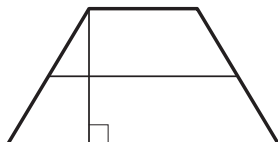


Тренировочная работа № 23. Вар. № 1

Часть № 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Высота, опущенная из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на отрезки равные 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.

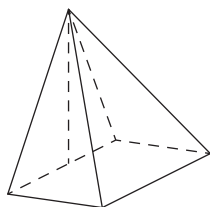


Ответ _____

- 2 Даны векторы $\vec{a}(2; -5)$ и $\vec{b}(5; 7)$. Найдите скалярное произведение векторов $0,6\vec{a}$ и $1,4\vec{b}$.

Ответ _____

- 3 Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объём пирамиды.



Ответ _____

- 4 Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов: первые два дня по 8 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ _____

- 5 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ _____

- 6 Найдите корень уравнения $\log_3(4 - x) = \log_3(1 - x) + 1$.

Ответ _____

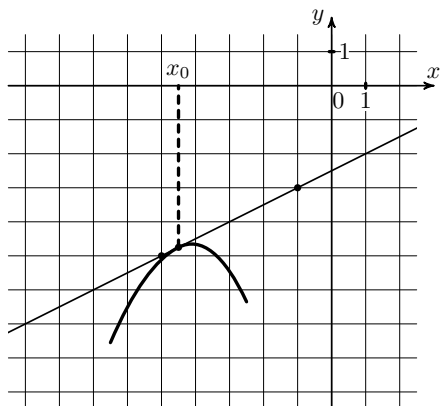
7

Найдите значение выражения $7^{2x-1} : 49^x : x$ при $x = \frac{1}{14}$.

Ответ _____

8

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ _____

9

Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,5 \text{ м}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$, где α — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл/с}$ — постоянная, S — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В ?

Ответ _____

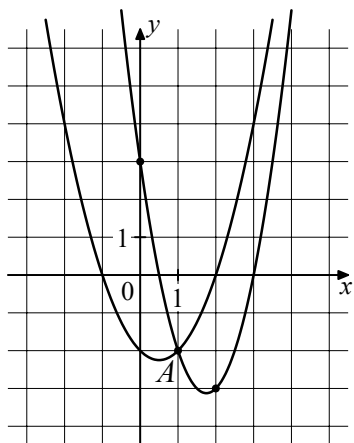
10

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Ответ _____

11

На рисунке изображены графики функций $f(x) = x^2 - x - 2$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ _____

12

Найдите наибольшее значение функции $y = 3x - 2x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке $[0; 7]$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos x = \sin 2x - 1$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.
- 14** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 5. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 5 : 1$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна SA .
- а) Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α — прямоугольник.
- б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка A , а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .
- 15** Решите неравенство $\frac{\log_3(81x)}{\log_3 x - 4} + \frac{\log_3 x - 4}{\log_3(81x)} \geq \frac{24 - \log_3 x^8}{\log_3^2 x - 16}$.
- 16** В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
 - к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.
- Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1482,3 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2029 года?
- 17** Окружность касается одной из сторон прямого угла с вершиной D в точке E и пересекает вторую сторону в точках A и B (точка A лежит между B и D). В окружности проведён диаметр AC .
- а) Докажите, что отрезок BC вдвое больше отрезка DE .
- б) Найдите расстояние от точки E до прямой AC , если $AD = 4$ и $AB = 5$.
- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
- $$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$
- имеет ровно четыре различных решения.
- 19** Даны числа $a = 4$ и $b = 5$, за один ход можно получить положительные числа $(a - 1; b + 2)$ или $(a + 2; b - 1)$.
- а) Можно ли получить число 200 за 100 ходов?
- б) Сколько нужно сделать ходов, чтобы получить сумму равную 300.
- в) Сколько нужно сделать ходов, чтобы получить максимальную сумму, при этом ни одно число не превышает 200.