Задача 1. Мойка автомобиля

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Макс приехал на автомойку самообслуживания, чтобы помыть автомобиль. Он может выбрать один из трёх доступных тарифов оплаты.

1. Фиксированная сумма — заплатить X рублей за всю мойку независимо от затраченного времени и воды;
2. Поминутная оплата — заплатить Y рублей за каждую минуту, потраченную на мойку;
3. Оплата по счётчику — заплатить Z рублей за каждый литр воды, использованный во время мойки.

Макс знает, что он полностью помоет автомобиль за T минут, потратив при этом V литров воды.

Помогите Максу определить минимальное количество рублей, чтобы оплатить мойку автомобиля, если он выберет тариф оптимально.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число X ($1 \leqslant X \leqslant 10^4$) — тариф фиксированной оплаты мойки автомобиля.

Вторая строка содержит целое число Y ($1 \leqslant Y \leqslant 10^4$) — стоимость одной минуты мойки.

Третья строка содержит целое число Z ($1 \leqslant Z \leqslant 10^4$) — стоимость одного литра воды.

Четвёртая строка содержит целое число T ($1 \leqslant T \leqslant 10^4$) — количество минут, требующееся для мойки автомобиля.

Пятая строка содержит целое число V ($1 \leqslant V \leqslant 10^4$) — объём воды в литрах, требующийся для мойки автомобиля.

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — минимальное количество рублей для оплаты мойки автомобиля.

Система оценки

Решения, правильно работающие при $T = 1$, $V = 1$, будут оцениваться в 20 баллов.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 1 1 1 1	1
200 10 18 14 15	140

Замечание

В первом примере итоговые стоимости по всем тарифам одинаковы и равны 1.

Во втором примере выгоднее всего оплатить по второму тарифу, оплатив 14 литров воды по 10 рублей за литр.

Задача 2. Политическая борьба

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Однажды в Америке в одном городе проходил съезд трёх партий, на который приехали a, b и c делегатов от первой, второй и третьей партий соответственно. Все делегаты хотят переночевать в самом лучшем отеле «Калифорния», причём, поскольку общее количество всех приезжих оказалось равно $3 \times n$, директор отеля распорядился выделить для них n трёхместных номеров.

Портье (тайный сторонник первой партии) может расселить постояльцев по номерам по своему усмотрению. При этом ему известно, что если в одном номере окажутся два представителя одной партии и один – какой-то другой, то эти двое убедят третьего перейти в их партию.

Какое наибольшее количество членов первой партии может оказаться в гостинице в результате такого расселения?

Формат входных данных

Три строки входных данных содержат три неотрицательных целых числа: a, b и c ($0 \leqslant a, b, c \leqslant 10^8$, $a + b + c \geqslant 3$). Гарантируется, что их сумма делится на 3.

Формат выходных данных

Выведите одно неотрицательное целое число – ответ на вопрос задачи.

Система оценки

Решения, верно работающие при $a < b$ и $c = 0$, будут оцениваться в 40 баллов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 1	4

Замечание

В примере дано $a = 3$, $b = 2$ и $c = 1$. Поскольку $a + b + c = 6 = 3 \times 2$, имеется два свободных трёхместных номера.

Если всех трёх делегатов партии a поселить в одном номере, то наутро их так и останется трое.

Если двух делегатов партии a поселить в одном номере с представителем партии c, а во второй номер поселить двух представителей партии b и третьего делегата партии a, то представитель партии c перейдёт в партию a, а представитель партии a из второго номера перейдёт в партию b. Всего в партии a будет по-прежнему три человека.

Но если двух делегатов партии a поселить в одном номере с представителем партии b, а во второй номер поселить по одному представителю из каждой партии, то представитель партии b из первого номера перейдёт в партию a, а во втором номере никаких изменений не произойдёт. Всего в партии a окажется четыре человека.

Мы перебрали все варианты распределения делегатов по комнатам, лучший результат – 4.

Задача 3. Путь зигзагом

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

На бесконечном поле в точке с координатами $(0; 0)$ стоит робот. Ему нужно попасть в точку с координатами $(a; b)$. За один шаг робот может сдвинуться на единицу вверх, вниз, влево или вправо. Из-за особенностей конструкции робот может ходить только «зигзагом» — то есть, если предыдущий шаг был по горизонтали, то следующий должен быть по вертикали, и наоборот. Постройте кратчайший путь робота от начальной точки до конечной.

Формат входных данных

Вводятся два целых числа a и b, каждое в отдельной строке ($0 \leqslant a, b \leqslant 1000$, $a + b > 0$).

Формат выходных данных

Выведите координаты робота после каждого шага. Каждая пара координат выводится в отдельной строке через пробел. Начальные координаты выводить не надо. Если есть несколько верных ответов, выведите любой.

Система оценки

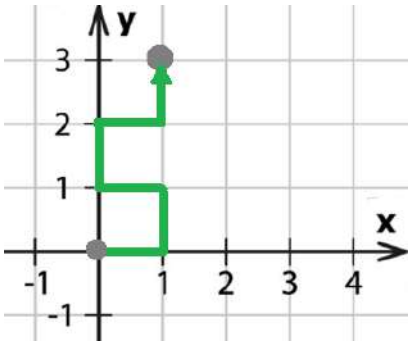
Решения, правильно работающие при $a \leqslant 5$ и $b \leqslant 5$, будут оцениваться в 40 баллов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
1 3	1 0 1 1 0 1 0 2 1 2 1 3

Замечание

Иллюстрация к примеру:



Задача 4. ВелоForces

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Слон Семён состоит в спортивном клубе «ВелоForces». В нём всем участникам клуба назначаются уровни. Чтобы получить уровень K, нужно принять участие хотя бы в K заездах длиной хотя бы K километров каждый. Уровень повышается всегда, когда это возможно.

Слон Семён помнит дистанции всех своих заездов. Помогите ему определить свой уровень.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит одно целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 10^5$) — количество заездов.

Каждая из следующих n строк содержит одно целое число a_i ($1 \leqslant a_i \leqslant 10^9$) — длину очередного заезда.

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — рейтинг слона Семёна.

Система оценки

Решения, правильно работающие при $n \leqslant 15$, будут оцениваться в 20 баллов.

Решения, правильно работающие при $n \leqslant 1000$, будут оцениваться в 50 баллов.

Решения, правильно работающие при $a_i \leqslant 10^5$, будут оцениваться в 80 баллов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 3 1 4 1 5	3

Замечание

В примере слон Семён совершил 5 заездов. Среди них есть 3 заезда на дистанцию от 3 километров каждый (это заезды на 3, 4 и 5 км), поэтому уровень слона Семёна может быть равен 3. Можно показать, что следующий уровень им ещё не достигнут.

Задача 5. Хлеб и зрелище

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Петя вернулся из школы и понял, что забыл купить хлеб. А ещё он понял, что действовать надо достаточно быстро: через n минут начинается телетрансляция важного матча его любимой футбольной команды.

Путь от дома Пети до пекарни занимает t минут, и столько же ему потребуется на обратную дорогу. На покупку хлеба уйдёт одна минута. Гарантируется, что $2 \cdot t + 1 \leqslant n$.

Петя уже был готов отправиться за хлебом, но начал накрапывать дождик. Согласно прогнозу погоды дождь будет идти в ближайшие n минут, и для каждой j-й минуты известно количество осадков d_j, которое выпадет в эту минуту.

Петя хочет, чтобы суммарное количество осадков, которое выпадет, пока он будет идти по улице, было минимально возможным.

Петя может повременить с выходом из дома, может немного подождать в пекарне и не уходить оттуда сразу после совершения покупки. Главное — он должен вернуться домой не позднее, чем через n минут. Ваша задача — определить минимально возможное суммарное количество осадков, которое выпадет, пока Петя будет находиться на улице.

Формат входных данных

В первой строке содержится целое число n ($n \leqslant 3 \cdot 10^5$) — максимальное время, спустя которое Петя должен быть дома.

Во второй строке содержится целое число t ($t \leqslant 1$, $2t + 1 \leqslant n$) — время, которое необходимо Пете, чтобы дойти от дома до пекарни или обратно.

В каждой из следующих n строк содержится по одному целому числу d_j $1 \leqslant d_j \leqslant 10^3$, $j = 1, 2, \ldots, n$) — количество осадков, которое выпадет в j-ю минуту.

Формат выходных данных

Выведите целое число — минимально возможное суммарное количество осадков, которое выпадет, пока Петя будет идти по улице.

Система оценки

Решения, верно работающие при $n \leqslant 100$, будут оцениваться в 40 баллов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
18 4 5 2 1 4 2 1 11 3 2 1 14 12 3 1 2 1 6 2	15

Замечание

В примере из условия Пете следует выйти из дома в 3-ю минуту. Количество осадков, которое выпадет за время его нахождения на улице, составит $1 + 4 + 2 + 1 = 8$. В 7-ю он совершит покупку, после чего, начиная с минуты #8, он может отправиться обратно.

Наилучшим решением для него будет подождать до 13-й минуты: если он выйдет из пекарни в этот момент, то количество осадков, которое выпадет за время его нахождения на улице, составит $3 + 1 + 2 + 1 = 7$.

Суммарное количество осадков будет равно 15. Можно проверить, что в других случаях количество осадков будет больше.

Разбор задач

Задача 1. Мойка автомобиля

Стоимость мытья машины по второму тарифу равна TY, а по третьему — VZ. Из этих величин, а также из стоимости мытья по фиксированному тарифу X, нужно взять минимум.

Пример решения.

```
x = int(input())
y = int(input())
z = int(input())
t = int(input())
v = int(input())
print(min(x, t * y, v * z))
```

Задача 2. Политическая борьба

Рассмотрим решение для частного случая $a < b$ и $c = 0$ (делегаты только двух партий, противников больше, чем сторонников).

Если делегата первой партии поселить с двумя делегатами другой партии, то его переманят оппоненты. Если же двух делегатов первой партии поселить с делегатом второй партии, то количество членов первой партии увеличится на 1. Поэтому делегатов первой партии нужно селить парами, добавляя к ним по одному делегату второй партии. Если a чётное, то делегаты первой партии смогут привлечь $a/2$ новых сторонников.

Если a нечётное, то один делегат первой партии перейдёт во вторую партию, если его поселить одного. Этого можно избежать, если трёх делегатов первой партии поселить в один номер, но тогда два других делегата не смогут привлечь одного нового сторонника. Можно поступить любым способом, результат будет одинаковым. Количество переманенных делегатов второй партии будет равно $(a - 3)/2$.

Пример решения для этого случая.

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
n = (a + b + c) // 3
if a % 2 == 0:
    print(a + a // 2)
else:
    print(a + (a - 3) // 2)
```

Заметим, что это решение работает и в случае $a = 1$, тогда ответ равен 0.

Теперь рассмотрим полное решение. Определим количество комнат $n = \frac{a+b+c}{3}$. Если a не меньше $2n$, то в каждый номер можно поселить не менее двух делегатов первой партии, тогда наутро все делегаты станут членами первой партии. Ответ в этом случае $3n$.

Иначе будем селить делегатов первой партии по двое, чтобы каждые два делегата первой партии переманили одного делегата другой партии. Тогда количество переманенных делегатов будет равно a // 2 (целочисленное деление a на 2).

Если a нечётное, то одного делегата первой партии придётся поселить в номер с оппонентами. Переманивания этого делегата удастся избежать, если его поселить с представителями разных партий, что возможно, если $b > 0$ и $c > 0$. Если же a нечётно, и хотя бы одно из чисел b или c равно 0, то этого делегата сохранить не удастся — ответ будет меньше на 1 (как и ранее, его можно поселить в номер с двумя делегатами своей партии, но это тоже приведёт к уменьшению ответа на 1, так как уменьшится число переманенных членов других партий).

Пример решения для общего случая.

```
a = int(input())
```

```
b = int(input())
c = int(input())
n = (a + b + c) // 3
if a >= 2 * n:
    print(3 * n)
elif a % 2 == 1 and (b == 0 or c == 0):
    print(a + a // 2 - 1)
else:
    print(a + a // 2)
```

Задача 3. Путь зигзагом

Будем увеличивать координаты чередуя их, пока не придём в нужную точку ($x = a$, $y = b$). Если же одна координата уже приняла необходимое значение, а её нужно изменить, уменьшим её на 1, потом она снова увеличится на 1, то есть эта координата будет меняться вблизи нужного нам значения: a, $a-1$, a, $a-1$ и т.д., пока вторая координата не достигнет конечного значения.

В этом случае, возможно, мы сделаем лишний ход. Чтобы избежать этого лишнего хода, первое движение нужно делать в том направлении, в котором нам нужно переместиться на большее расстояние, то есть если $a > b$, то на первом шаге нужно менять x, а если $b > a$ — то y. Тогда мы получим наилучший ответ.

Докажем это. Пусть $m = \max(a, b)$. Тогда мы должны сделать как минимум m шагов в одном направлении, и ответ не может быть меньше $m + (m-1)$, т.к. в другом направлении мы должны сделать как минимум $m-1$ шагов. Более того, если a и b — одной чётности, то количества выполненных шагов в каждом направлении также должны быть одной чётности, и общее число шагов будет не менее $2m$. То есть общее число шагов не меньше $2m$, если a и b одной чётности, и $2m-1$, если разной чётности.

Пусть $a > b$. Тогда выполнив a шагов по координате x мы окажемся либо в точке (a, b), либо в точке $(a, b-1)$, так как по координате y робот будет «бегать» между $y = b$ и $y = b-1$. Поскольку мы начали движение с координаты x, по оси y мы сделали на одно перемещение меньше, и координаты робота будут разной чётности. В какой именно точке он окажется, зависит именно от чётности b, поэтому в случае разных чётностей a и b он окажется в точке (a, b), и алгоритм завершит работу. Если же a и b одной чётности, то робот окажется в точке $(a, b-1)$, и ему понадобится сделать ещё один шаг. Случай $a < b$ рассматривается аналогично, в случае $a = b$ наше решение достигнет цели ровно за $a + b$ шагов.

Пример решения. В этом решении в переменной move_x хранится логическое значение (True или False), означающее, что робот делает очередной шаг вдоль оси OX. Это значение будет меняться на противоположное на каждом шаге цикла.

```
a = int(input())
b = int(input())
move_x = a > b
x = 0
y = 0
while x != a or y != b:
    if move_x:
        if x < a:
            x += 1
        else:
            x -= 1
    else:
        if y < b:
            y += 1
        else:
            y -= 1
```

```
    print(x, y)
    move_x = not move_x
```

Задача 4. ВелоForces

Значение k может быть от 1 до n, т.к. слон Семён совершил хотя бы 1 заезд длиной 1 км, а всего он совершил n заездов.

Можно перебрать значения k от 1 до n и для каждого k посчитать, сколько в данном массиве чисел, которые не меньше k. Если это количество также не меньше k, то слон Семён достиг уровня k или выше. Запомним наибольшее из таких подходящих k. Пример такого решения.

```
n = int(input())
a = [int(input()) for i in range(n)]
ans = 0
for k in range(1, n + 1):
    cnt = 0
    for val in a:
        if val >= k:
            cnt += 1
    if cnt >= k:
        ans = k
print(ans)
```

Такое решение имеет сложность $O(n^2)$ и набирает 50 баллов.

Для полного решения заметим, что подсчитывать числа, которые не меньше определённого значения удобно, если отсортировать значения по неубыванию. Пусть массив отсортирован и индексы элементов массива начинаются с нуля. Если нулевой элемент массива не меньше n, то все остальные элементы массива тоже не меньше n и поэтому уровень слона Семёна будет равен n. Если это не так, но значение элемента массива с индексом 1 не меньше $n-1$, то уровень слона Семёна будет равен $n-1$. Если и это неверно, но при этом элемент массива с индексом 2 не меньше $n-2$, то уровень слона Семёна будет $n-2$. То есть нам нужно найти такое минимальное k, что a[k]>=n−k, тогда уровень слона Семёна будет $n-k$.

Такое решение имеет сложность $O(n \log n)$ (ввиду использования быстрой сортировки) и набирает 100 баллов.

```
n = int(input())
a = [int(input()) for i in range(n)]
a.sort()
k = 0
while a[k] < n - k:
    k += 1
print(n - k)
```

Задача 5. Хлеб и зрелище

В этой задаче в данном массиве из n элементов нужно найти два отрезка длины t каждый с минимальной общей суммой, при этом между отрезками должен быть хотя бы один элемент, не принадлежащий этим отрезкам.

Самая простая идея — перебрать начала двух отрезков. Если индекс первого элемента левого отрезка равен i, то правый отрезок может иметь начальным элементом отрезок с индексом $j = i+t+1$ или больше, начиная с этого значения и будем перебирать j. Дальше посчитаем суммы элементов на данных отрезках и выберем из них наименьшее. Такое решение будет иметь сложность $O(n^2 t)$.

```
n = int(input())
t = int(input())
d = [int(input()) for i in range(n)]
```

```
ans = 10**9
i = 0
while i + 2 * t + 1 <= n:
    j = i + t + 1
    while j + t <= n:
        ans = min(ans, sum(d[i:i+t]) + sum(d[j:j+t]))
        j += 1
    i += 1
print(ans)
```

Это решение можно улучшить при помощи стандартного приёма: предподсчитаем значения каждой нужной нам суммы. Пусть sums[i] будет равно сумме элементов массива d, начиная с i-го элемента. Один раз вычислим эти суммы, чтобы впоследствии не считать их заново. Сами эти суммы легко посчитать при помощи техники «скользящего окна»: если мы посчитали сумму элементов от d[i] до d[i+t−1], то чтобы перейти к следующей сумме нужно добавить значение d[i+t] и вычесть значение d[i].

Такое решение будет иметь сложность $O(n^2)$.

```
n = int(input())
t = int(input())
d = [int(input()) for i in range(n)]
sums = [0] * (n - t + 1)
sums[0] = sum(d[0:t])
for i in range(0, n - t):
    sums[i+1] = sums[i] + d[i+t] - d[i]
ans = 10**9
i = 0
while i + 2 * t + 1 <= n:
    j = i + t + 1
    while j + t <= n:
        ans = min(ans, sums[i] + sums[j])
        j += 1
    i += 1
print(ans)
```

Наконец, чтобы улучшить и это решение, можно заметить, что если мы выбрали какой-то ответ, то первый отрезок можно двигать на некотором префиксе нашего массива, а второй отрезок — на некотором суффиксе. То есть задача сводится к тому, что мы должны выбирать наименьшее значение среди значений массива sums на некотором его префиксе или суффиксе. Это можно сделать при помощи стандартной техники префиксных минимумов — предподсчитаем минимумы на всех префиксах и всех суффиксах массива. Это можно сделать за $O(n)$. Дальше можно, например, перебрать ту минуту, которую Петя обязательно проведёт в магазине. Нужно рассмотреть префиксы массива, не включающие эту минуту, и выбрать на этом префиксе отрезок из t элементов с минимальной суммой. Затем нужно рассмотреть суффиксы, не включающие эту минуту, и выбрать на этом суффиксе отрезок длины t с минимальной суммой. Используя массивы префиксных и суффиксных минимумов, это можно сделать за $O(1)$, и общее решение будет иметь сложность $O(n)$.

У этой идеи есть разные варианты, например, рассмотрим решение, вообще не использующее вспомогательные массивы. В этом решении мы будем перебирать индекс j начала правого отрезка. А значение i будет равно максимальному возможному началу левого отрезка, на самом деле i=j−t−1, но для простоты будем использовать две переменные. Переменная sum1 будет равна сумме отрезка длины t, начиная с индекса i, а переменная sum2 будет равна сумме отрезка длины t, начиная с индекса j.

При увеличении i и j на 1 переменные sum1 и sum2 пересчитываются добавлением одного и вычитанием другого элемента массива.

При фиксированном значении j в качестве начала левого отрезка можно взять любое значение, не превосходящее i, поэтому для фиксированного j наилучшая сумма, которую можно взять, равна sum2 и наименьшему из значений sum1, которые возникали до этого. Поэтому будем хранить в переменной min_sum1 наименьшее из значений sum1, пересчитывая его каждый раз при сдвиге i.

Такое решение имеет сложность $O(n)$.

```
n = int(input())
t = int(input())
d = [int(input()) for i in range(n)]
i = 0
j = t + 1
sum1 = sum(d[i:i+t])
sum2 = sum(d[j:j+t])
min_sum1 = sum1
ans = sum1 + sum2
while j + t < n:
    sum1 += d[i+t]
    sum1 -= d[i]
    min_sum1 = min(min_sum1, sum1)
    i += 1
    sum2 += d[j+t]
    sum2 -= d[j]
    j += 1
    ans = min(ans, min_sum1 + sum2)
print(ans)
```