, а цена равна $P(s) = (a + c - s)/2$, поэтому чтобы получить $P(s) = c$, надо установить субсидию $s^* = a - c$.

б) Наблюдая рынок при $t = 0$ (без субсидии, т.е. $s_0 = 0$) и при $t = 1$ (с субсидией s_1), можно составить систему уравнений $Q_0 = (a - c)/(2b)$, $Q_1 = (a - c + s_1)/(2b)$. Разделив одно уравнение на другое, мы можем вычислить оптимальную субсидию:

$$s^* = a - c = s_1 \frac{Q_0}{Q_1 - Q_0}.$$

При этом данных только нулевого периода не хватит. Действительно, зная только значение $Q_0 = (a - c)/(2b)$, нельзя определить, чему равно $a - c$.

Следовательно, $t^* = 1$.

Также доказать невозможность нахождения s^* при $t = 0$ можно через контрпример (для разных параметров и разной оптимальной субсидии будут одинаковые выпуски и цены). Например,

$$\begin{aligned} P &= 10 - Q, & c &= 6, & P^* &= 8, & Q^* &= 2, & s^* &= 4. \\ P &= 12 - Q, & c &= 4, & P^* &= 8, & Q^* &= 2, & s^* &= 8. \end{aligned}$$

в) Наблюдая рынок при $t = 0$, получаем уравнение $(a + c)/2 = P_0$. Из него нельзя найти $a - c$. Далее, наблюдая рынок при любой субсидии s , мы видим цену $P_0 - s/2$, которую и так можем вычислить, т.е. новые наблюдения не дают новой информации. Так мы никогда и не узнаем величины $s^* = a - c$, сколько бы ни наблюдали.

г) Наблюдая рынок только при $t = 0$, мы получаем систему уравнений $(a - c)/(2b) = Q_0$, $(a + c)/2 = P_0$. Этих данных недостаточно, чтобы определить $s^* = a - c$. Действительно, если, например, увеличить a и уменьшить c на одну и ту же малую величину x , а затем изменить параметр b так, чтобы $(a - c)/(2b) = Q_0$ оставалось в силе, то останутся в силе оба уравнения $(a - c)/(2b) = Q_0$, $(a + c)/2 = P_0$, но оптимальная ставка s^* будет другой (увеличится на $2x$).

Так что придётся установить субсидию s_1 в $t = 1$ и наблюдать P_1 и Q_1 . По доказанному в пункте б), только данных об объемах за 2 периода уже будет достаточно. Значит $t^* = 1$.

Схема проверки

а) Всего за пункт 2 балла, из них:

- К1 Нахождение оптимальных цен $P(s)$ или объёмов $Q(s)$ в монополии при введении субсидии $s \rightarrow 1$ балл
- К2 Нахождение оптимальной субсидии $s^* \rightarrow 1$ балл
- К3 Если в пункте а) ошибочно найдено s^* (в т.ч. при рассмотрении процентной субсидии), но идейно задача не меняется, то за пункты б), в), г) дается половина баллов
- К4 Если решается идейно другая задача (например, субсидия в совершенной конкуренции, позволяющая получить прибыль, как в монополии), то баллы за пункты б), в), г) не ставятся.

б) Всего за пункт 4 балла, из них:

- К5 Выписывание корректной системы уравнений для Q_0 и $Q_1 \rightarrow 1$ балл
- К6 Решение системы уравнений, нахождение оптимальной субсидии $s^* = \frac{s_1 Q_0}{Q_1 - Q_0}$ и $t^* = 1 \rightarrow 2$ балла
- К7 Обоснование того, что наблюдения Q_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- К8 Если не учитывается известная информация о Q_0 в периоде $t = 0$ и рассматриваются только периоды $t = 1, 2 \rightarrow$ штраф 1 балл

в) Всего за пункт 4 балла, из них:

- К9 Обоснование того, что наблюдения P_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- К10 Обоснование того, что новые наблюдения P_t при $t > 0$ не дают новой информации $\rightarrow 3$ балла

г) Всего за пункт 2 балла, из них:

- K11 Упоминание того, что наблюдений P_0 и Q_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- K12 Корректное обоснование того, что наблюдений P_0 и Q_0 недостаточно для определения $s^* \rightarrow 1$ балл
- K13 Отсутствие рассмотрения случая $t = 0$ (в том числе, ссылки на аналогичность пунктам б) или в)) не даёт баллов в пункте г).