1-й отборочный тур

Внимание! В случае вопроса, предполагающего выбор значения, в ответе следует указать номер столбца, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

1. Уточки на речке (3 балла)

Две уточки плывут по реке так, что их траектории относительно берега представляют собой прямые, пересекающиеся под углом 120°. Скорости уточек относительно берега равны 1 м/с. Скорость течения реки относительно любой из уточек равна 1 м/с, а относительно берега не больше 1,1 м/с.

а) (*2 балла*) Найдите скорость течения реки относительно берега. Ответ дайте в м/с, округлите до десятых.

б) (*1 балл*) Найдите скорость одной уточки относительно другой. Ответ дайте в м/с, округлите до десятых.

2. Бруски (5 баллов)

На гладком горизонтальном столе лежат друг на друге три одинаковых по размерам бруска с массами $m_1 = 3$ кг (нижний), $m_2 = 1$ кг (средний) и $m_3 = 1$ кг (верхний). Коэффициент трения μ между любыми двумя брусками равен 0,3. На средний брусок в горизонтальном направлении начинает действовать сила F.

Ответы на первые три вопроса дайте в ньютонах, округлите до целого. Определите максимально возможное значение силы F, при котором:

а) (*1 балл*) тела движутся как единое целое;

б) (*1 балл*) средний брусок остаётся неподвижным относительно нижнего;

в) (*1 балл*) верхний брусок остаётся неподвижным относительно среднего.

г) (*2 балла*) Найдите ускорение среднего бруска для следующих значений силы F: 5 Н, 15 Н. Ответы дайте в м/с^2, округлите до целого.

Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2. Бруски при движении друг с друга не падают.

3. Отделяются от аппарата (2 балла)

От космического аппарата массой 1 т, который изначально находится в состоянии покоя, поочерёдно в одном направлении отстреливаются два одинаковых отработавших модуля. При отделении от аппарата каждый модуль получает скорость 10 м/с относительно оставшейся части аппарата. Масса каждого модуля составляет 250 кг. Сопротивление движению и сила тяжести отсутствуют. Масса модулей включена в начальную массу системы.

а) (*1 балл*) Чему стала равна скорость аппарата v_1 после отделения первого модуля?

№	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
v_1, м/с	10,0	7,5	5,0	3,0	2,5	1,5

б) (*1 балл*) Найдите скорость аппарата v_2 после отделения второго модуля.

№	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
v_2, м/с	10,0	7,5	6,0	5,0	3,0	2,5

4. Максимальный угол вылета (6 баллов)

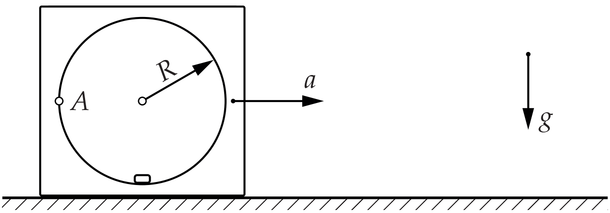
Ядро атома массой $6m$, скорость которого равна v, налетает на неподвижное ядро массой m. В результате столкновения состояние налетающего ядра не изменяется, оно рассеивается на некоторый угол, а ядро массой m переходит в возбуждённое состояние и начинает двигаться. Величина энергии возбуждения равна $\frac{9mv^2}{28}$ (на эту величину уменьшается суммарная кинетическая энергия ядер).

а) (*3 балла*) Во сколько раз скорость ядра массой m после столкновения в системе центра масс ядер меньше скорости v? Ответ округлите до целого.

б) (*3 балла*) Определите максимальное значение угла между вектором скорости лёгкого ядра после столкновения и вектором скорости тяжёлого ядра до столкновения в лабораторной системе отсчёта. Ответ дайте в градусах, округлите до целого.

5. Шайба в полости и ускорение (3 балла)

На горизонтальной протяжённой плоскости находится брусок, в котором сделана шарообразная полость радиусом $R = 0{,}2$ м (см. рисунок, представленный ниже). В нижней точке полости лежит маленькая шайба. Изначально система покоится. В некоторый момент брусок начинает двигаться горизонтально с ускорением a под действием внешней силы. Шайба при этом тоже приходит в движение. Трение в системе отсутствует. Ускорение свободного падения g считайте равным 10 м/с^2.

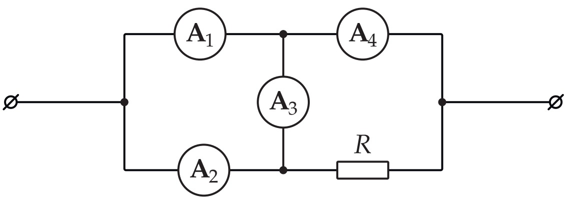


а) (*1 балл*) При каком минимальном значении $a_{\min}$ ускорения бруска шайба в процессе движения достигнет точки A? Ответ дайте в м/с^2, округлите до целого.

б) (*2 балла*) Пусть ускорение бруска равно $a = g\sqrt{3}$. Найдите скорость шайбы относительно полости в момент, когда она проходит точку A, лежащую на горизонтальном диаметре полости. Ответ дайте в м/с, округлите до десятых.

6. Резистор и приборы (3 балла)

Четыре одинаковых амперметра и резистор соединены в цепь, представленную на рисунке. Выводы цепи подключены к источнику постоянного напряжения. Амперметр A_1 показывает ток 4 А. Сопротивление резистора в 3 раза больше собственного сопротивления амперметра.



а) (*2 балла*) Найдите показания амперметра A_3. Ответ дайте в амперах, округлите до целого.

б) (*1 балл*) Что показывает амперметр A_2? Ответ дайте в амперах, округлите до целого.

1-й отборочный тур

Ответы

1. а) 1,0 м/с; б) 1,7 м/с.

2. а) 10 Н; б) 10 Н; в) 12 Н; г) 1 м/с^2 и 6 м/с^2.

3. а) Ответ 5: $v_1 = 2{,}5$ м/с; б) ответ 3: $v_2 \approx 6$ м/с.

4. а) Пусть v — скорость тяжёлого ядра до столкновения, тогда скорость центра масс равна $V = \frac{6v}{7}$. Энергия центра масс равна $\frac{7mv^2\cdot 36}{2\cdot 49} = \frac{18}{7}mv^2$, она не меняется в процессе столкновения. Суммарная энергия ядер в системе центра масс до столкновения равна $\frac{3mv^2}{7}$. После столкновения суммарная энергия ядер становится равна $T'_\Sigma = \frac{3mv^2}{7} - \frac{9mv^2}{28} = \frac{3mv^2}{28}$. В системе центра масс суммарный импульс ядер равен нулю, следовательно, модули импульсов равны, поэтому отношение кинетических энергий ядер после столкновения равно обратному отношению их масс:

$$\frac{T'_2}{T'_1} = \frac{\left(p'_2\right)^2}{2m_2} : \frac{\left(p'_1\right)^2}{2m_1} = \frac{m_1}{m_2} = 6.$$

Таким образом, кинетическая энергия лёгкого ядра после столкновения в системе центра масс равна $T'_2 = \frac{6}{7}T'_\Sigma = \frac{18mv^2}{(14)^2}$, а искомая скорость лёгкого ядра после столкновения равна $u'_2 = \sqrt{\frac{2T'_2}{m}} = \frac{3v}{7}$. Она в $\frac{7}{3}$ раз меньше v. Округляя, получаем ответ: $\frac{v}{u'_2} \approx 2$.

б) Скорость лёгкого ядра после столкновения в лабораторной системе равна векторной сумме $\mathbf{v}'_2 = \mathbf{V} + \mathbf{u}'_2$. В треугольнике скоростей, соответствующем этому равенству, длины двух сторон V и u'_2 фиксированы, а значения длины третьей стороны и углов могут быть различными. Максимальному углу вылета соответствует треугольник с прямым углом между сторонами v'_2 и u'_2. В этом случае $\sin\beta_{\max} = \frac{u'_2}{V} = \frac{1}{2}$. Иначе говоря, $\beta_{\max} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$.

5. а) $a_{\min} = g = 10$ м/с^2; б) $v = \sqrt{2gR\left(\sqrt{3}-1\right)} \approx 1{,}7$ м/с.

Перейдём в неинерциальную систему отсчёта, связанную с бруском. Сила инерции, возникающая в этой системе отсчёта, может быть учтена введением эффективного ускорения свободного падения $\mathbf{g}_{\text{эфф}} = \mathbf{g} - \mathbf{a}$. В условиях второго вопроса $\mathbf{g}_{\text{эфф}}$ составляет угол $\frac{\pi}{6}$ с горизонтом, при этом $\left|\mathbf{g}_{\text{эфф}}\right| = 2g$. Искомая относительная скорость находится по закону сохранения энергии.

6. а) $I_3 = 1$ А; б) $I_2 = 3$ А.