Ссылка на разбор варианта в VK

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 . 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

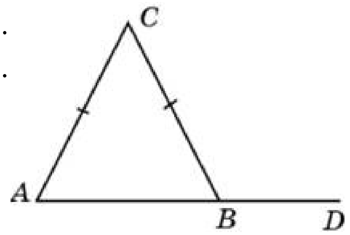
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

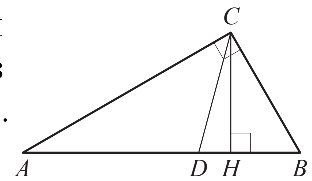
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1.1 В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 149°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



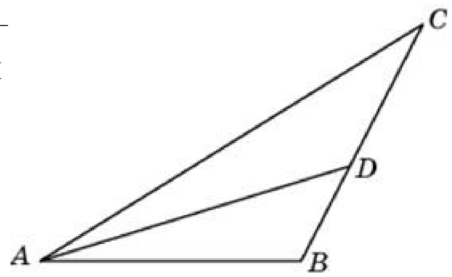
Ответ:___________________________.

1.2 Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 48°. Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ:___________________________.

1.3 В треугольнике ABC угол C равен 50°, AD — биссектриса, угол BAD равен 54°. Найдите угол ADB. Ответ дайте в градусах.



Ответ:___________________________.

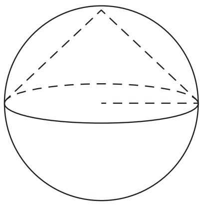
2.1 Даны векторы $\vec{a}(-3;5)$ и $\vec{b}(1;13)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ:__________________________.

2.2 Даны векторы $\vec{a}\,(-15;-3)$, $\vec{b}\,(-3;4)$ и $\vec{c}\,(5;11)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-5\vec{b}+\vec{c}$.

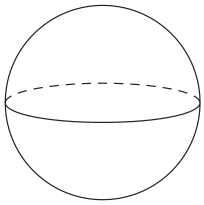
Ответ:__________________________.

3.1 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $70\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



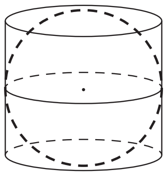
Ответ:__________________________.

3.2 Площадь поверхности шара равна 252. Найдите площадь большого круга шара.



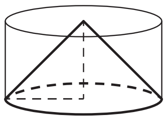
Ответ:__________________________.

3.3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 45. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ:__________________________.

3.4 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $26\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ:__________________________.

4.1 На олимпиаде по физике 350 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ:__________________________.

4.2 Соревнования по фигурному катанию проходят 4 дня. Всего запланировано 50 выступлений: первые два дня по 18 выступлений, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. Спортсмен Б. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность спортсмену Б выступать в последний день соревнований?

Ответ:__________________________.

4.3 На конференцию приехали учёные из трёх стран: 5 из Швеции, 7 из Италии и 4 из Чехии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым окажется доклад учёного из Чехии.

Ответ:__________________________.

5.1 В аэропорту два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,35. Такова же вероятность того, что кофе закончится во втором автомате. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ:__________________________.

5.2 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ:__________________________.

5.3 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,99. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,97. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ:__________________________.

6.1 Найдите корень уравнения $6^{9-x} = 216$.

Ответ:__________________________.

6.2 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{8}\right)^{4-x} = 64$.

Ответ:__________________________.

7.1 Найдите значение выражения $\frac{\log_2 49}{\log_2 7}$.

Ответ:__________________________.

7.2 Найдите значение выражения $\log_8 64 + \log_{0,1} 0{,}01$.

Ответ:__________________________.

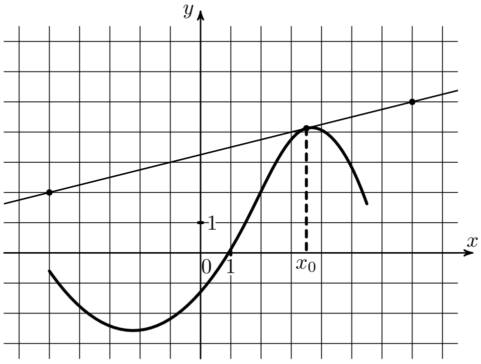
7.3 Найдите значение выражения $12\log_5 \sqrt[4]{5}$.

Ответ:__________________________.

7.4 Найдите значение выражения $\log_{0,4} 125 - \log_{0,4} 8$.

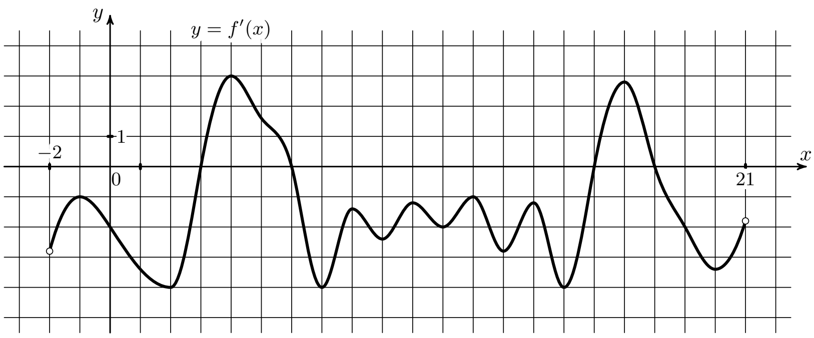
Ответ:__________________________.

8.1 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ:____________________________.

8.2 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 21)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[2; 19]$.



Ответ:____________________________.

9.1 Наблюдатель находится на высоте h, выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 172 километров? Ответ дайте в метрах.

Ответ:____________________________.

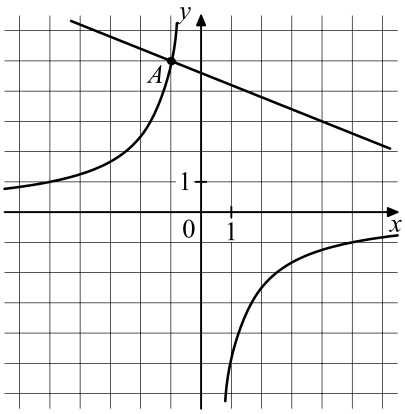
9.2 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч^2. Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,3 километра, приобрести скорость 90 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

Ответ:_________________________.

10.1 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 425 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 50 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

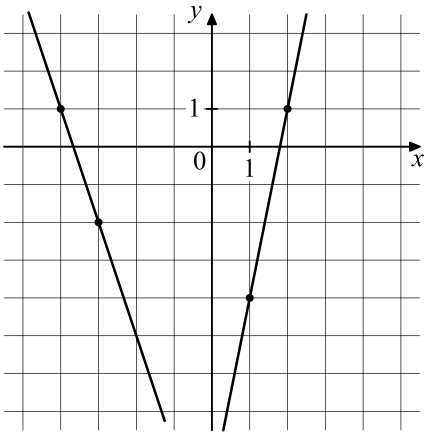
Ответ:_________________________.

11.1 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \dfrac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



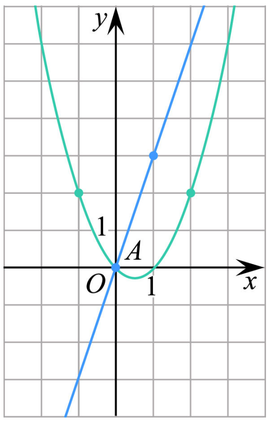
Ответ:_________________________.

11.2 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ:__________________________.

11.3 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ:__________________________.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 12x^2 + 36x + 87$.

Ответ:__________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13.1 а) Решите уравнение

$$2 + 2\cos(\pi + 2x) - \sqrt{8}\sin x = \sqrt{6} - \sqrt{12}\sin x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

13.2 а) Решите уравнение

$$2\sin x + 2\sqrt{3}\sin(-x) - 4\cos^2 x = \sqrt{3} - 4$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14.1 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$, сечение α проходит через AB и пересекает SC и SD в точках N и M, $AB = AM = BN = 5MN$.
а) Докажите, что $SN : NC = 1 : 4$.
б) Найдите тангенс угла между плоскостью α и основанием пирамиды.

14.2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ известно, что $AB = 2$. Через точку O – пересечения диагоналей основания $ABCD$ перпендикулярно ребру SC проведена плоскость α.
а) Докажите, что плоскость α проходит через вершины B и D.
б) В каком отношении плоскость α делит ребро SC, считая от вершины S, если площадь сечения равна $\sqrt{3}$?

14.3 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ отметили точки M и K на ребрах AA_1 и A_1B_1 соответственно. Известно, что $A_1M = 2AM$, $A_1K = KB_1$. Через точки M и K провели плоскость α перпендикулярно грани ABB_1A_1.
а) Докажите, что плоскость α проходит через вершину C_1.
б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α, если все ребра призмы равны 20.

14.4 В правильном тетраэдре $ABCD$. На AB, BC и AD отмечены точки M, L и N соответственно так, что $AM : MB = BL : LB = AN : NB = 1 : 4$
а) Докажите, что плоскость α, проходящая через точки L, M, N, делит ребро CD в отношении $4 : 1$, считая от вершины C.
б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если $AB = 10$.

14.5 Плоскость α перпендикулярна плоскости основания $ABCD$ правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ и пересекает сторону SA в точке K. Сечение – правильный треугольник площадью $2\sqrt{3}$.
а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна AC.
б) Найдите, в каком отношении точка K делит сторону SA, если объём $SABCD$ равен $36\sqrt{6}$ см^3.

15.1 Решите неравенство

$$\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{9^{x^2} - 18 \cdot 3^{x^2} + 81} \leqslant 0$$

15.2 Решите неравенство

$$\frac{9 \cdot 27^x - 3 \cdot 9^{x+1} + 3^{x+3} - 9}{50x^2 - 90x + 40{,}5} \geqslant 0$$

15.3 Решите неравенство

$$\frac{8x^3 - 4x^2 - 2x + 1}{16^{x^2} - 4 \cdot 4^{x^2} + 4} \leqslant 0$$

15.4 Решите неравенство

$$\frac{2^{3x} - 2 \cdot 4^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+2} - 16}{x - 1} \geqslant 0$$

16.1 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.
Чему равно r, если общая сумма платежей в 2027 году составляет 7830 тыс.рублей?

16.2 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2 -го по 14 -е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
– к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.
Чему равна общая сумма платежей в 2027 году?

16.3 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн рублей на некоторое целое число лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 24,5 млн рублей?

16.4 15 декабря 2026 года взяли кредит в размере A млн. рублей на срок 48 месяцев. Условия выплаты кредита таковы:
– 1-ого числа каждого месяца на оставшуюся сумму долга начисляются проценты в размере 1% от оставшейся суммы долга.
– с 1-ого по 15-ое число каждого месяца должна быть произведена выплата.
– Каждый следующий месяц долг должен быть на одну и ту же величину меньше
– к 2030 году долг должен быть выплачен полностью.
В каком размере был взят кредит в A млн. рублей, если известно, что общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей?

17.1 В треугольнике ABC проведены высота AH и медиана AM, угол ACB равен $30°$. Точка H лежит на отрезке BM. В треугольнике ACM проведена высота MQ. Прямые MQ и AH пересекаются в точке F. Известно, что AM – биссектриса угла HAC.
а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
б) Найдите площадь треугольника CFM, если $AB = 10$.

17.2 В четырёхугольнике $KLMN$ вписана окружность с центром в точке O. Эта окружность касается стороны MN в точке A, $\angle MNK = 90°$, $\angle KLM = \angle LMN = 60°$.
а) Докажите что точка A лежит на прямой LO.
б) Найдите MN, если $LA = 3\sqrt{3}$.

17.3 В четырёхугольнике $KLMN$ вписана окружность с центром в точке O. Эта окружность касается стороны MN в точке A, $\angle N = 90°$, $\angle K = \angle L = 120°$.
а) Докажите что точка O лежит на прямой LA.
б) Найдите MN, если $LA = 3$.

17.4 Дан остроугольный треугольник ABC. Известно, что $\angle BAC = 2\angle ABC$. Точка O – центр описанной окружности треугольника ABC. Вокруг треугольника AOC описана окружность, которая пересекает сторону BC в точке P.
а) Докажите, что треугольники ABC и PAC подобны.
б) Найдите AB, если $BC = \sqrt{21}$ и $AC = 3$.

17.5 Дан параллелограмм $ABCD$ угол BAD – острый. Проведены высоты BP и BQ, точка P лежит на стороне AD, а точка Q – на стороне CD. На AD отмечена точка M. Известно, что $BP = AM$ и $AB = BQ$.
а) Докажите, что $BM = PQ$.
б) Найдите площадь треугольника APQ, если $BP = AM = 8$, $AB = BQ = 10$.

18.1 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(|x - a^2| + |x + 2|)^2 - 11(|x - a^2| + |x + 2|) + 2a^2 + 24 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18.2 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(|x - a - 2| + |x - a + 2|)^2 - a(|x - a - 2| + |x - a + 2|) + a^2 - 64 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18.3 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$a\left(x + \frac{4}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{4}{x}\right) - 25a + 10 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18.4 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$a\left(x - \frac{4}{x}\right)^2 + \left(x - \frac{4}{x}\right) - 49a + 14 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18.5 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2)^2 + (a + 2)(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2) + 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18.6 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(4x-3|x+a^2|+|x-1|+3a^2)^2-(a+1)(4x-3|x+a^2|+|x-1|+3a^2)+4=0$$

имеет ровно два различных корня.

18.7 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(|x-8|-|x-a|)^2-7a(|x-8|-|x-a|)+10a^2+6a-4=0$$

имеет ровно два различных корня.

18.8 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(4x+|x+a|+|3x-a+2|)^2+a(4x+|x+a|+|3x-a+2|)+a^2-64=0$$

имеет ровно два различных корня.

19.1 Записаны 10 различных натуральных чисел. Известно, что среднее арифметическое любых четырёх или семи из них – целое число.
а) Могут ли быть среди записанных чисел 563 и 1417?
б) Может ли одно из написанных на доске чисел быть квадратом натурального числа, если на доске есть число 563?
в) Пусть среди записанных чисел есть 1 и n^2, где n – натуральное число, большее единицы. Найдите наименьшее возможное n.

19.2 На доске записано k последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них чисел, делящихся на 20, меньше, чем чисел, делящихся на 23.
а) Могло ли среди записанных чисел быть ровно три числа, делящихся на 20?
б) Могло ли среди записанных чисел быть ровно десять чисел, делящихся на 20?
в) Найдите наибольшее возможное значение k.

19.3 На доске написано 10 различных натуральных чисел. Известно, что среднее арифметическое любых трех, четырех, пяти или шести чисел является целым числом. Одно из записанных чисел равно 30032.

а) Может ли среди написанных на доске чисел быть число 312?

б) Может ли отношение двух записанных на доске чисел быть равным 6?

в) Отношение двух написанных на доске чисел является целым числом n. Найдите наименьшее возможное значение n.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.