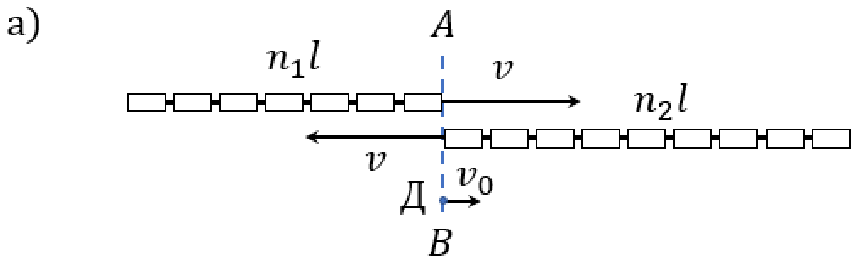
Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025
Отборочный этап – 7 класс

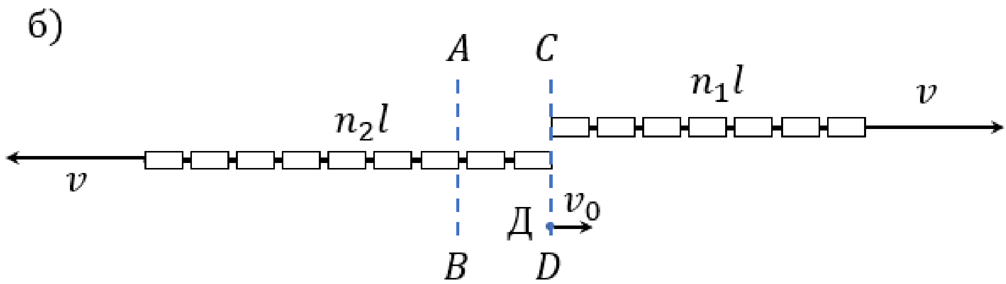
Задача 1-1 *Неслучайные совпадения*

Семиклассник Дима прогуливался по перрону вокзала в ожидании своего поезда. Двигаясь со скоростью $v_0 = 4,0$ км/ч, он наблюдал, что справа и слева от платформы по параллельным путям навстречу друг другу с равными постоянными скоростями двигались две электрички. Одна из электричек состояла из $n_1 = 9$ одинаковых вагонов, а другая – из $n_2 = 10$ таких же вагонов. Дима увидел, что первые вагоны электричек поравнялись друг с другом как раз напротив него. Каково было удивление Димы, когда и последние вагоны разошлись тоже как раз напротив него! Диме стало любопытно, с какой же скоростью ехали электрички. Проведите необходимые расчеты и найдите скорость v электричек. Ответ дайте в км/ч с точностью до целых.

Решение

Пусть направления скорости движения первой электрички и скорости движения Димы совпадали.





На рисунке а) показано расположение поездов в начальный момент времени ($t_0 = 0$ с), когда поравнялись их головные вагоны (линия AB). На рисунке б) показано расположение поездов в момент времени t, когда поравнялись хвосты их последних вагонов (линия CD). Относительно железной дороги за промежуток времени $\Delta t = t$ первая электричка проехала путь

$$L_1 = n_1 l + s,$$

а вторая – путь

$$L_2 = n_2 l - s,$$

где l – длина одного вагона, s – путь, который прошел Дима за время t :

$$s = BD = v_0 t$$

Поскольку скорости движения электричек одинаковы, то

$$L_1 = L_2 = vt$$

где v - скорость движения каждой электрички. Решая совместно, получим:

$$vt = n_1 l + v_0 t,$$
$$vt = n_2 l - v_0 t.$$

Из полученных уравнений следует, что

$$v = \frac{v_0 (n_1 + n_2)}{n_2 - n_1} = 76 \ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Ответ: 76.

Задача 1-2 *Неслучайные совпадения*

Семиклассник Дима прогуливался по перрону вокзала в ожидании своего поезда. Двигаясь со скоростью $v_0 = 4,0$ км/ч, он наблюдал, что справа и слева от платформы по параллельным путям навстречу друг другу с равными постоянными скоростями двигались две электрички. Одна из электричек состояла из $n_1 = 10$ одинаковых вагонов, а другая – из $n_2 = 12$ таких же вагонов. Дима увидел, что первые вагоны электричек поравнялись друг с другом как раз напротив него. Каково было удивление Димы, когда и последние вагоны разошлись тоже как раз напротив него! Диме стало любопытно, с какой же скоростью ехали электрички. Проведите необходимые расчеты и найдите скорость v электричек. Ответ дайте в км/ч с точностью до целых.

Ответ: 44.

Задача 2-1 *Тяжелый лёд*

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится лед, полностью погруженный в керосин. Сила тяжести, действующая на лед, в $n = 2$ раза больше силы тяжести, действующей на керосин. На сколько процентов уменьшится высота содержимого в сосуде после того, как растает $k = 75\%$ льда? Плотность воды $\rho_в = 1,0\frac{г}{см^3}$. Плотность льда $\rho_л = 0,90\frac{г}{см^3}$. Плотность керосина $\rho_к = 0,80\frac{г}{см^3}$. Ответ дайте с точностью до десятых.

Решение

Пусть начальная высота h_1 содержимого в сосуде соответствует 100%, а конечная высота $h_1 - x$. Тогда $x = \frac{h_2}{h_1} \cdot 100\%$. Искомая величина

$$\eta = 100\% - x = \left(1 - \frac{h_2}{h_1}\right) \cdot 100\%$$

Первоначальную высоту h_1 найдем из уравнения

$$Sh_1 = \frac{F_т}{\rho_к g} + \frac{nF_т}{\rho_п g},$$

где S – площадь дна сосуда, $F_т$ – сила тяжести, действующая на керосин, $nF_т$ – сила тяжести, действующая на лед до начала его таяния, g – коэффициент пропорциональности, входящий в формулу силы тяжести.

После таяния льда высоту h_2 содержимого в сосуде найдем из уравнения:

$$Sh_2 = \frac{F_т}{\rho_к g} + \frac{knF_т}{\rho_в g 100\%} + \frac{(100\% - k)nF_т}{\rho_л g 100\%}$$

Выразим h_1 и h_2 из полученных уравнений, подставим в выражение для η и получим:

$$\eta = \frac{kn\rho_к\left(\rho_в - \rho_л\right)}{\rho_в\left(\rho_л + n\rho_к\right)} = 4{,}8\%$$

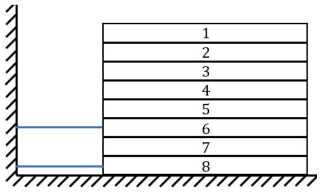
Ответ: 4,8.

Задача 2-2 *Тяжелый лёд*

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится лед, полностью погруженный в керосин. Сила тяжести, действующая на лед, в $n = 3$ раза больше силы тяжести, действующей на керосин. На сколько процентов уменьшится высота содержимого в сосуде после того, как растает $k = 65\%$ льда? Плотность воды $\rho_в = 1,0\frac{г}{см^3}$. Плотность льда $\rho_л = 0,90\frac{г}{см^3}$. Плотность керосина $\rho_к = 0,80\frac{г}{см^3}$. Ответ дайте с точностью до десятых.

Ответ: 4,7.

Задача 3-1 *Трудно тащить*



На горизонтальном полу лежат восемь одинаковых досок, сложенных в стопку (рис.). Шестая и восьмая доски с помощью горизонтально натянутых тросов прикреплены к стене.
3.1. Что труднее: сдвинуть седьмую доску, прикладывая к ней горизонтально направленную силу, или сдвинуть пять верхних досок, прикладывая к пятой доске силу в горизонтальном направлении? В ответе укажите «7» или «5» в зависимости от выбранного варианта ответа.
3.2. Найдите отношение F_{max}/F_{min} большей силы, необходимой для сдвига соответствующей доски, к меньшей из предыдущего пункта. Ответ дайте с точностью до десятых.

Решение

Экспериментально установлено, что сила трения прямо пропорциональна силе, прижимающей тело к поверхности. Чтобы сдвинуть пять верхних досок, надо приложить к пятой доске минимальную горизонтально направленную силу F_1, равную максимальной силе трения покоя, действующей между пятой и шестой досками: $F_1 = F_{\text{тр}1}$, где $F_{\text{тр}1} \sim 5mg$.

Для того, чтобы сдвинуть седьмую доску, нужно приложить минимальную горизонтально направленную силу F_2, равную сумме сил трения покоя между шестой и седьмой досками ($F_{\text{тр}2} \sim 6mg$) и между седьмой и восьмой досками ($F_{\text{тр}3} \sim 7mg$), т. е. $F_2 = F_{\text{тр}2} + F_{\text{тр}3}$.

Следовательно, труднее сдвинуть седьмую доску.

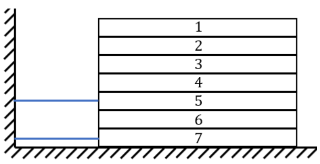
При этом придется приложить в $n = \frac{F_2}{F_1} = 2{,}6$ раза большую силу.

Ответ:

3.1) 7;

3.2) 2,6.

Задача 3-2 *Трудно тащить*



На горизонтальном полу лежат семь одинаковых досок, сложенных в стопку (рис.). Пятая и седьмая доски с помощью горизонтально натянутых тросов прикреплены к стене.
3.1. Что труднее: сдвинуть шестую доску, прикладывая к ней горизонтально направленную силу, или сдвинуть четыре верхних доски, прикладывая к четвертой доске силу в горизонтальном направлении? В ответе укажите «6» или «4» в зависимости от выбранного варианта ответа.
3.2. Найдите отношение F_{max}/F_{min} большей силы, необходимой для сдвига соответствующей доски, к меньшей из предыдущего пункта. Ответ дайте с точностью до сотых.

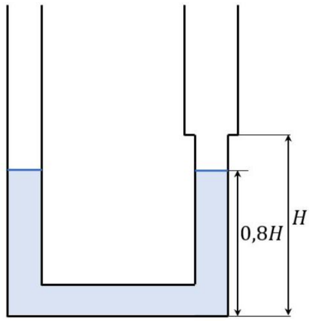
Ответ:

3.1) 6;

3.2) 2,75.

Задача 4-1 *Уширяющаяся гидростатика*

Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения S, а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты $H = 30$ см площадь её поперечного сечения S, а выше – площадь $2S$. Трубки заполнены водой до высоты $0,8H$. В левую трубку наливают слой масла высотой H. На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке? Плотность воды $\rho_0 = 1,0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность масла $\rho = 0,80\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.



Решение

На уровне, совпадающем с границей раздела жидкостей, гидростатические давления равны:

$$p_1 = p_2 \text{ или}$$
$$\rho g H = \rho_0 g(\Delta h + h)$$

где Δh – искомая высота, на которую поднимется уровень воды в правой трубке, h – высота, на которую опустился уровень воды в левой трубке.

Поскольку жидкости практически несжимаемые, то объем воды, вытесненной из левой трубки, равен объему воды, перетекшей в правую трубку:

$$V_1 = V_2 \text{ или } hS = 0,2HS + (\Delta h - 0,2H)2S$$

.

Отсюда высота

$$h = 2\Delta h - 0,2H$$

Получаем

$$\rho H = \rho_0(\Delta h + 2\Delta h - 0,2H).$$

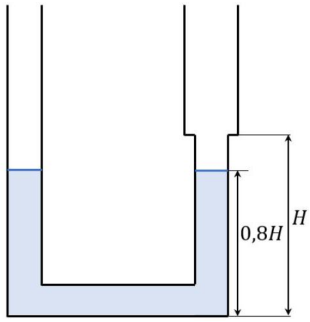
Откуда следует, что

$$\Delta h = \frac{H}{3\rho_0}(\rho + 0,2\rho_0) = 10 \text{ см}.$$

Ответ дайте в см с точностью до целых.

Ответ: 10.

Задача 4-2 *Уширяющаяся гидростатика*

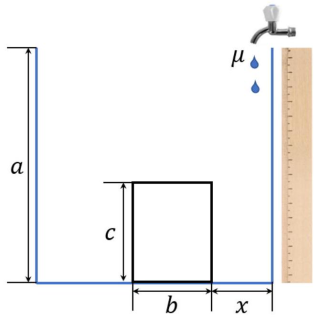


Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения S, а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты $H = 30$ см площадь её поперечного сечения S, а выше – площадь $2S$. Трубки заполнены водой до высоты $0,8H$. В левую трубку наливают слой масла высотой H. На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке? Плотность воды $\rho_0 = 1,0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность масла $\rho = 0,90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Ответ дайте в см с точностью до целых.

Ответ: 11.

Задача 5-1 *Наполнение сосуда*



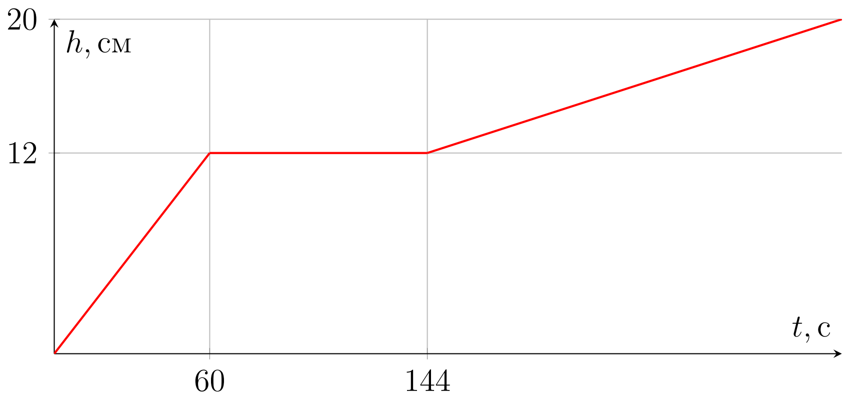
На дно кубического сосуда со стороной $a = 20$ см поместили и закрепили на дне на расстоянии $x = 5$ см прямоугольный брусок со сторонами a, b и c. В сосуд стали наливать воду с постоянным объемным расходом $\mu = 20$ мл/с так, как показано на рисунке. Юный экспериментатор Миша измерял зависимость высоты столба $h(t)$ жидкости от времени по линейке, расположенной справа от кюветы. График этой зависимости изображён на рисунке.

Определите:

5.1. высоту c бруска. Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.2. ширину b бруска; Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.3. время T, за которое сосуд заполнится целиком. Ответ дайте в секундах с точностью до целых.



Решение

На первом этапе жидкость набирается только справа от перегородки. Высота столба жидкости:

$$h_1(t) = \frac{\mu t}{xa}$$

Данный этап заканчивается в момент первого излома графика – $t_1 = 60$ с. Высота c бруска совпадает с показаниями линейки в этот момент:

$$c = 12 \text{ см}.$$

На втором этапе жидкость через брусок переливается в отсек слева, и пока этот отсек не заполнится целиком, уровень жидкости не меняется.

$$\mu(t_2 - t_1) = (a - x - b)ac,$$

где $t_2 = 144$ с

$$b = a - x - \frac{\mu(t_2 - t_1)}{ac} = 8 \text{ см}.$$

Сосуд заполнится целиком через промежуток времени, определяющийся условием:

$$\mu\Delta t = a^2(a-c)$$

Тогда полное время заполнения сосуда:

$$T = t_2 + \Delta t = t_2 + \frac{a^2(a-c)}{\mu} = 304\text{ с.}$$

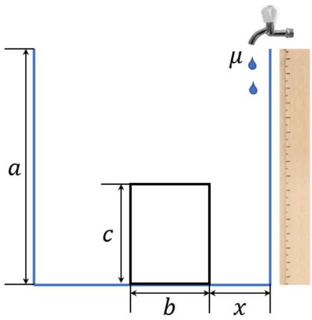
Ответ:

5.1) 12;

5.2) 8;

5.3) 304.

Задача 5-2 *Наполнение сосуда*



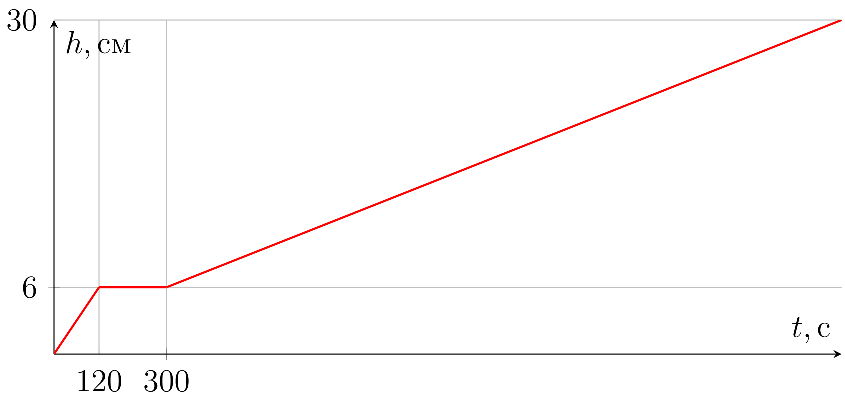
На дно кубического сосуда со стороной $a = 30$ см поместили и закрепили на дне на расстоянии $x = 8$ см прямоугольный брусок со сторонами a, b и c. В сосуд стали наливать воду с постоянным объемным расходом $\mu = 12$ мл/с так, как показано на рисунке. Юный экспериментатор Миша измерял зависимость высоты столба $h(t)$ жидкости от времени по линейке, расположенной справа от кюветы. График этой зависимости изображён на рисунке.

Определите:

5.1. высоту c бруска. Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.2. ширину b бруска; Ответ дайте в см с точностью до целых;

5.3. время T, за которое сосуд заполнится целиком. Ответ дайте в секундах с точностью до целых.



Ответ:

5.1) 6;

5.2) 10;

5.3) 2100.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025
Отборочный этап – 8 класс

Задача 1-1 *Мощный резистор*

В электрической цепи, изображенной на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 2$ Ом. Напряжение на клеммах источника тока $U = 12$ В. Определите отношение P_4/P_2 мощности тока в резисторе R_4 к мощности тока в обоих резисторах R_2. Ответ дайте с точностью до сотых.

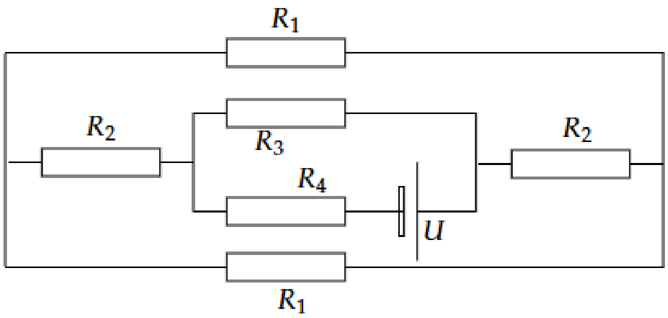


Рис. 1: К задаче 8-1

Решение

Два резистора R_1 между собой соединены параллельно, поэтому их общее сопротивление $R_{11} = \frac{R_1}{2} = 4$ Ом. Резистор R_{11} и два резистора R_2 соединены последовательно, поэтому их общее сопротивление

$$R_{12} = R_{11} + 2R_2 = 12 \text{ Ом}.$$

Резисторы R_{12} и R_3 соединены параллельно, следовательно, их общее сопротивление $R_{123} = \frac{R_{12}R_3}{R_{12}+R_3} = 4$ Ом. Сопротивление всей электрической цепи

$$R = R_{123} + R_4 = 6 \text{ Ом}.$$

Согласно закону Ома сила тока в цепи $I = \frac{U}{R} = 2$ А. В резисторе R_4 выделяется мощность $P_4 = I^2 R_4 = 8$ Вт.

Силу тока, протекающего через резисторы R_2 найдем, как отношение напряжения на участке 1-2-3 к сопротивлению участка 1-2

$$I_2 = \frac{IR_{123}}{R_{12}}.$$

Тепловая мощность на обоих резисторах R_2

$$P_2 = 2I_2^2 R_2 = 32/9 \text{ Вт}.$$

Искомое отношение мощностей

$$P_4/P_2 = 9/4 = 2{,}25.$$

Ответ: 2,25.

Задача 1-2 *Мощный резистор*

В электрической цепи, изображенной на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 2$ Ом. Напряжение на клеммах источника тока $U = 12$ В. Определите отношение P_4/P_1 мощности тока в резисторе R_4 к мощности тока в обоих резисторах R_1. Ответ дайте с точностью до десятых.

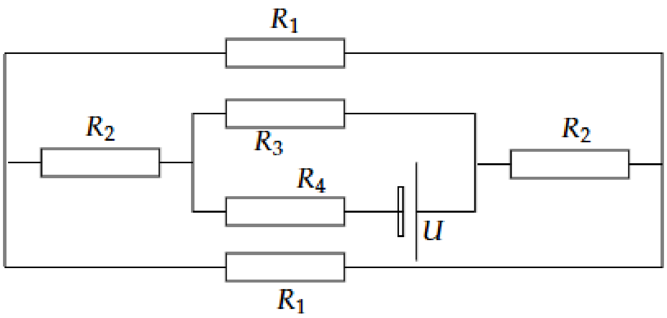


Рис. 2: К задаче 8-1

Ответ: 4,5.

Задача 2-1 *Перемкнуло*

На рисунке изображен участок цепи, состоящий из 5 резисторов и трех перемычек. Сопротивление $R = 16$ Ом.

2.1. Найдите сопротивление этого участка электрической цепи. Ответ дайте в Ом с точностью до целых.

2.2. Данный участок подключают к источнику постоянного напряжения $U = 32$ В. Определите силу тока, протекающего по нижней перемычке. Ответ дайте в А с точностью до целых.

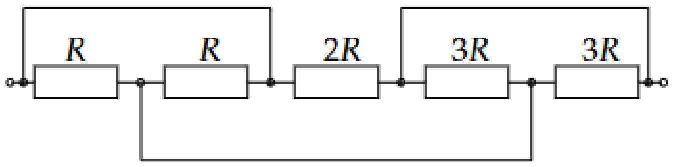
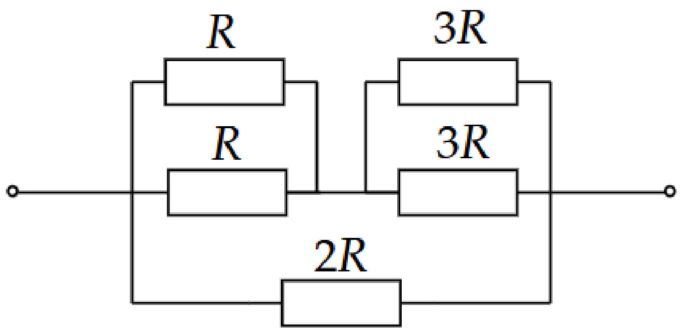


Рис. 3: К задаче 8-2

Решение

Эквивалентная схема электрической цепи имеет вид, показанный на рисунке.



Общее сопротивление электрической цепи $R_0 = (\frac{1}{2R} + \frac{1}{R^2/2R+9R^2/6R})^{-1} = R = 16$ Ом.

Сопротивления нижней и верхней ветви эквивалентной цепи одинаковы, следовательно, по ним (в том числе и по перемычке, которая нас интересует) протекает ровно половина от общго тока в цепи:

$I = I_0/2 = U/2R = 1$ А.

Ответ:

2.1) 16 Ом; 2.2) 1 А.

Задача 2-2 *Перемкнуло*

На рисунке изображен участок цепи, состоящий из 5 резисторов и трех перемычек. Сопротивление $R = 13$ Ом.

2.1. Найдите сопротивление этого участка электрической цепи. Ответ дайте в Ом с точностью до целых.

2.2. Данный участок подключают к источнику постоянного напряжения $U = 78$ В. Определите силу тока, протекающего по нижней перемычке. Ответ дайте в А с точностью до целых.

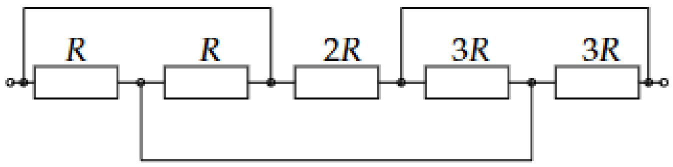


Рис. 4: К задаче 8-2

Ответ:

2.1) 13 Ом; 2.2) 3 А.

Задача 3-1 *Плавящееся равновесие*

К легкому подвижному блоку на невесомой нити подвешен кусок льда массой $m_1 = 0{,}59$ кг (рис.), плавающий в воде при температуре $t_0 = 0°$C. К концу другой невесомой нити, переброшенной через легкий неподвижный блок, подвешен алюминиевый цилиндр массой $m_2 = 0{,}27$ кг. Система находится в равновесии. При этом цилиндр касается поверхности воды в сосуде.

Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду, чтобы цилиндр оказался на дне сосуда, а нерастаявший лед - в воздухе? Высота цилиндра меньше глубины воды в сосуде. Плотность воды $\rho_1 = 1{,}0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность алюминия $\rho_2 = 2{,}7\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_3 = 0{,}90\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 332\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Коэффициент $g = 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Трением в блоках пренебречь.

Ответ дайте в кДж с точностью до целых.

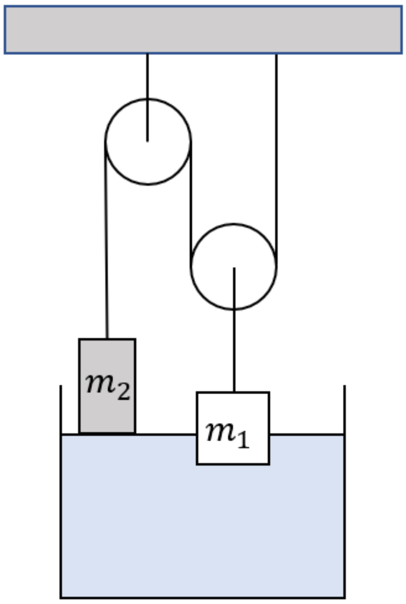


Рис. 5: К задаче 8-3

Решение

Если льду сообщать энергию, то лед начнет таять и перемещаться вверх, а алюминиевый цилиндр - вниз. Когда цилиндр полностью окажется в воде, на него будут действовать три силы: вверх - сила упругости нити F_1 и сила Архимеда $F_\text{A} = \rho_1 g \frac{m_2}{\rho_2}$, вниз - сила тяжести $m_2 g$.

Так как цилиндр будет находиться в равновесии, то $F_1 + \rho_1 g \frac{m_2}{\rho_2} = m_2 g$. Из этого уравнения найдем силу натяжения нити:

$$F_1 = m_2 g - \rho_1 g \frac{m_2}{\rho_2} = 1{,}7 \text{ Н}.$$

Так как подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза, то натяжение нити, к которой привязан нерастаявший лед, $F_2 = 3{,}4$ Н.

Из условия равновесия льда $F_2 = mg$ масса нерастаявшего льда $m = \frac{F_2}{g} = 0{,}34$ кг.

Следовательно, растает лед массой $\Delta m = m_1 - m = 0,25$ кг. Для плавления этого льда потребуется количество теплоты

$$Q = \lambda \Delta m = 83 \text{ кДж.}$$

Ответ: 83.

Задача 3-2 *Плавящееся равновесие*

К легкому подвижному блоку на невесомой нити подвешен кусок льда массой $m_1 = 0{,}79$ кг (рис.), плавающий в воде при температуре $t_0 = 0°\text{C}$. К концу другой невесомой нити, переброшенной через легкий неподвижный блок, подвешен стальной цилиндр массой $m_2 = 0{,}36$ кг. Система находится в равновесии. При этом цилиндр касается поверхности воды в сосуде.

Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду, чтобы цилиндр оказался на дне сосуда, а нерастаявший лед - в воздухе? Высота цилиндра меньше глубины воды в сосуде. Плотность воды $\rho_1 = 1{,}0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность стали $\rho_2 = 7{,}8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_3 = 0{,}90 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 332 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Коэффициент $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Трением в блоках пренебречь.

Ответ дайте в кДж с точностью до целых.

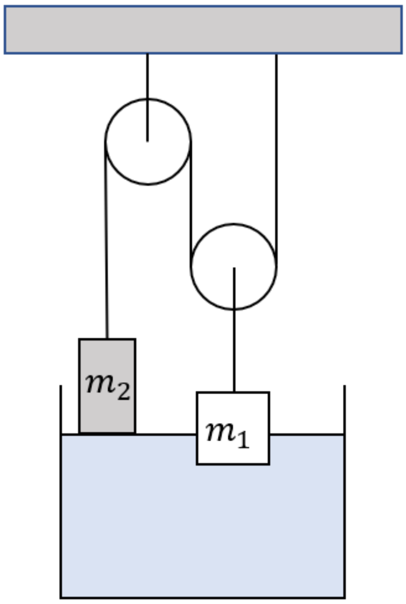


Рис. 6: К задаче 8-3

Ответ: 54.

Задача 4-1 *Неравноплечные подводные весы*

Два тела разных плотностей и объемов уравновешены на невесомом горизонтальном стержне с отнощением плеч 1 : 2. После того как тела полностью погрузили в воду, равновесие стержня нарушилось. Для сохранения равновесия стержня в горизонтальном положении тела пришлось поменять местами. Найдите плотности веществ, из которых состоят тела. Известно, что плотность вещества более тяжелого тела в $k = 2,5$ раза меньше плотности вещества более легкого тела. Плотность воды $\rho_0 = 1{,}0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Ответ дайте в кг/м^3 с точностью до целых.

Решение

Пусть плотность вещества более тяжелого тела равна ρ_1, тогда плотность вещества более легкого тела

$$\rho_2 = 2{,}5\rho_1$$

Запишем условие равновесия стержня до погружения тел в воду:

$$\rho_1 V_1 l = \rho_2 V_2 2l$$

Определим объем первого тела из полученных уравнений:

$$V_1 = \frac{2\rho_2 V_2}{\rho_1} = 5V_2$$

Запишем условие равновесия стержня после погружения тел в воду:

$$(\rho_1 - \rho_0)\, V_1 2l = (\rho_2 - \rho_0)\, V_2 l.$$

С учетом выражения для объема первого тела, получим:

$$10\rho_1 - \rho_2 = 9\rho_0$$

Используя исходное соотношение между плотностями, найдем ответ на задачу:

$$\rho_1 = 1,2\rho_0 = 1,2\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \text{ и } \rho_2 = 3\rho_0 = 3,0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Ответ: 1200 и 3000

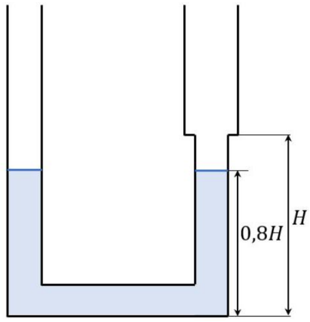
Задача 4-2 *Неравноплечные подводные весы*

Два тела разных плотностей и объемов уравновешены на невесомом горизонтальном стержне с отнощением плеч $1 : 2,5$. После того как тела полностью погрузили в керосин, равновесие стержня нарушилось. Для сохранения равновесия стержня в горизонтальном положении тела пришлось поменять местами. Найдите плотности веществ, из которых состоят тела. Известно, что плотность вещества более тяжелого тела в $k = 3,0$ раза меньше плотности вещества более легкого тела. Плотность керосина $\rho_0 = 0{,}8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Ответ дайте в кг/м^3 с точностью до целых.

Ответ: 902 и 2705

Задача 5-1 *Уширяющаяся гидростатика*



Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения S, а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты $H = 30$ см площадь её поперечного сечения S, а выше – площадь $2S$. Трубки заполнены водой до высоты $0,8H$. В левую трубку наливают слой масла высотой H. На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке? Плотность воды $\rho_0 = 1,0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность масла $\rho = 0,80\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Ответ дайте в см с точностью до целых.

Решение

На уровне, совпадающем с границей раздела жидкостей, гидростатические давления равны:

$$p_1 = p_2 \text{ или}$$
$$\rho g H = \rho_0 g(\Delta h + h)$$

где Δh – искомая высота, на которую поднимется уровень воды в правой трубке, h – высота, на которую опустился уровень воды в левой трубке.

Поскольку жидкости практически несжимаемые, то объем воды, вытесненной из левой трубки, равен объему воды, перетекшей в правую трубку:

$$V_1 = V_2 \text{ или } hS = 0,2HS + (\Delta h - 0,2H)2S$$

.

Отсюда высота

$$h = 2\Delta h - 0,2H$$

Получаем

$$\rho H = \rho_0(\Delta h + 2\Delta h - 0,2H).$$

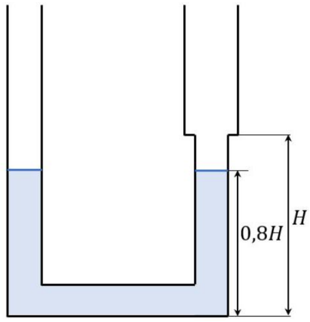
Откуда следует, что

$$\Delta h = \frac{H}{3\rho_0}(\rho + 0,2\rho_0) = 10 \text{ см}.$$

Ответ дайте в см с точностью до целых.

Ответ: 10.

Задача 5-2 *Уширяющаяся гидростатика*



Левая вертикальная трубка сообщающихся сосудов (рис.) имеет по всей высоте одинаковую площадь поперечного сечения S, а правая вертикальная трубка состоит из двух частей: до высоты $H = 30$ см площадь её поперечного сечения S, а выше – площадь $2S$. Трубки заполнены водой до высоты $0,8H$. В левую трубку наливают слой масла высотой H. На какую высоту поднимется уровень воды в правой трубке? Плотность воды $\rho_0 = 1,0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность масла $\rho = 0,90\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Ответ дайте в см с точностью до целых.

Ответ: 11.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025
Отборочный этап – 9 класс

Задача 1-1 *Плавящееся равновесие*

К легкому подвижному блоку на невесомой нити подвешен кусок льда массой $m_1 = 0{,}59$ кг (рис.), плавающий в воде при температуре $t_0 = 0°$C. К концу другой невесомой нити, переброшенной через легкий неподвижный блок, подвешен алюминиевый цилиндр массой $m_2 = 0{,}27$ кг. Система находится в равновесии. При этом цилиндр касается поверхности воды в сосуде.

Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду, чтобы цилиндр оказался на дне сосуда, а нерастаявший лед - в воздухе? Высота цилиндра меньше глубины воды в сосуде. Плотность воды $\rho_1 = 1{,}0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность алюминия $\rho_2 = 2{,}7\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_3 = 0{,}90\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 332\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Коэффициент $g = 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Трением в блоках пренебречь.

Ответ дайте в кДж с точностью до целых.

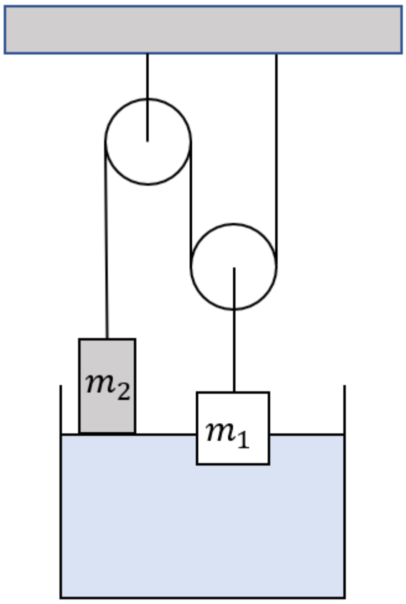


Рис. 1: К задаче 8-3

Решение

Если льду сообщать энергию, то лед начнет таять и перемещаться вверх, а алюминиевый цилиндр - вниз. Когда цилиндр полностью окажется в воде, на него будут действовать три силы: вверх - сила упругости нити F_1 и сила Архимеда $F_\text{А} = \rho_1 g\frac{m_2}{\rho_2}$, вниз - сила тяжести $m_2 g$.

Так как цилиндр будет находиться в равновесии, то $F_1 + \rho_1 g\frac{m_2}{\rho_2} = m_2 g$. Из этого уравнения найдем силу натяжения нити:

$$F_1 = m_2 g - \rho_1 g\frac{m_2}{\rho_2} = 1{,}7 \text{ Н}.$$

Так как подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза, то натяжение нити, к которой привязан нерастаявший лед, $F_2 = 3{,}4$ Н.

Из условия равновесия льда $F_2 = mg$ масса нерастаявшего льда $m = \frac{F_2}{g} = 0{,}34$ кг.

Следовательно, растает лед массой $\Delta m = m_1 - m = 0,25$ кг. Для плавления этого льда потребуется количество теплоты

$$Q = \lambda \Delta m = 83 \text{ кДж}.$$

Ответ: 83.

Задача 1-2 *Плавящееся равновесие*

К легкому подвижному блоку на невесомой нити подвешен кусок льда массой $m_1 = 0{,}79$ кг (рис.), плавающий в воде при температуре $t_0 = 0°C$. К концу другой невесомой нити, переброшенной через легкий неподвижный блок, подвешен стальной цилиндр массой $m_2 = 0{,}36$ кг. Система находится в равновесии. При этом цилиндр касается поверхности воды в сосуде.

Какое минимальное количество теплоты надо сообщить льду, чтобы цилиндр оказался на дне сосуда, а нерастаявший лед - в воздухе? Высота цилиндра меньше глубины воды в сосуде. Плотность воды $\rho_1 = 1{,}0\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность стали $\rho_2 = 7{,}8\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_3 = 0{,}90\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 332\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Коэффициент $g = 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$. Трением в блоках пренебречь.

Ответ дайте в кДж с точностью до целых.

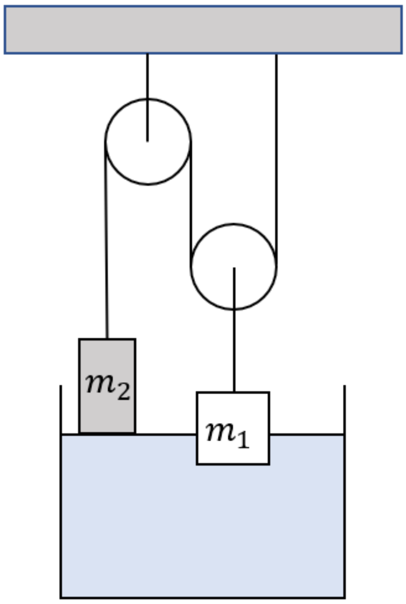


Рис. 2: К задаче 8-3

Ответ: 54.

Задача 2-1 *Жидкое равновесие*

В вертикальную U-образную трубку малого постоянного сечения $s = 8{,}00$ см^2 налита вода, общая длина которой в обоих коленах составляет $l = 50{,}0$ см. В одно колено трубки помещают два поршня, между которыми имеется пружина жесткости $k = 1{,}00$ Н/м. Поршни воду не пропускают и могут скользить по трубке без трения. В начальный момент на верхний поршень ставят груз массой $m = 10{,}0$ г. Определите количество теплоты, выделившееся в системе в ходе установления равновесия. Массой поршней и пружины можно пренебречь. Воду считайте идеальной несжимаемой жидкостью. Длиной горизонтального участка U-образной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Ответ дайте в мДж с точностью до сотых.

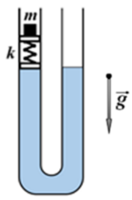
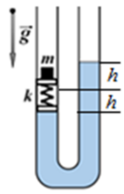


Рис. 3: К задаче 9-2

Решение

После установки груза m система выйдет из положения равновесия, поскольку сила давления жидкости в левом колене станет больше.



Пусть в новом установившемся положении равновесия жидкость в правом колене поднялась на высоту h (Рис.), а пружина сжалась на величину Δx, тогда из правила сил для равновесия

$$k\Delta x = mg \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k},$$

$$mg = 2\rho g h S \Rightarrow$$

$$h = \frac{m}{2\rho S},$$

где S – площадь поперечного сечения трубки.

В процессе установления равновесия груз опустился относительно начального положения на величину

$$\Delta h = \Delta x + h.$$

Начальная механическая энергия E_1 системы (относительно нижней точки трубки) складывается из потенциальной энергии столбов жидкости (центр масс на середине высоты) и груза

$$E_1 = 2\rho g\frac{l}{2}S\frac{l}{4} + mg\left(\frac{l}{2} + l_0\right)$$

где l_0 – длина пружины в недеформированном состоянии (т.е. до установки груза, в условии не задана).

Соответственно, после установления равновесия механическая энергия E_2 станет равна (добавится энергия упругой деформации пружины)

$$E_2 = \frac{\rho \mathrm{g}\left(\frac{l}{2}h\right)^2 s}{2} + \frac{\rho \mathrm{g}\left(\frac{l}{2}+h\right)^2 s}{2} + mg\left(\frac{l}{2} + l_0 - h - \Delta x\right) + \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии после установления нового положения равновесия имеем

$$Q = E_1 - E_2 = mgh + mg\Delta x - \rho gSh^2 - \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Видим, что подобные члены, содержащие длину недеформированной пружины l_0, успешно сокращаются.

Далее найдём

$$Q = mgh + mg\Delta x - \rho \mathrm{g}Sh^2 - \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{m^2 g}{4\rho S} + \frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{m^2 g}{2}\left(\frac{1}{2\rho S} + \frac{\mathrm{g}}{k}\right).$$

С физической точки зрения выделение теплоты в системе происходит из-за наличия диссипативных сил: при затухании со временем колебаний жидкости (узкая трубка, вязкое трение, жидкость не идеальна) и пружины (трение о воздух, работа силы сопротивления воздуха).

Расчёт по итоговой формуле даёт

$$Q = \frac{m^2 g}{2}\left(\frac{1}{2\rho S} + \frac{g}{k}\right) = 5{,}12 \text{ мДж}.$$

Ответ: 5,12.

Задача 2-2 *Жидкое равновесие*

В вертикальную U-образную трубку малого постоянного сечения $s = 9{,}00$ см^2 налита вода, общая длина которой в обоих коленах составляет $l = 60{,}0$ см. В одно колено трубки помещают два поршня, между которыми имеется пружина жесткости $k = 2{,}00$ Н/м. Поршни воду не пропускают и могут скользить по трубке без трения. В начальный момент на верхний поршень ставят груз массой $m = 15{,}0$ г. Определите количество теплоты, выделившееся в системе в ходе установления равновесия. Массой поршней и пружины можно пренебречь. Воду считайте идеальной несжимаемой жидкостью. Длиной горизонтального участка U-образной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Ответ дайте в мДж с точностью до сотых.

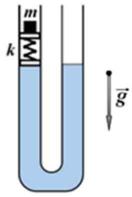


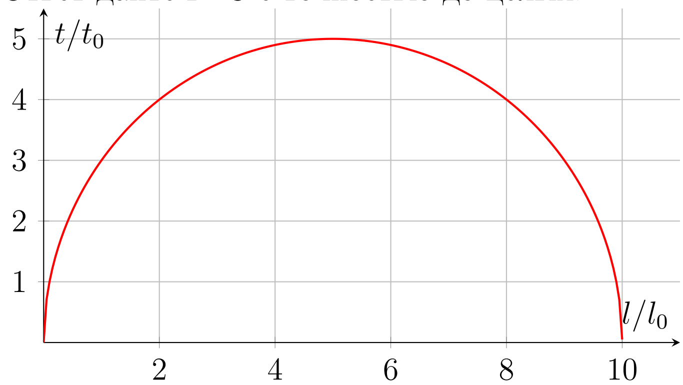
Рис. 4: К задаче 9-2

Ответ: 6,03.

Задача 3-1 *Неравномерный нагрев*

Холодный однородный стержень длиной $10l_0$ неравномерно нагрели в пламени газовой горелки (от центра) так, что распределение температуры вдоль стержня $t(x)$ в относительных координатах (t/t_0) и (l/l_0) имеет вид полуокружности. После того, как стержень достали из горелки, он перешел в состояние теплового равновесия. Найдите конечную температуру t всего стержня в состоянии теплового равновесия. Начальная температура стержня равна нулю (0°C). Масштабы осей на рисунке: $l_0 = 1{,}00$ см; $t_0 = 100$°C. Потерями теплоты пренебречь.

Ответ дайте в °C с точностью до целых.



Решение

Как следует из условия, из-за неравномерного нагрева стержня в пламени газовой горелки, температура его центральной части очень велика (500°C), тогда как концы стержня «остались» при начальной (нулевой) температуре (вполне можно держать руками).

Пусть удельная теплоёмкость материала стержня c, плотность ρ, площадь поперечного сечения стержня – S. Тогда количество теплоты ΔQ, запасённое в небольшом участке стержня длиной Δx равно

$$\Delta Q = cm\Delta T = c\rho S\Delta x\Delta T = c\rho S\Delta xT$$

Соответственно, количество теплоты, сообщенное газовой горелкой всему стержню, найдём как сумму

$$Q_1 = \sum_i \Delta Q_i = c\rho S\sum_i T_i\Delta x_i = c\rho S\cdot S^*$$

где $S^* = \pi\left(5l_0\right)\left(5t_0\right)/2 = 25\pi l_0t_0/2$ – размерная физическая величина ($l_0\cdot t_0 =$ кг · °C), равная площади под графиком, т.е. площади полуокружности размерными радиусами $5l_0$ и $5t_0$. Окончательно для количества теплоты получаем

$$Q_1 = 25\pi c\rho Sl_0t_0/2$$

Через некоторое время после прекращения работы газовой горелки, вследствие явления теплопроводности, стержень придет в состоянии теплового равновесия, при котором искомая температура t всех его участков будет одинакова. Тогда количество теплоты, запасённой в стержне, можно записать как

$$Q_2 = cm\Delta T = c\rho S\left(10l_0\right)t$$

Поскольку потерь теплоты нет, то справедливо уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2,$$

из которого получаем

$$25\pi c\rho S l_0 t_0/2 = c\rho S\left(10l_0\right)t.$$

Установившаяся температура стержня

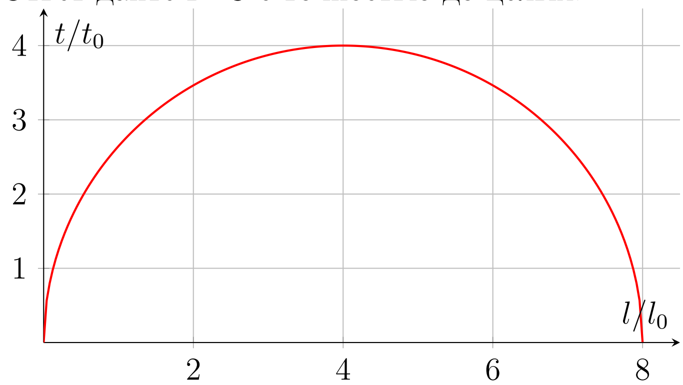
$$t = \frac{25\pi c\rho S l_0 t_0}{2c\rho S\left(10l_0\right)} = \frac{5\pi t_0}{4} = 393^\circ\text{C}.$$

Ответ: 393.

Задача 3-2 *Неравномерный нагрев*

Холодный однородный стержень длиной $8l_0$ неравномерно нагрели в пламени газовой горелки (от центра) так, что распределение температуры вдоль стержня $t(x)$ в относительных координатах (t/t_0) и (l/l_0) имеет вид полуокружности. После того, как стержень достали из горелки, он перешел в состояние теплового равновесия. Найдите конечную температуру t всего стержня в состоянии теплового равновесия. Начальная температура стержня равна нулю (0°C). Масштабы осей на рисунке: $l_0 = 2{,}00$ см; $t_0 = 50$°C. Потерями теплоты пренебречь.

Ответ дайте в °C с точностью до целых.



Ответ: 157.

Задача 4-1 *Настоящий гонщик*

Гоночная трасса ABC состоит из прямолинейного участка AB и полуокружности BC неизвестного радиуса. Небольшой автомобиль со старта ($v_0 = 0$) проходит всю дистанцию ABC с постоянным по модулю предельным ускорением $a = g/2$. При этом прямой участок AB гонщик преодолевает за время $t_1 = 8{,}43$ с. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

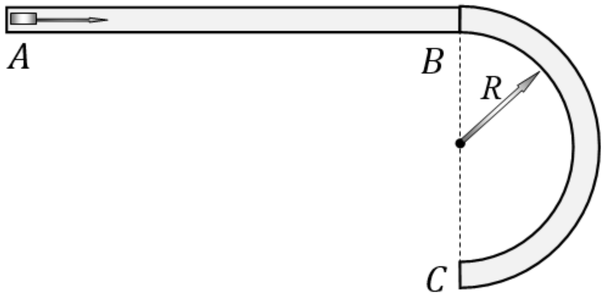


Рис. 5: К задаче 9-4

4.1. Найдите время t прохождения настоящим гонщиком всей дистанции. Ответ дайте в секундах с точностью до целых

4.2. Найдите также длину l дистанции. Ответ дайте в метрах с точностью до целых.

Решение

Длину прямолинейного участка AB трассы найдем из закона равноускоренного движения автомобиля ($v_0 = 0$)

$$l_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{4} = 174 \text{ м}.$$

При этом в точке B трассы скорость автомобиля будет равна $v = at_1$.

При движении автомобиля с постоянной скоростью v по участку полуокружности BC, его ускорение в каждой точке будет направлено к центру окружности и по модулю равно a, следовательно

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(at_1)^2}{R}.$$

Отсюда находим неизвестный радиус полуокружности BC

$$R = at_1^2$$

Время движения гонщика по полуокружности BC

$$t_2 = \frac{\pi R}{v} = \pi t_1$$

Таким образом, полное время движения гонщика по трассе

$$t = t_1 + t_2 = (\pi + 1)t_1 = 35 \text{ с}$$

А её длина

$$l = l_1 + l_2 = \frac{at_1^2}{2} + \pi a t_1^2 = \left(\frac{1+2\pi}{2}\right) a t_1^2 = \left(\frac{1+2\pi}{4}\right) \mathrm{g} t_1^2 = 1270 \text{ м}.$$

Ответ:

4.1) 35; 4.2) 1270

Задача 4-2 *Настоящий гонщик*

Гоночная трасса ABC состоит из прямолинейного участка AB и полуокружности BC неизвестного радиуса. Небольшой автомобиль со старта ($v_0 = 0$) проходит всю дистанцию ABC с постоянным по модулю предельным ускорением $a = g/2$. При этом прямой участок AB гонщик преодолевает за время $t_1 = 9{,}65$ с. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

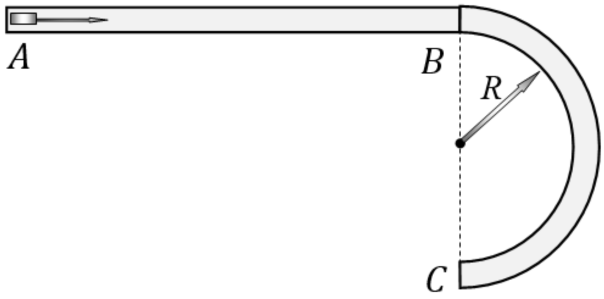


Рис. 6: К задаче 9-4

4.1. Найдите время t прохождения настоящим гонщиком всей дистанции. Ответ дайте в секундах с точностью до целых

4.2. Найдите также длину l дистанции. Ответ дайте в метрах с точностью до целых.

Ответ:

4.1) 40; 4.2) 1663

Задача 5-1 *Непонятное движение*

Небольшое тело движется ускоренно в положительном направлении оси Ox так, что скорость тела в точке с координатой x равна $v(x) = \alpha x^2$, где α - некоторый размерный коэффициент. Найдите ускорение a_2 тела в точке с координатой $x_2 = 2{,}0$ м, если в точке с координатой $x_1 = 1{,}0$ м его ускорение было равно $a_1 = 1{,}0$ м/с^2.

Ответ дайте в м/с^2 с точностью до целых.

Решение

Согласно определению ускорение находится как

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Используя данные условия, найдем приращение Δv скорости тела на малом участке $\Delta x(\Delta x \ll x)$

$$\Delta v = \alpha\left((x+\Delta x)^2 - x^2\right) = \alpha\left(2x\Delta x + \Delta x^2\right) \approx 2\alpha x\Delta x.$$

Подставляя приращение скорости в формулу для ускорения, получаем

$$a = 2\alpha x\frac{\Delta x}{\Delta t} = \left\{\frac{\Delta x}{\Delta t} = v(x)\right\} = 2\alpha x \cdot v(x) = 2\alpha^2 x^3.$$

Как следует из полученного выражения, при таком законе движения ускорение тела пропорционально кубу текущей координаты

$$a \sim x^3$$

Соответственно, искомое ускорение a_2 тела найдем из пропорции

$$a_2 = \frac{x_2^3}{x_1^3}a_1 = 8{,}0\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: 8

Задача 5-2 *Непонятное движение*

Небольшое тело движется ускоренно в положительном направлении оси Ox так, что скорость тела в точке с координатой x равна $v(x) = \alpha x^3$, где α - некоторый размерный коэффициент. Найдите ускорение a_2 тела в точке с координатой $x_2 = 3{,}0$ м, если в точке с координатой $x_1 = 1{,}0$ м его ускорение было равно $a_1 = 1{,}0$ м/с^2.

Ответ дайте в м/с^2 с точностью до целых.

Ответ: 81

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025

Отборочный этап – 10 класс

Задача 1-1 *Сильная точка*

На рисунке изображен в относительных единицах $(V/V_0, T/T_0)$ процесс AB, проводимый с идеальным газом в количестве $\nu = 1,0$ моль. Известно, что процесс AB является дугой окружности с центром в точке $C(0;2)$. При расчетах примите $T_0 = 300$ К, $V_0 = 10$ л. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

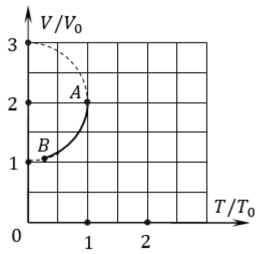


Рис. 1: К задаче 10-1

1.1. Найдите начальное давление p_A идеального газа;

1.2. Найдите максимальное давление $p_{\max}$ идеального газа в данном процессе.

Ответы дайте в кПа с точностью до целых.

Решение

Запишем уравнение Клапейрона - Менделеева

$$pV = vRT = \frac{m}{M}RT,$$

и преобразуем его к виду предложенных безразмерных координат

$$\frac{V}{V_0} = \left(vR\frac{T_0}{V_0} \cdot \frac{1}{p}\right) \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)$$

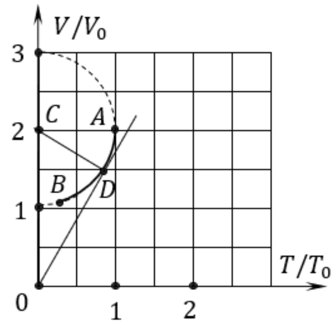
Из полученного соотношения видно, что изобарный процесс в данных координатах является прямой, выходящей из начала координат, с угловым коэффициентом k равным

$$k = vR\frac{T_0}{V_0} \cdot \frac{1}{p}.$$

Поскольку угловой коэффициент k изобары обратно пропорционален давлению идеального газа, то его максимальному давлению $p_{\max}$ будет соответствовать точка с минимальным угловым коэффициентом наклона. Следовательно, на графике необходимо построить касательную к дуге процесса, выходящую из начала координат (рис.).

Из прямоугольного треугольника OCD по теореме Пифагора, с учетом того, что радиус окружности на рисунке равен единице, найдем

$$OD = \sqrt{3}; \quad \sin COD = \frac{1}{2}.$$



Соответственно, координаты точки D будут равны

$$x_D = OD \cdot \sin COD = \frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$y_D = OD \cdot \cos COD = \frac{3}{2}.$$

Используя полученные координаты, найдем

$$p_{\max} = \left(vR\frac{T_0}{V_0} \cdot \frac{1}{y_D}\right) \cdot (x_D) = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па} = 144 \text{ кПа}.$$

Давление в начальной точке несложно вычислить, находя из графика координаты точки $A\,(x_A; y_A) = A(1; 2)$

$$p_A = \left(vR\frac{T_0}{V_0} \cdot \frac{1}{y_A}\right) \cdot (x_A) = 1{,}25 \cdot 10^5 \text{ Па} = 125 \text{ кПа}.$$

Ответ:

1.1) 125

1.2) 144

Задача 1-2 *Сильная точка*

На рисунке изображен в относительных единицах $(V/V_0, T/T_0)$ процесс AB, проводимый с идеальным газом в количестве $\nu = 1,0$ моль. Известно, что процесс AB является дугой окружности с центром в точке $C(0;2)$. При расчетах примите $T_0 = 400$ К, $V_0 = 5$ л. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

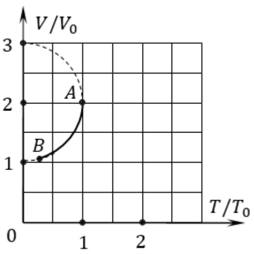


Рис. 2: К задаче 10-1

1.1. Найдите начальное давление p_A идеального газа;

1.2. Найдите максимальное давление $p_{\max}$ идеального газа в данном процессе.

Ответы дайте в кПа с точностью до целых.

Ответ:

1.1) 332

1.2) 384

Задача 2-1 *Упругая перегородка*

Замкнутый сосуд с идеальным газом в форме прямоугольного параллелепипеда длиной $2a = 80$ см, шириной $b = 50$ см и высотой $h = 40$ см перекрыт посередине тонкой подвижной перегородкой, которая может свободно перемещаться внутри сосуда без трения. В правую половину сосуда через отверстие вверху медленно наливают жидкость плотности $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

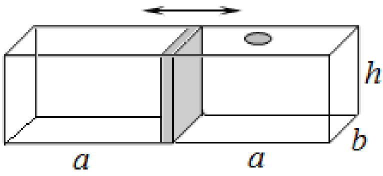


Рис. 3: К задаче 10-2

Какой объем жидкости можно налить в сосуд, если атмосферное давление равно $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па, а температура газа остаётся постоянной? Ответ дайте в литрах с точностью до целых.

Решение

Из условия равновесия подвижной перегородки следует, что сила давления на неё газа слева должна быть равна силе давления жидкости справа.

Следовательно

$$pS = (p_0 + \rho g h/2)\, S$$

где $S = ab$ - площадь перегородки, p_0 - атмосферное давление. После сокращения на S, находим, что давление сжатого газа в левой части сосуда равно

$$p = p_0 + \rho g h/2$$

Из закона Бойля-Мариотта (температура постоянна) для идеального газа в левой части сосуда имеем

$$p_0 V_0 = \left(p_0 + \frac{\rho g h}{2}\right)(2V_0 - V)$$

где $V_0 = bha = 80$ л, V - искомый объём налитой жидкости (перегородка тонкая, её объёмом можно пренебречь).

Получаем величину объёма налитой жидкости в сосуд

$$V = \frac{p_0 + \rho g h}{p_0 + \rho g h/2} V_0 = \frac{p_0 + \rho g h}{p_0 + \rho g h/2} bha = \frac{2\,(p_0 + \rho g h)}{2p_0 + \rho g h} bha$$

Расчёт по итоговой формуле даёт

$$V = 8,2 \cdot 10^4 \text{ см}^3 = 82 \text{ л}.$$

Ответ: 82.

Задача 2-2 *Упругая перегородка*

Замкнутый сосуд с идеальным газом в форме прямоугольного параллелепипеда длиной $2a = 100$ см, шириной $b = 40$ см и высотой $h = 50$ см перекрыт посередине тонкой подвижной перегородкой, которая может свободно перемещаться внутри сосуда без трения. В правую половину сосуда через отверстие вверху медленно наливают жидкость плотности $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

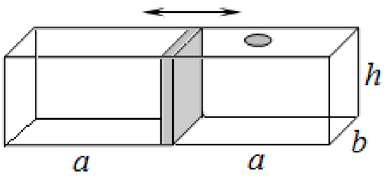


Рис. 4: К задаче 10-2

Какой объем жидкости можно налить в сосуд, если атмосферное давление равно $p_0 = 1,0{\cdot}10^5$ Па, а температура газа остаётся постоянной? Ответ дайте в литрах с точностью до целых.

Ответ: 102.

Задача 3-1 *Жидкое равновесие*

В вертикальную U-образную трубку малого постоянного сечения $s = 8{,}00$ см^2 налита вода, общая длина которой в обоих коленах составляет $l = 50{,}0$ см. В одно колено трубки помещают два поршня, между которыми имеется пружина жесткости $k = 1{,}00$ Н/м. Поршни воду не пропускают и могут скользить по трубке без трения. В начальный момент на верхний поршень ставят груз массой $m = 10{,}0$ г. Определите количество теплоты, выделившееся в системе в ходе установления равновесия. Массой поршней и пружины можно пренебречь. Воду считайте идеальной несжимаемой жидкостью. Длиной горизонтального участка U-образной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Ответ дайте в мДж с точностью до сотых.

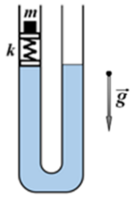
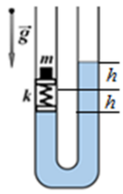


Рис. 5: К задаче 9-2

Решение

После установки груза m система выйдет из положения равновесия, поскольку сила давления жидкости в левом колене станет больше.



Пусть в новом установившемся положении равновесия жидкость в правом колене поднялась на высоту h (Рис.), а пружина сжалась на величину Δx, тогда из правила сил для равновесия

$$k\Delta x = mg \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k},$$

$$mg = 2\rho g h S \Rightarrow$$

$$h = \frac{m}{2\rho S},$$

где S – площадь поперечного сечения трубки.

В процессе установления равновесия груз опустился относительно начального положения на величину

$$\Delta h = \Delta x + h.$$

Начальная механическая энергия E_1 системы (относительно нижней точки трубки) складывается из потенциальной энергии столбов жидкости (центр масс на середине высоты) и груза

$$E_1 = 2\rho g \frac{l}{2} S \frac{l}{4} + mg\left(\frac{l}{2} + l_0\right)$$

где l_0 – длина пружины в недеформированном состоянии (т.е. до установки груза, в условии не задана).

Соответственно, после установления равновесия механическая энергия E_2 станет равна (добавится энергия упругой деформации пружины)

$$E_2 = \frac{\rho \mathrm{g}\left(\frac{l}{2}h\right)^2 s}{2} + \frac{\rho \mathrm{g}\left(\frac{l}{2}+h\right)^2 s}{2} + mg\left(\frac{l}{2} + l_0 - h - \Delta x\right) + \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии после установления нового положения равновесия имеем

$$Q = E_1 - E_2 = mgh + mg\Delta x - \rho g S h^2 - \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Видим, что подобные члены, содержащие длину недеформированной пружины l_0, успешно сокращаются.

Далее найдём

$$Q = mgh + mg\Delta x - \rho \mathrm{g} S h^2 - \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{m^2 g}{4\rho S} + \frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{m^2 g}{2}\left(\frac{1}{2\rho S} + \frac{\mathrm{g}}{k}\right).$$

С физической точки зрения выделение теплоты в системе происходит из-за наличия диссипативных сил: при затухании со временем колебаний жидкости (узкая трубка, вязкое трение, жидкость не идеальна) и пружины (трение о воздух, работа силы сопротивления воздуха).

Расчёт по итоговой формуле даёт

$$Q = \frac{m^2 g}{2}\left(\frac{1}{2\rho S} + \frac{g}{k}\right) = 5{,}12 \text{ мДж}.$$

Ответ: 5,12.

Задача 3-2 *Жидкое равновесие*

В вертикальную U-образную трубку малого постоянного сечения $s = 9{,}00$ см^2 налита вода, общая длина которой в обоих коленах составляет $l = 60{,}0$ см. В одно колено трубки помещают два поршня, между которыми имеется пружина жесткости $k = 2{,}00$ Н/м. Поршни воду не пропускают и могут скользить по трубке без трения. В начальный момент на верхний поршень ставят груз массой $m = 15{,}0$ г. Определите количество теплоты, выделившееся в системе в ходе установления равновесия. Массой поршней и пружины можно пренебречь. Воду считайте идеальной несжимаемой жидкостью. Длиной горизонтального участка U-образной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Ответ дайте в мДж с точностью до сотых.

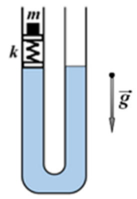


Рис. 6: К задаче 9-2

Ответ: 6,03.

Задача 4-1 *Дорогой уголок*

Два однородных прямых стержня AB и BC одинакового поперечного сечения, но из разных металлов, образуют жесткую конструкцию (прямой уголок) ABC общей массой $m = 160$ г. Уголок подвешивают на лёгкой гладкой нити AOC на тонкий гвоздик O, после чего конструкция занимает положение равновесия, изображённое на рисунке.

4.1. Используя квадратную масштабную сетку, найдите массы стержней m_{AB} и m_{BC}. Ответ дайте в граммах с точностью до целых.

4.2. Известно, что стержень AB изготовлен из титана ($\rho_1 = 4{,}3$ г/см^3). Какова плотность ρ_2 материала, из которого изготовлен стержень BC? Ответ дайте в г/см^3 с точностью до десятых.

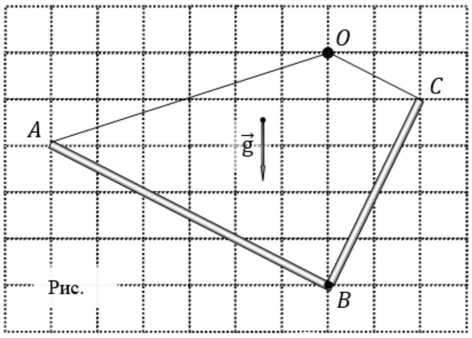


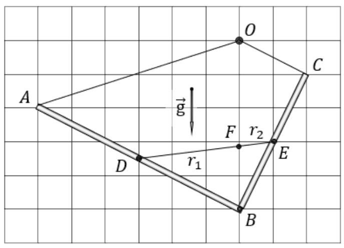
Рис. 7: К задаче 10-4

Решение

При свободном подвешивании некоторой жёсткой системы в поле тяжести она с течением времени примет такое положение равновесия, при котором её центр тяжести (масс) окажется на одной вертикали с точкой подвеса.

Это утверждение следует из правила моментов сил для положения равновесия, поскольку в противном случае моменты сил не будут уравновешены, и система будет вращаться.

Центр масс однородного стержня находится на его середине, следовательно, соединив середины стержней D и E на пересечении отрезка DE с вертикалью OB (Рис.) найдем центр масс системы - точку F.



Для центра масс системы двух материальных точек справедливо равенство (из правила моментов)

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

где $r_1 = DF$, а $r_2 = FE$. Таким образом, для определения масс стержней получаем систему уравнений

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = m \\ m_1 r_1 = m_2 r_2 \end{cases}$$

Решая систему, находим

$$\begin{cases} m_1 = \frac{r_2}{r_1+r_2} m \\ m_2 = \frac{r_1}{r_1+r_2} m \end{cases}$$

Из рис. по теореме Фалеса (по клеточкам) следует, что отношение

$$\frac{r_1}{r_2} = 3 \quad \Rightarrow \quad r_1 = 3r_2$$

Следовательно, для искомых масс получаем

$$\begin{cases} m_1 = \frac{m}{4} = 40 \text{ г} \\ m_2 = \frac{3}{4} m = 120 \text{ г} \end{cases}$$

Поскольку площади поперечного сечения стержней одинаковы, то их плотности можно найти как

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{m_1}{sl_1} \\ \rho_2 = \frac{m_2}{sl_2} \end{cases}$$

где $l_1 = AB$, а $l_2 = BC$. Из чертежа по теореме Пифагора находим, что $l_1 = \sqrt{45}a; l_2 = \sqrt{20}a$, где a - длина стороны квадратной масштабной сетки на Рис. 12.

Тогда можем записать соотношение для плотностей стержней AB и BC

$$\rho_2 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \rho_1 = 3\sqrt{\frac{45}{20}} \rho_1 = 4{,}5\rho_1 = 19{,}4 \text{ г/см}^3$$

Ответ:

4.1) 40 и 120

4.2) 19,4

Задача 4-2 *Дорогой уголок*

Два однородных прямых стержня AB и BC одинакового поперечного сечения, но из разных металлов, образуют жесткую конструкцию (прямой уголок) ABC общей массой $m = 240$ г. Уголок подвешивают на лёгкой гладкой нити AOC на тонкий гвоздик O, после чего конструкция занимает положение равновесия, изображённое на рисунке.

4.1. Используя квадратную масштабную сетку, найдите массы стержней m_{AB} и m_{BC}. Ответ дайте в граммах с точностью до целых.

4.2. Известно, что стержень AB изготовлен из алюминия ($\rho_1 = 2{,}8$ г/см^3). Какова плотность ρ_2 материала, из которого изготовлен стержень BC? Ответ дайте в г/см^3 с точностью до десятых.

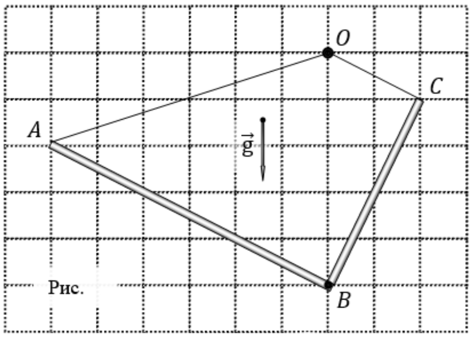


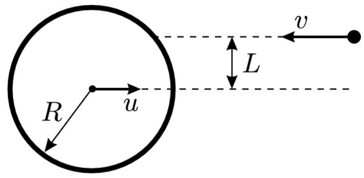
Рис. 8: К задаче 10-4

Ответ:

4.1) 60 и 180

4.2) 12,6

Задача 5-1 *Шайба и шайбочка*



Шайба радиусом $R = 7{,}62$ см и массой M, движущаяся со скоростью $u = 1$ м/с, налетает на маленькую шайбочку массой $m \ll M$, которая движется ей навстречу по параллельной траектории со скоростью $v = 5$ м/с. Прицельный параметр движения шайбочки равен $L = 3$ см. Движение происходит на гладком горизонтальном столе. Поверхности шайбы и шайбочки гладкие. Удар считайте абсолютно упругим.

Найдите скорость v' шайбочки после удара. Ответ дайте в м/с с точностью до сотых.

Примечание: Прицельным параметром называется расстояние между центром обруча и прямой, содержащей вектор начальной скорости шайбы.

Решение

Перейдём в систему отсчёта, связанную с движущимся шайбой. В ней перед ударом шайбочка движется со скоростью $\vec{v} + \vec{u}$.

Так как шайба гладкая и между ней и шайбочкой не действуют силы трения, то углы между нормалью к поверхности шайбы в месте удара и направлениями движения шайбочки до и после удара одинаковы. Следовательно, после удара о шайбу шайбочка в движущейся системе отсчёта будет двигаться с той же по модулю скоростью $\vec{v} + \vec{u}$ под углом $\beta = \pi - 2\alpha$ к направлению исходного движения, причём $\cos\alpha = L/R$.

Вернёмся обратно в неподвижную систему отсчёта, связанную с землёй. В ней скорость шайбочки после удара $\vec{v}_1$ будет представлять собой векторную сумму скорости $\vec{u}$ шайбы относительно земли и скорости $\vec{v} + \vec{u}$ шайбочки относительно шайбы. Используя теорему косинусов, получим:

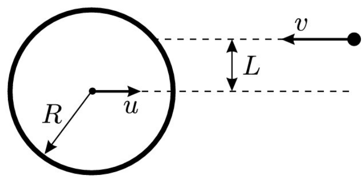
$$v_1^2 = u^2 + (v+u)^2 - 2u(v+u)\cos 2\alpha =$$
$$= v^2 + 2u^2(1 - \cos 2\alpha) + 2uv(1 - \cos 2\alpha) =$$
$$= v^2 + 2u(u+v)(1 - \cos 2\alpha) = v^2 + 4u(u+v)\left(1 - \cos^2\alpha\right)$$

С учётом выражения для $\cos\alpha$ окончательно получаем:

$$v_1 = \sqrt{v^2 + 4u(u+v)\left(1 - \frac{L^2}{R^2}\right)} = 6,73 \text{ м/с}.$$

Ответ: 6,73.

Задача 5-2 *Шайба и шайбочка*



Шайба радиусом $R = 7{,}62$ см и массой M, движущаяся со скоростью $u = 5$ м/с, налетает на маленькую шайбочку массой $m \ll M$, которая движется ей навстречу по параллельной траектории со скоростью $v = 1$ м/с. Прицельный параметр движения шайбочки равен $L = 2$ см. Движение происходит на гладком горизонтальном столе. Поверхности шайбы и шайбочки гладкие. Удар считайте абсолютно упругим.

Найдите скорость v' шайбочки после удара. Ответ дайте в м/с с точностью до сотых.

Примечание: Прицельным параметром называется расстояние между центром обруча и прямой, содержащей вектор начальной скорости шайбы.

Ответ: 10,62.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2025
Отборочный этап – 11 класс

Задача 1-1 *Гладкая неустойчивость*

На гладкой горизонтальной парте стоит вертикальный легкий несжимаемый стержень длины $l = 14$ см, на концах которого закреплены маленькие шарики массами nm и m. Стержень лёгким толчком выводят из неустойчивого положения равновесия.

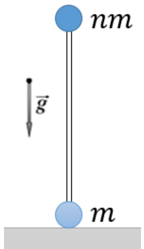


Рис. 1: К задаче 11-1

1.1. При каком n смещение нижнего шарика к моменту удара верхнего о горизонтальную поверхность будет равно $\frac{6l}{7}$?

1.2. Найдите скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

Решение

Центр масс гантельки находится в точке C, расположенной на высоте $\frac{n}{n+1}l$ от поверхности.

После того, как гантельку отпустили без начальной скорости, она начала падать. Так как трение отсутствует, то центр масс гантельки будет двигаться вниз по вертикали. Величина перемещения нижнего шарика к моменту удара верхнего о поверхность равна $\Delta r = \frac{n}{n+1}l$. Отсюда, очевидно, $n = 6$.

Скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности, равна $v = \sqrt{2gl} = 1,7$ м/с.

Ответ:

1.1) 6

1.2) 1,7

Задача 1-2 *Гладкая неустойчивость*

На гладкой горизонтальной парте стоит вертикальный легкий несжимаемый стержень длины $l = 14$ см, на концах которого закреплены маленькие шарики массами nm и m. Стержень лёгким толчком выводят из неустойчивого положения равновесия.

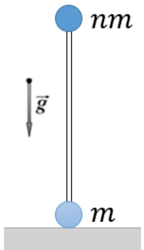


Рис. 2: К задаче 11-1

1.1. При каком n смещение нижнего шарика к моменту удара верхнего о горизонтальную поверхность будет равно $\frac{5l}{6}$?

1.2. Найдите скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

Ответ:

1.1) 5

1.2) 1,7

Задача 2-1 *Шайба Лоренца*

Небольшую шайбу массой $m = 0,020$ кг и электрическим зарядом $q = 5{,}2$ мКл удерживают на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 55^\circ$ и коэффициентом трения $\mu = 1,0$. Однородное магнитное поле индукцией $B = 2,4$ Тл перпендикулярно наклонной плоскости. Шайбу отпускают без начальной скорости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

2.1. Определите величину установившейся скорости шайбы $\vec{v}^*$ через достаточно большой промежуток времени. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

2.2. Под каким углом к линии, перпендикулярной вершине наклонной плоскости, движется шайба в установившемся режиме? Ответ дайте в градусах с точностью до целых.

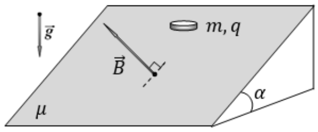
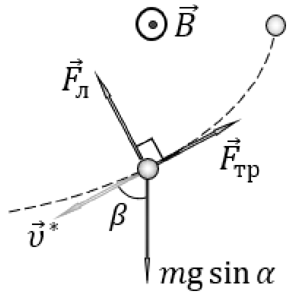


Рис. 3: К задаче 11-2

Решение

Рассмотрим движение шайбы по наклонной плоскости (будем считать, что она «горизонтальна»). При таком подходе вектор $\vec{g}$ следует заменить на т.н. «эффективный» вектор $\vec{g^*}$, действующий вниз вдоль наклонной плоскости (к её основанию) и равный по модулю $g^* = g \sin\alpha$. Данное направление называется условной (эффективной) вертикалью.

На начальном этапе (при небольшой скорости) шайба будет скользить вниз по условной вертикали (к основанию наклонной плоскости), поскольку на этом этапе сила Лоренца сравнительно мала. Однако по мере разгона шайбы будет увеличиваться сила Лоренца, которая, согласно правилу левой руки, будет всё сильнее «отклонять» шайбу в сторону (влево на рисунке).



Заметим, что при этом будет увеличиваться вертикальная проекция силы Лоренца $\vec{F}_Л$, притормаживающая шайбу. Соответственно, при некоторой скорости v^* разгон шайбы прекратится, т.е. её скорость перестанет изменяться как по модулю, так и по направлению. Поскольку на шайбу действуют три силы, то в установившемся режиме ($\vec{a} = \vec{0}$) их сумма должна быть равна нулю.

Следовательно

$$\vec{F}_{\text{Л}} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g^*} = \vec{0}$$

Поскольку сила трения скольжения $\vec{F}_{\text{тр}}$ направлена против вектора скорости $\vec{v}^*$, а сила Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}}$ перпендикулярна ему, то треугольник сил на рисунке будет прямоугольным.

Запишем для него теорему Пифагора

$$m^2 g^2 \sin^2 \alpha = q^2 \left(v^*\right)^2 B^2 + \mu^2 m^2 g^2 \cos^2 \alpha$$

Откуда находим модуль установившейся скорости шайбы

$$v^* = \frac{mg}{qB}\sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha} = 9,4 \text{ м/с}.$$

Поскольку скорость – векторная величина, то обязательно необходимо указать её направление на наклонной плоскости. Для этого из прямоугольного треугольника сил вычислим угол β с «вертикалью»

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{\mu mg \cos \alpha}{mg \sin \alpha}\right) = 46^\circ.$$

Ответ: 2.1) 9,4
2.2) 46

Задача 2-2 *Шайба Лоренца*

Небольшую шайбу массой $m = 0,030$ кг и электрическим зарядом $q = 4{,}2$ мКл удерживают на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 62^\circ$ и коэффициентом трения $\mu = 1,0$. Однородное магнитное поле индукцией $B = 1,2$ Тл перпендикулярно наклонной плоскости. Шайбу отпускают без начальной скорости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

2.1. Определите величину установившейся скорости шайбы $\vec{v}^*$ через достаточно большой промежуток времени. Ответ дайте в м/с с точностью до десятых.

2.2. Под каким углом к линии, перпендикулярной вершине наклонной плоскости, движется шайба в установившемся режиме? Ответ дайте в градусах с точностью до целых.

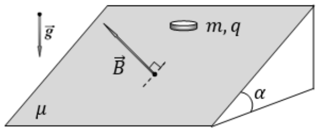


Рис. 4: К задаче 11-2

Ответ: 2.1) 44,5

2.2) 58

Задача 3-1 *Электронаклонный маятник*

Положительно заряженная бусинка массы $m = 10$ г, несущая на себе заряд $q = 1$ мкКл, может без трения скользить по наклонному тонкому непроводящему стержню, составляющему угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. На нижнем конце стержня расположен положительный заряд $Q = 10$ мкКл. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Константа пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

3.1. Найдите, на каком расстоянии l_0 от конца стержня находится положение равновесия бусинки. Ответ дайте в см с точностью до целых.

3.2. Найдите период T малых колебаний вблизи этого положения равновесия. Ответ дайте в секундах с точностью до десятых.

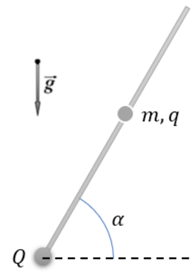


Рис. 5: К задаче 11-3

Решение

Для нахождения положения равновесия проанализируем зависимость потенциальной энергии $U(l)$ от расстояния между точечным зарядом и заряженной бусинкой:

$$U(l) = mgl\sin\alpha + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{l}$$

Для этого найдем минимум функции $U(l)$, используя производную:

$$\frac{dU}{dl} = mg\sin\alpha - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l^2} = 0$$

Отсюда равновесное расстояние между зарядами:

$$l_0 = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 mg\sin\alpha}} = 134 \text{ см.}$$

Отметим, что данный результат можно было получить и без использования производной, записав проекцию второго закона Ньютона на стержень:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F_K}$$

$$ma_\xi = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l^2} = 0$$

Для нахождения периода колебаний вблизи этого положения равновесия рассмотрим малое отклонение ξ от положения равновесия:

$$m\ddot{\xi} = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 \left(l_0+\xi\right)^2} = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l_0^2 \left(1+\frac{\xi}{l_0}\right)^2}$$

Воспользуемся разложением $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$, справедливым при малых x.

$$m\ddot{\xi} = -mg\sin\alpha + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 l_0^2}\left(1-\frac{2\xi}{l_0}\right) = -\frac{qQ\xi}{2\pi\varepsilon_0 l_0^3}$$

Получили, что возвращающая сила прямо пропорциональна величине смещения от положения равновесия, что означает, что малые колебания такой системы являются гармоническими с периодом:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 l_0^3 m}{qQ}} = 2{,}3 \text{ с.}$$

.

Ответ:

3.1) 134

3.2) 2,3

Задача 3-2 *Электронаклонный маятник*

Положительно заряженная бусинка массы $m = 15$ г, несущая на себе заряд $q = 2$ мкКл, может без трения скользить по наклонному тонкому непроводящему стержню, составляющему угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. На нижнем конце стержня расположен положительный заряд $Q = 5$ мкКл. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Константа пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

3.1. Найдите, на каком расстоянии l_0 от конца стержня находится положение равновесия бусинки. Ответ дайте в см с точностью до целых.

3.2. Найдите период T малых колебаний вблизи этого положения равновесия. Ответ дайте в секундам с точностью до десятых.

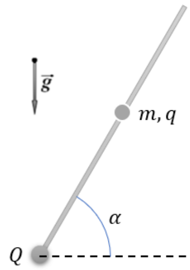


Рис. 6: К задаче 11-3

Ответ:

3.1) 83

3.2) 1,4

Задача 4-1 *Сверхпроводящие рельсы*

На бесконечных параллельных сверхпроводящих рельсах, расстояние между которыми равно $L = 1$ м, лежит массивный сверхпроводящий стержень. Рельсы соединены при помощи последовательно соединённого источника ЭДС $\mathcal{E}$ и резистора $R = 100$ Ом. Система находится в однородном магнитном поле $B = 2$ мТл, перпендикулярном плоскости рисунка. После начала движения установившаяся скорость стержня равна $v_1 = 500$ м/с. Самоиндукцией проводов и стержня пренебречь.

4.1. Определите ЭДС источника. Ответ дайте в В с точностью до целых.

Стержень останавливают и возвращают в исходное положение. В состоянии покоя к нему начинают прикладывать силу $F = 2$ Н, направленную вправо.

4.2. Какова была сила тока I' в момент, когда скорость изменения кинетической энергии стержня впервые была равна мгновенной мощности, выделяющейся на резисторе? Ответ дать в мА с точностью до целых.

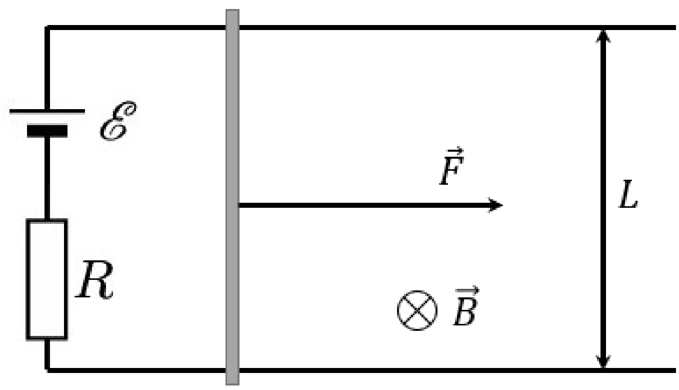


Рис. 7: К задаче 11-4

Решение

При движении проводника длины L со скоростью v в магнитном поле в нем наводится ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E}_{ind} = vBL.$$

В установившемся режиме ЭДС индукции и ЭДС источника равны другу другу, ток в цепи отсутствует, ускорение стержня равно нулю. Отсюда получаем

$$\mathcal{E} = v_1 BL = 1 \text{ В}.$$

Запишем второе правило Кирхгофа и второй закон Ньютона для случая движения стержня под действием внешней силы, и выразим через силу тока мгновенную скорость и ускорение перемычки

$$\mathcal{E} - v_x BL = IR \to v_x = \frac{\mathcal{E} - IR}{BL},$$
$$ma_x = F + ILB \to a_x = \frac{F + ILB}{m}.$$

Условие равенства мощности, выделяющейся на резисторе, и скорости изменения кинетической энергии запишется в виде

$$I^2 R = m v_x a_x.$$

С учетом выражений для мгновенной скорости и ускорения получаем

$$I^2 R = \frac{(\mathcal{E} - IR)(F + ILB)}{BL} \to I = \frac{\sqrt{\left(\frac{FR}{BL} - \mathcal{E}\right)^2 + \frac{8FR\mathcal{E}}{BL}} - \frac{FR}{BL} + \mathcal{E}}{4R} = 10 \text{ мА}.$$

Ответ: 4.1) 1

4.2) 10

Задача 4-2 *Сверхпроводящие рельсы*

На бесконечных параллельных сверхпроводящих рельсах, расстояние между которыми равно $L = 0,5$ м, лежит массивный сверхпроводящий стержень. Рельсы соединены при помощи последовательно соединённого источника ЭДС $\mathcal{E}$ и резистора $R = 100$ Ом. Система находится в однородном магнитном поле $B = 4$ мТл, перпендикулярном плоскости рисунка. После начала движения установившаяся скорость стержня равна $v_1 = 500$ м/с. Самоиндукцией проводов и стержня пренебречь.

4.1. Определите ЭДС источника. Ответ дайте в В с точностью до целых.

Стержень останавливают и возвращают в исходное положение. В состоянии покоя к нему начинают прикладывать силу $F = 2$ Н, направленную вправо.

4.2. Какова была скорость v_2 стержня в момент, когда скорость изменения кинетической энергии стержня впервые была равна мгновенной мощности, выделяющейся на резисторе? Ответ дать в м/с с точностью до десятых.

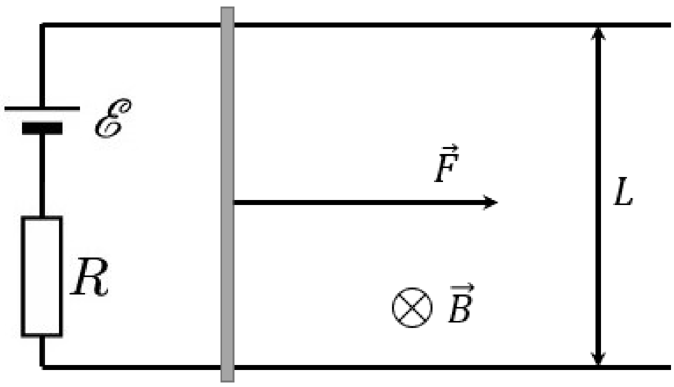


Рис. 8: К задаче 11-4

Ответ:

4.1) 1

4.2) 0

Задача 5 *Термомеханический делитель*

Юный экспериментатор Сергей придумал термомеханический делитель теплоты. Он разделил цилиндрический сосуд длины $2L = 2$ м тонким теплонепроводящим поршнем пополам. Поместил в каждую половину по $\nu = 1$ моль газа. Левая часть цилиндра подсоединена к идеальному теплоприемнику (термостату), поддерживающему внутри левой части температуру $T = 300$ К, в правой части сосуда находится изначально выключенный нагреватель. Поршень прикреплен к основанию правого цилиндра пружиной жесткости $k = 2$ кН/м. Включив нагреватель, Сергей подвел теплоту $Q = 20$ кДж к газу в правой части сосуда, после чего поршень сместился влево на расстояние $a = L/2$. Газ считайте одноатомным и идеальным. Пружина изначально недеформирована. Начальная температура газа в обеих половинах делителя теплоты равна T. Теплообменом с окружающей средой, кроме термостата, можно пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

Определите долю теплоты $\eta = \frac{Q'}{Q} \cdot 100\%$, переданной термостату. Ответ дайте в процентах с точностью до целых.

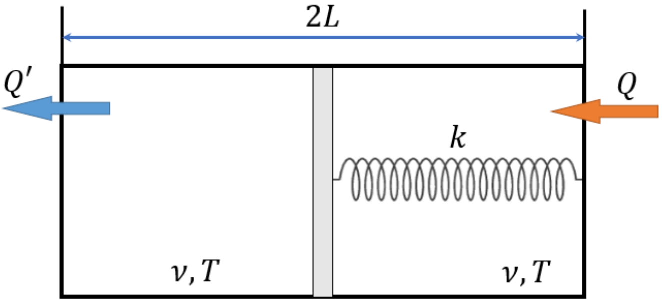


Рис. 9: К задаче 11-5

Рассмотрим промежуточное положение поршня, когда он сместился на величину y от своего первоначального положения. Пусть при этом давление газа в правой части сосуда равно p_2, а в левой p_1. Поскольку поршень при этом находится в равновесии, то сумма сил, действующих на поршень, равна нулю:

$$(p_2 - p_1)\, S - ky = 0$$

где S-площадь поршня. При последующем небольшом перемещении поршня Δy полная работа газа ΔA равна $\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2$, где ΔA_2 - работа газа правой части, ΔA_1 - работа газа левой части, причем

$$\Delta A_1 + \Delta A_2 = p_2 \Delta y S - p_1 \Delta y S = (p_2 - p_1)\, \Delta y S = ky\Delta y$$

Таким образом, к моменту смещения поршня на величину $x = l/2$ полная работа газа будет равна потенциальной энергии, запасенной в пружине:

$$A = \frac{k}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Если к газу в правой части подвели количество теплоты Q, а газ в левой части передал количество теплоты Q' термостату, то полное сообщенное системе количество теплоты будет $Q - Q'$, и можно написать (1-й закон термодинамики)

$$Q - Q' = \frac{k}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \Delta U,$$

где ΔU - изменение внутренней энергии газа. Поскольку поршень нетеплопроводящий, то температура газа слева не меняется и все изменение внутренней энергии газа ΔU обусловлено нагревом газа справа на ΔT, причем для n молей идеального газа $\Delta U = n(3/2)R\Delta T$.

Повышение температуры ΔT найдем из условия равновесия в конце процесса.

Давление газа p в правой части сосуда в соответствии с законом Менделеева - Клапейрона равно $p = nR(T + \Delta T)/[S(l + l/2)]$, с другой стороны, оно должно быть равно сумме давления газа слева $p' = = nRT/[S(l - l/2)]$ и давления, создаваемого пружиной, $p'' = kl/(2S)$, т. е.

$$2nR(T + \Delta T)/(3Sl) = 2nRT/(Sl) + kl/2S.$$

Отсюда находим, что $\Delta T = 2T + 3kl^2/(4nR)$, и получаем

$$Q' = Q - 3nRT - (5/4)kl^2$$

Доля теплоты:

$$\eta = \frac{Q'}{Q} \cdot 100\% = 100\% \cdot \left(1 - \frac{3nRT + (5/4)kl^2}{Q}\right)$$

Ответ: 50

Задача 5 *Термомеханический делитель*

Юный экспериментатор Сергей придумал термомеханический делитель теплоты. Он разделил цилиндрический сосуд длины $2L = 2$ м тонким теплонепроводящим поршнем пополам. Поместил в каждую половину по $\nu = 1$ моль газа. Левая часть цилиндра подсоединена к идеальному теплоприемнику (термостату), поддерживающему внутри левой части температуру $T = 400$ К, в правой части сосуда находится изначально выключенный нагреватель. Поршень прикреплен к основанию правого цилиндра пружиной жесткости $k = 3$ кН/м. Включив нагреватель, Сергей подвел теплоту $Q = 25$ кДж к газу в правой части сосуда, после чего поршень сместился влево на расстояние $a = L/2$. Газ считайте одноатомным и идеальным. Пружина изначально недеформирована. Начальная температура газа в обеих половинах делителя теплоты равна T. Теплообменом с окружающей средой, кроме термостата, можно пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

Определите долю теплоты $\eta = \frac{Q'}{Q} \cdot 100\%$, переданной термостату. Ответ дайте в процентах с точностью до целых.

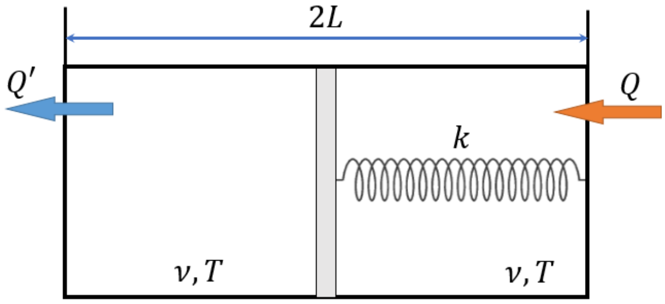


Рис. 10: К задаче 11-5

Ответ: 45