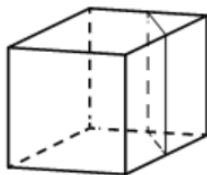




- 3 Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 1,5. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпала больше раз, чем орёл.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\log_4(8 - 5x) = 2 \log_4 3.$$

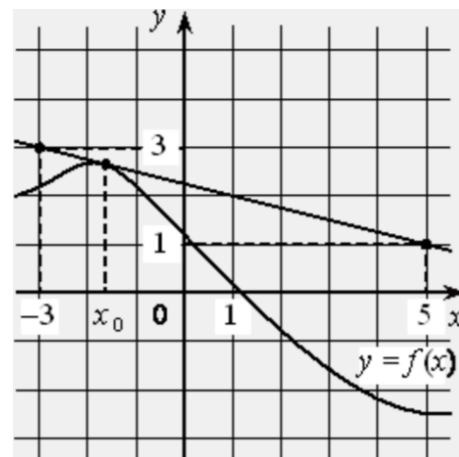
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет  $R_1 = 60$  Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого  $R_2$  (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление вычисляется по формуле  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

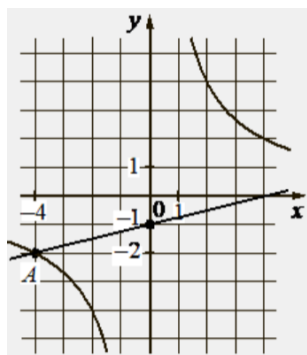
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11** На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 25x - 25 \operatorname{tg} x + 41$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos x = \sin 2x - 1$ .  
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .
- 14** Дана прямая призма, в основании которой равнобедренная трапеция с основаниями  $AD = 5$  и  $BC = 4$ . Точка  $M$  делит ребро  $A_1D_1$  в отношении  $A_1M : MD_1 = 1 : 4$ , точка  $K$  – середина  $DD_1$ .  
 а) Докажите, что плоскость  $MCK$  делит отрезок  $BB_1$  пополам.  
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MCK$ , если  $\angle ADC = 60^\circ$ , а  $\angle MKC = 90^\circ$ .
- 15** Решите неравенство

$$\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$$



**16** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$  – натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

**17** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

- а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .
- б) Найдите  $EL$ , если  $AC = 12$ ,  $\text{tg} \angle BCA = \frac{1}{4}$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых – целое число граммов, не меньше 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трём кучам: в первой куче  $n_1$  камней, во второй –  $n_2$  камней, в третьей –  $n_3$  камней, причём  $n_1 < n_2 < n_3$ . Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна  $S_1$ , во второй –  $S_2$ , а в третьей –  $S_3$ .

- а) Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ ?
- б) Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ , если масса любого камня не превосходит 108 граммов?
- в) Известно, что масса любого камня не превосходит  $k$  граммов. Найдите наименьшее целое значение  $k$ , для которого может выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ .

















*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	13 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <u>100 баллов</u> на ЕГЭ по математике (профиль) <u>Результаты моих учеников</u> на ЕГЭ 2024: <u>Елена – 100 баллов</u> <u>Дака – 100 баллов</u> <u>Сева – 100 баллов</u> <u>Дмитрий – 100 баллов</u> <u>Андрей – 100 баллов</u> Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>ВК:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a>



### Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	6	
2	10	
3	12	
4	0,25	
5	0,488	
6	-0,2	
7	2	
8	-0,25	
9	12	
10	1	
11	8	
12	41	
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{4}$	
14	$\frac{33\sqrt{6}}{10}$	
15	$[0; 2) \cup (2; 5)$	
16	200	
17	4,7	
18	$(-\infty; -6] \cup \{2\} \cup [8; +\infty)$	
19	а) да б) нет в) 128	

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

**Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.**

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





**15** Решите неравенство  $\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x-5}$ .

**ИСТОЧНИКИ**

ГПР (новый банк)  
Досрочная волна 2018  
**МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ**

выражение	степень
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f  -  g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

$$\frac{3^x \cdot (2^x - 4)}{2^x \cdot (x-5) - 4 \cdot (x-5)} - \frac{1}{x-5} \leq 0$$

$$\frac{3^x \cdot (2^x - 4)}{(x-5)(2^x - 4)} - \frac{1}{x-5} \leq 0$$

$$\frac{(2^x - 4)(3^x - 1)}{(x-5)(2^x - 4)} \leq 0$$

$$\frac{(2^x - 2^2)(3^x - 3^0)}{(x-5)(2^x - 2^2)} \leq 0$$

$$\frac{(2-1) \cdot (x-2)(3-1)(x-2)}{(x-5) \cdot (2-1)(x-2)} \leq 0 \quad | :2$$

Ответ:  $[0; 2) \cup (2; 5)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**16** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$  – натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0$

**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна (Резерв) 2017  
Основная волна (Резерв) 2016

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждый из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Пусть июль – месяц платежа

Дата	Сумма долга	Платеж
и 16	$S$	$\frac{0,15S}{100} = 0,15S$
и 17	$1,15 \cdot S$	$\frac{0,15 \cdot 1,15S}{100} = 0,13225S$
и 18	$1,15 \cdot 0,7S = 0,8075S$	$\frac{0,15 \cdot 0,8075S}{100} = 0,121125S$
и 19	$1,15 \cdot 0,4S = 0,46S$	$\frac{0,15 \cdot 0,46S}{100} = 0,069S$
и 20	$0$	$0$

С остатком делится без остатка на 20, 200 и 50  
С наим. цел = 200

Ответ: 200

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



**17** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .  
 б) Найдите  $EL$ , если  $AC = 12$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{4}$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
 ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Основная школа 2022  
**НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ**

Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)  
**СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА**  
 $180^\circ$   
**ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ**  
 По двум углам  
**РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК**  
 Биссектриса, медиана и высота, проведенные к основанию, равны  
**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ**  
 1  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 2  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$   
 3  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$   
 4  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$   
**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**  
 1  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$   
 2  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$   
 3  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$   
 4  $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

**Решение:**  
 Пусть  $\angle CAD = \alpha$   
 Тогда  $\angle BAC = 2\alpha$   
 $\angle BAL = \alpha = \angle CAL$   
 $\angle ABC = 180 - 3\alpha$   
 $\triangle ABL$ :  
 $\angle ALB = 180 - (\alpha + 180 - 3\alpha) = 2\alpha$   
 ②  $\triangle ABC \sim \triangle ABL$  по 2 углам  
 ( $\angle B = 180 - 3\alpha$  - общий)  
 ( $\angle ALB = 2\alpha = \angle BAC$ )  
 $\frac{AC}{AL} = \frac{BC}{AB}$   
 $AL \cdot BC = AB \cdot AC$   
 ③  $\triangle ALE = \triangle CLE$  по 3 углам  
 Пусть  $LE \cap AC = H$   
 ④  $\triangle ALC$  - р/б  
 $LH$  - сисс.  
 Значит  $LH$  - высота  
 $CH = C$   
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4} = \frac{LH}{C}$   
 $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{1} = \frac{LH}{C}$   
 $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$   
 $\sin 2\alpha = \frac{8}{17}$   
 $\cos 2\alpha = \frac{15}{17}$   
 $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{8}{15} = \frac{HE}{6}$   
 $HE = \frac{48}{15} = 3,2$   
**Ответ: 4,7.**

ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	1





**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**ИСТОЧНИКИ**  
 ГИР (старый банк)  
 Семестр 2018  
 Досрочная волна 2015

**Решение:**

Упростим второе уравнение

$$y^2 - xy - 4y + 2x + 4 = 0$$

$$y^2 + (-x-4)y + 2x+4 = 0$$

$$D = (-x-4)^2 - 4(2x+4) = x^2 + 8x + 16 - 8x - 16 = x^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm |x|}{2}$$

1)  $y = x+2$   
 Подставим  $(y-x-2)(y-2)$   
 Вернемся к системе

$$\begin{cases} y = x+2 \\ y = 2 \\ x \geq -4 \\ y < 5 \\ y = a-x \end{cases}$$

2)  $y = -x-2$   
 $x \geq -4$   
 $y < 5$   
 $y = a-x$

**График:** Система координат с точками A(-4; -2), B(-4; 2), C(-4; 5), D(0; 2), E(2; 2). Прямые  $y = x+2$ ,  $y = -x-2$ ,  $y = a-x$  и  $y = 2$  нанесены на график.

**Источники:**

- $a < -6$  1 рен
- $a = -6$  1 рен
- $-6 < a < -2$  2 рен
- $a = -2$  2 рен
- $-2 < a < 1$  3 рен
- $1 < a < 2$  2 рен
- $a = 2$  2 рен
- $a > 2$  1 рен

**Ответ:**  $(-\infty; -6] \cup \{2\} \cup [8; +\infty)$

С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<b>Максимальный балл</b>	4

**19** У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых – целое число граммов, не меньше 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределены по трём кучам: в первой куче  $n_1$  камней, во второй –  $n_2$  камней, в третьей –  $n_3$  камней, причём  $n_1 < n_2 < n_3$ . Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна  $S_1$ , во второй –  $S_2$ , а в третьей –  $S_3$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
 Основная волна (Резерв) 2022

а) Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ ?  
 б) Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ , если масса любого камня не превосходит 108 граммов?  
 в) Известно, что масса любого камня не превосходит  $k$  граммов. Найдите наименьшее целое значение  $k$ , для которого может выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ .

**Решение:**

Первая куча:  $n_1$  штук, масса  $S_1$   
 Вторая куча:  $n_2$  штук, масса  $S_2$   
 Третья куча:  $n_3$  штук, масса  $S_3$

а) Пусть  $n_1 = 11$  камней по 300г,  $n_2 = 13$  камней по 200г,  $n_3 = 14$  камней по 100г.  
 Тогда  $S_1 = 3300$ ,  $S_2 = 2600$ ,  $S_3 = 1400$ .  
**Ответ: а) да**

б) Пусть  $n_1 = 11$  (масса  $100 \leq m_1 < 108$ ),  $n_2 = 13$  (масса  $100 \leq m_2 < 108$ ),  $n_3 = 14$  (масса  $100 \leq m_3 < 108$ ).  
 Тогда  $S_1 \leq 11 \cdot 108 = 1188$ ,  $S_2 \leq 13 \cdot 108 = 1404$ ,  $S_3 \leq 14 \cdot 108 = 1512$ .  
**Ответ: б) нет**

в) Пусть  $n_1 = 11$  (масса  $100 \leq m_1 < k$ ),  $n_2 = 13$  (масса  $100 \leq m_2 < k$ ),  $n_3 = 14$  (масса  $100 \leq m_3 < k$ ).  
 Тогда  $S_1 \geq 11k$ ,  $S_2 \geq 13k$ ,  $S_3 \geq 14k$ .  
 Для выполнения  $S_1 > S_2 > S_3$  необходимо  $11k > 13k > 14k$ , что невозможно.  
**Ответ: в) 108**

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ	2

обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>	
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>а</i> или <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным

расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

