

## Максимальное количество баллов за олимпиаду — 8

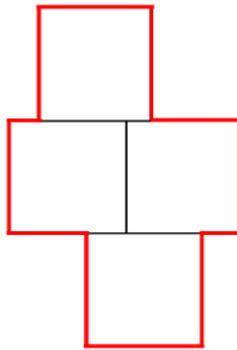
**Задание 1. Вариант 1.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 105 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

**Задание 1. Вариант 2.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 109 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

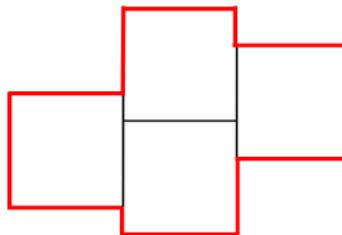
**Задание 1. Вариант 3.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 117 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

**Задание 1. Вариант 4.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 125 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

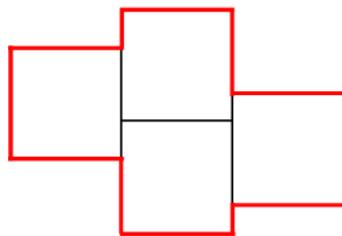
**Задание 2. Вариант 1.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 5 см. Ответ выразите в сантиметрах.



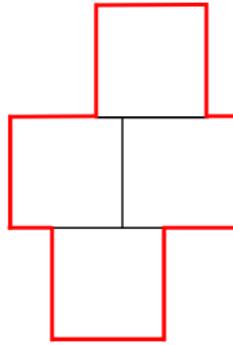
**Задание 2. Вариант 2.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 6 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Задание 2. Вариант 3.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 7 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Задание 2. Вариант 4.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 8 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Задание 3. Вариант 1.** Пять внушек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Аня пришла позже Беллы, а Валя пришла раньше, чем Галя и Даша. Кто из внушек пришёл к бабушке первой, если это была не Валя?

**Ответ:**

- Аня
- Белла
- Валя
- Галя
- Даша

**Задание 3. Вариант 2.** Пять внушек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Белла пришла позже Вали, а Галя пришла раньше, чем Даша и Аня. Кто из внушек пришёл к бабушке первой, если это была не Галя?

**Ответ:**

- Аня
- Белла
- Валя
- Галя
- Даша

**Задание 3. Вариант 3.** Пять внушек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Валя пришла позже Гали, а Даша пришла раньше, чем Аня и Белла. Кто из внушек пришёл к бабушке первой, если это была не Даша?

**Ответ:**

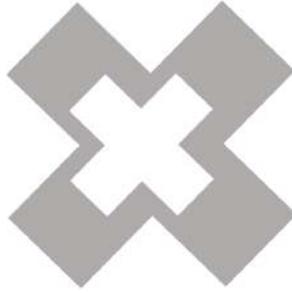
- Аня
- Белла
- Валя
- Галя
- Даша

**Задание 3. Вариант 4.** Пять внушек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Галя пришла позже Даши, а Аня пришла раньше, чем Белла и Валя. Кто из внушек пришёл к бабушке первой, если это была не Аня?

**Ответ:**

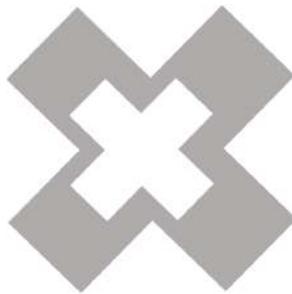
- Аня
- Белла
- Валя
- Галя
- Даша

**Задание 4. Вариант 1.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.



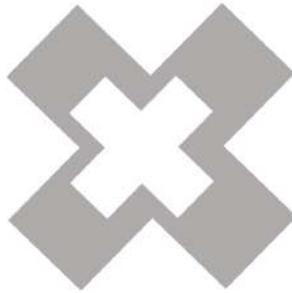
Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 46.

**Задание 4. Вариант 2.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.



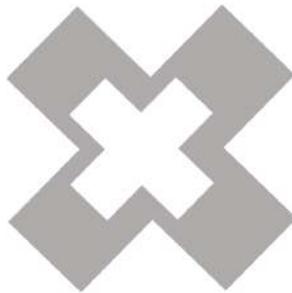
Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 49.

**Задание 4. Вариант 3.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.



Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 52.

**Задание 4. Вариант 4.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.



Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 51.

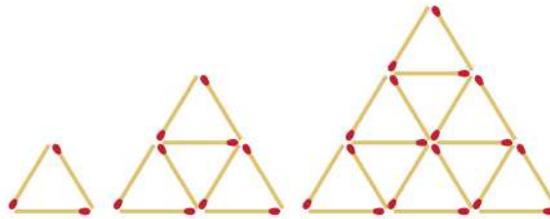
**Задание 5. Вариант 1.** В чёрном пакете лежат 4 красных, 3 синих и 5 жёлтых носков. Коля знает, что ровно три из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись два не дырявых носка одного цвета?

**Задание 5. Вариант 2.** В чёрном пакете лежат 5 красных, 3 синих и 4 жёлтых носка. Коля знает, что ровно три из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись три не дырявых носка одного цвета?

**Задание 5. Вариант 3.** В чёрном пакете лежат 4 красных, 5 синих и 6 жёлтых носков. Коля знает, что ровно два из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись три не дырявых носка одного цвета?

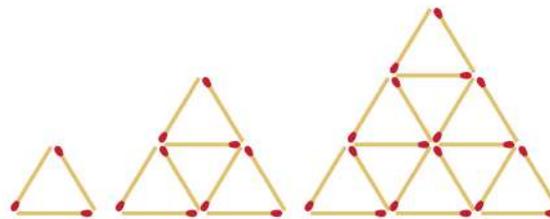
**Задание 5. Вариант 4.** В чёрном пакете лежат 5 красных, 4 синих и 6 жёлтых носков. Коля знает, что ровно четыре из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись два не дырявых носка одного цвета?

**Задание 6. Вариант 1.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.



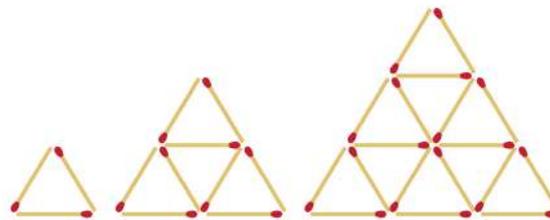
На один из треугольников ушло 135 спичек. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Задание 6. Вариант 2.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.



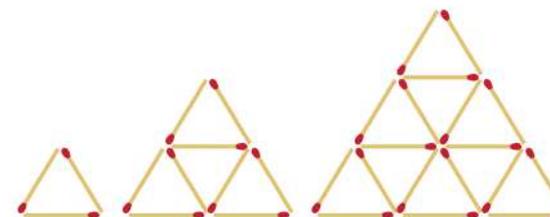
На один из треугольников ушло 165 спичек. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Задание 6. Вариант 3.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.



На один из треугольников ушло 198 спичек. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Задание 6. Вариант 4.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.



На один из треугольников ушло 234 спички. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Задание 7. Вариант 1.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 275 способами. Чему равно  $n$ ?

**Задание 7. Вариант 2.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 294 способами. Чему равно  $n$ ?

**Задание 7. Вариант 3.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 313 способами. Чему равно  $n$ ?

**Задание 7. Вариант 4.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 256 способами. Чему равно  $n$ ?

**Задание 8. Вариант 1.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

Выберите все подходящие варианты.

**Ответ:**

- 20
- 21
- 23
- 25
- 26

**Задание 8. Вариант 2.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

Выберите все подходящие варианты.

**Ответ:**

- 22
- 23
- 26
- 27
- 28

**Задание 8. Вариант 3.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

**Ответ:**

- 20
- 22
- 23
- 25
- 27

**Задание 8. Вариант 4.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

Выберите все подходящие варианты.

**Ответ:**

- 21
- 22
- 24
- 26
- 28

## Максимальное количество баллов за олимпиаду — 8

**Задание 1. Вариант 1.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 105 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

**Ответ:** 17

**Решение.**

Пронумеруем лунки на грядке. Из условия следует, что картофель находится в лунках с чётными номерами: 2, 4, 6, 8, ... 104, а семена моркови — в лунках с номерами, кратными трём: 3, 6, 9, 12, ..., 105.

Чтобы в лунке оказались морковь и картофель, её номер должен быть чётным и одновременно делиться на 3, получаем следующие номера: 6, 12, 18, ..., 102, т.е. каждая шестая лунка. Так как  $102 = 6 \cdot 17$ , всего таких лунок будет 17.

**Задание 1. Вариант 2.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 109 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

**Ответ:** 18

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 1. Вариант 3.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 117 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

**Ответ:** 19

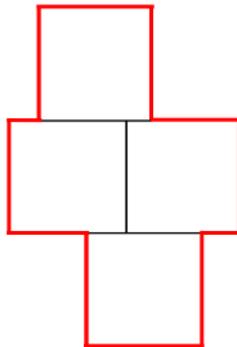
**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 1. Вариант 4.** Винни-Пух и Пятачок решили сделать грядку и посадить на ней картофель и морковь. Всего они выкопали 125 лунок в ряд. В каждую вторую лунку Винни-Пух бросил клубень картофеля, а в каждую третью лунку Пятачок бросил семена моркови. Первый клубень попал во вторую лунку, первое семечко — в третью. Сколько оказалось лунок, в которые попали и клубень картофеля, и семена моркови?

**Ответ:** 20

**Решение по аналогии с вариантом 1**

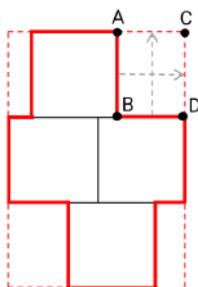
**Задание 2. Вариант 1.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 5 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Ответ:** 50

**Решение.**

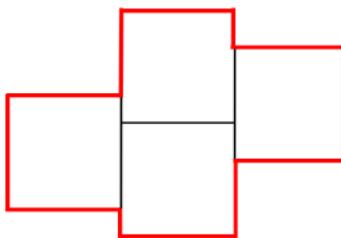
Заметим, что красные границы исходной фигуры можно передвинуть так, что получится прямоугольник  $2 \times 3$  с таким же периметром:



На рисунке граница  $AB$  перейдёт в  $CD$ , а  $BD$  перейдёт в  $AC$ . Аналогично с остальными границами.

Периметр полученного прямоугольника равен  $(2 \cdot 5 + 3 \cdot 5) \cdot 2 = 50$  см.

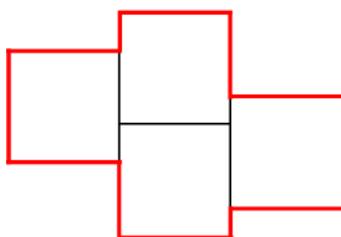
**Задание 2. Вариант 2.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 6 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Ответ:** 60

**Решение по аналогии с вариантом 1**

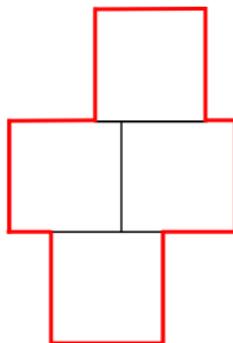
**Задание 2. Вариант 3.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 7 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Ответ:** 70

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 2. Вариант 4.** Найдите периметр фигуры, выделенной красным цветом, если сторона каждого, входящего в неё квадрата равна 8 см. Ответ выразите в сантиметрах.



**Ответ:** 80

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 3. Вариант 1.** Пять внучек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Аня пришла позже Беллы, а Валя пришла раньше, чем Галя и Даша. Кто из внучек пришёл к бабушке первой, если это была не Валя?

**Ответ:**

- Аня
- ✓ Белла
- Валя
- Галя
- Даша

**Решение.**

Определим, кто из внучек точно не мог прийти первой. Аня пришла позже Беллы, поэтому она не первая. Галя и Даша пришли позже Вали, поэтому они тоже не первые. По условию Валя не могла быть первой, значит, первой могла быть только Белла.

*Замечание.* Такая возможность существует, например, первой пришла Белла, второй — Валя, третьей — Аня, а последними — Галя и Даша.

**Задание 3. Вариант 2.** Пять внучек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Белла пришла позже Вали, а Галя пришла раньше, чем Даша и Аня. Кто из внучек пришёл к бабушке первой, если это была не Галя?

**Ответ:**

- Аня
- Белла
- ✓ Валя
- Галя
- Даша

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 3. Вариант 3.** Пять внучек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Валя пришла позже Гали, а Даша пришла раньше, чем Аня и Белла. Кто из внучек пришёл к бабушке первой, если это была не Даша?

**Ответ:**

- Аня
- Белла
- Валя
- ✓ Галя
- Даша

**Решение по аналогии с вариантом 1**

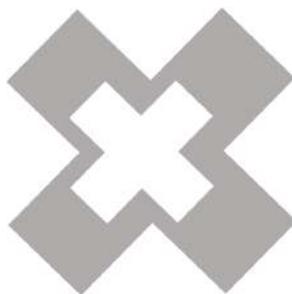
**Задание 3. Вариант 4.** Пять внучек — Аня, Белла, Валя, Галя и Даша — собрались проведать свою бабушку. Известно, что Галя пришла позже Даши, а Аня пришла раньше, чем Белла и Валя. Кто из внучек пришёл к бабушке первой, если это была не Аня?

**Ответ:**

- Аня
- Белла
- Валя
- Галя
- ✓ Даша

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 4. Вариант 1.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.



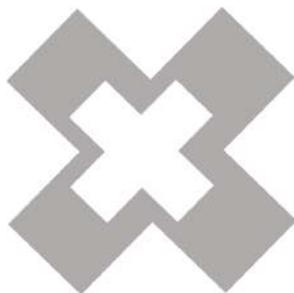
Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 46.

**Ответ:** 138

**Решение.**

Сопоставим каждый из пяти серых квадратов с одним из вырезанных (белых) квадратов. Это можно сделать так: мысленно разрежем белый «крестик» на 5 квадратов и каждый из них переместим в соответствующий ему серый. Тогда получается, что из каждого серого квадрата вырезали ровно  $1/4$  часть и  $3/4$  части осталось. Значит, площадь вырезанной части в 3 раза меньше, чем площадь оставшейся. Следовательно, площадь оставшейся серой части равна  $3 \cdot 46 = 138$ .

**Задание 4. Вариант 2.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.

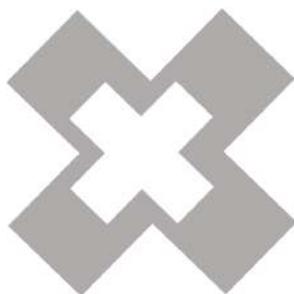


Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 49.

**Ответ:** 147

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 4. Вариант 3.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.

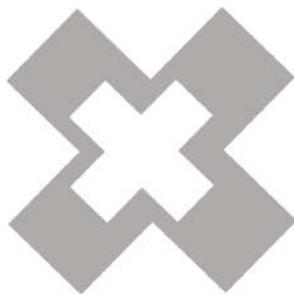


Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 52.

**Ответ:** 156

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 4. Вариант 4.** Из серой фигуры, состоящей из 5 одинаковых квадратов вырезали фигуру, состоящую также из 5 одинаковых квадратов, причём сторона квадрата вырезанной фигуры вдвое меньше стороны квадрата серой фигуры.



Найдите площадь оставшейся части серой фигуры, если площадь вырезанной равна 51.

**Ответ:** 153

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 5. Вариант 1.** В чёрном пакете лежат 4 красных, 3 синих и 5 жёлтых носков. Коля знает, что ровно три из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись два не дырявых носка одного цвета?

**Ответ:** 7

**Решение.**

Заметим, что если взять 6 носков, то может оказаться, что взято по два носка каждого цвета и среди них 3 дырявых, причём все дырявые разных цветов. Тогда мы не сможем выбрать два не дырявых носка одного цвета.

Теперь докажем, что если взять 7 носков, то среди них обязательно окажется нужная пара. Предположим, что это не так. Тогда не дырявых носков каждого цвета не более одного. Тогда всего не дырявых носков не более 3. С учётом того, что дырявых может быть взято не более 3, всего взято носков не более 6. Противоречие.

**Задание 5. Вариант 2.** В чёрном пакете лежат 5 красных, 3 синих и 4 жёлтых носка. Коля знает, что ровно три из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись три не дырявых носка одного цвета?

**Ответ:** 10

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 5. Вариант 3.** В чёрном пакете лежат 4 красных, 5 синих и 6 жёлтых носков. Коля знает, что ровно два из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись три не дырявых носка одного цвета?

**Ответ:** 9

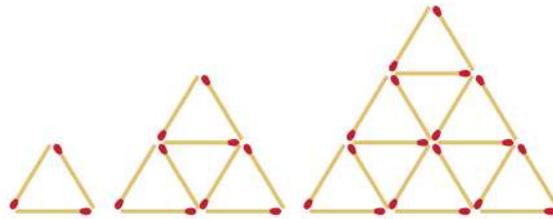
**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 5. Вариант 4.** В чёрном пакете лежат 5 красных, 4 синих и 6 жёлтых носков. Коля знает, что ровно четыре из них дырявые. Какое наименьшее число носков должен достать Коля не глядя, чтобы среди них наверняка нашлись два не дырявых носка одного цвета?

**Ответ:** 8

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 6. Вариант 1.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.

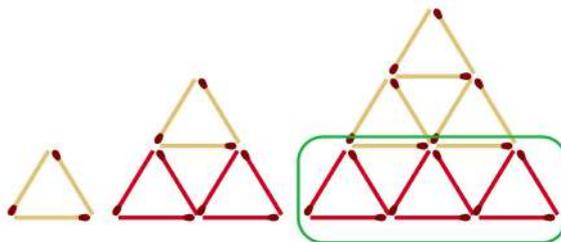


На один из треугольников ушло 135 спичек. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Ответ:** 9

**Решение.**

Рассмотрим нижнюю строку в треугольнике, пусть в ней  $k$  спичек. Выделим  $k$  треугольников (назовём их *единичными*), для которых спички, лежащие в основании, являются стороной. Например, для треугольника со стороной 3 мы выделим 3 красных единичных треугольника:



Если эти треугольники убрать, то получится треугольник, сторона которого содержит  $k - 1$  спичку.

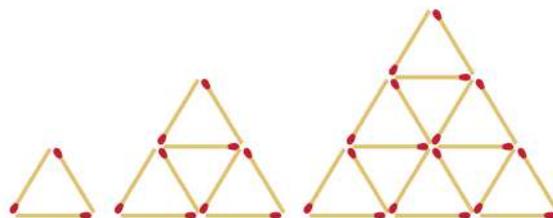
Аналогично уберём теперь у полученного треугольника нижний ряд единичных треугольников, получив треугольник, сторона которого содержит  $k - 2$  спички. Продельвая эту операцию, в конце концов получим треугольник со стороной в одну спичку.

Понятно, что количество единичных треугольников равно  $1 + 2 + \dots + k$ . Тогда количество спичек в треугольнике со стороной в  $k$  спичек равно  $3 \cdot (1 + 2 + \dots + k)$ .

Имеем следующее равенство:  $3 \cdot (1 + 2 + \dots + k) = 135$ , что равносильно  $1 + 2 + 3 + \dots + k = 45$ .

Таким образом, нужно складывать последовательные натуральные числа до тех пор, пока не получится 45. Это произойдёт при  $k = 9$ , при этом ответ единственный, так как все меньшие суммы будут меньше 45, а все большие — больше.

**Задание 6. Вариант 2.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.

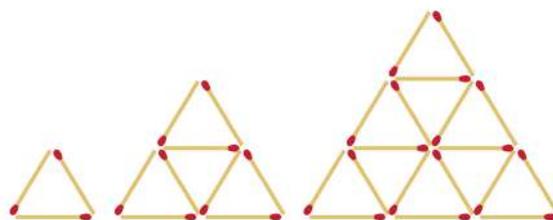


На один из треугольников ушло 165 спичек. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Ответ:** 10

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 6. Вариант 3.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.

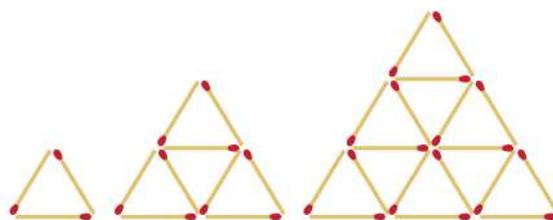


На один из треугольников ушло 198 спичек. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Ответ:** 11

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 6. Вариант 4.** Маша создала последовательность треугольников из спичек, используя схему, показанную на рисунке.



На один из треугольников ушло 234 спички. Из скольких спичек состоит одна сторона этого треугольника?

**Ответ:** 12

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 7. Вариант 1.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 275 способами. Чему равно  $n$ ?

**Ответ:** 15

**Решение.**

Расположим прямоугольник так, чтобы у него было 10 столбцов и  $n$  строк. При вырезании прямоугольника  $1 \times 2$  его можно расположить вертикально или горизонтально.

1. Если его расположить горизонтально, то для каждой строки существует 9 способов расположения. Так как строк  $n$ , всего способов  $9n$ .

2. Если прямоугольник  $1 \times 2$  расположить вертикально, то для каждого столбца существует  $n - 1$  способ его расположения. Так как столбцов 10, всего способов  $10(n - 1)$ .

Таким образом, количество способов вырезать прямоугольник  $1 \times 2$  будет равно  $9n + 10(n - 1) = 19n - 10$ . По условию  $19n - 10 = 275$ , тогда  $n = 15$ .

**Задание 7. Вариант 2.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 294 способами. Чему равно  $n$ ?

**Ответ:** 16

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 7. Вариант 3.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 313 способами. Чему равно  $n$ ?

**Ответ:** 17

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 7. Вариант 4.** Известно, что из клетчатого прямоугольника  $10 \times n$  можно по линиям сетки вырезать вертикальный или горизонтальный прямоугольник  $1 \times 2$  ровно 256 способами. Чему равно  $n$ ?

**Ответ:** 14

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 8. Вариант 1.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

Выберите все подходящие варианты.

**Ответ:**

- 20
- 21
- 23
- 25
- 26

**Решение.**

Наименьшей суммой различных чисел в столбце может быть  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ , а наибольшей —  $2 + 3 + 4 + 5 = 14$ .

Докажем, что в первом и последнем столбцах не могут быть одновременно две наименьшие и две наибольшие суммы.

Если в первом и последнем столбцах будут наименьшие суммы, то в этих столбцах нет числа 5. Заметим, что в каждой строке каждое число должно встретиться ровно по одному разу. Это следует из того, что столбцов 5 и чисел тоже 5, значит, в таблице число 5 должно быть записано ровно 4 раза. Тогда во втором, третьем или четвёртом столбцах число 5 встретится хотя бы два раза. Противоречие.

Аналогично если в первом и последнем столбцах наибольшие суммы, то в них нет числа 1. Тогда число 1 должно встретиться четыре раза в столбцах со второго по четвёртый. Значит, в каком-то столбце число 1 встретится хотя бы два раза. Снова противоречие.

Покажем, как получить все остальные суммы  $S$  от 21 до 27.

Для  $S = 21$  можно составить следующую таблицу:

1	2	4	3	5
2	5	1	4	3
3	4	5	1	2
4	3	2	5	1
10	14	12	13	11

Здесь в последней строке указана сумма чисел в столбце.

Заметим, что перестановка столбцов не нарушает условие задачи. Тогда, взяв указанную выше таблицу в качестве исходной, перестановкой столбцов можно получить любую сумму в диапазоне от  $10 + 11$  до  $13 + 14$ .

**Задание 8. Вариант 2.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

Выберите все подходящие варианты.

**Ответ:**

- 22
- 23
- 26
- 27
- 28

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 8. Вариант 3.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

**Ответ:**

- 20

- 22
- 23
- 25
- 27

**Решение по аналогии с вариантом 1**

**Задание 8. Вариант 4.** Петя заполнил таблицу  $4 \times 5$  (4 строки и 5 столбцов) числами от 1 до 5, так, что в каждой строке все числа оказались различны и в каждом столбце все числа оказались различны. Затем он сложил все числа в первом и последнем столбцах. Какие из данных чисел он наверняка **НЕ** сможет получить?

Выберите все подходящие варианты.

**Ответ:**

- 21
- 22
- 24
- 26
- ✓ 28

**Решение по аналогии с вариантом 1**