

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 270

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

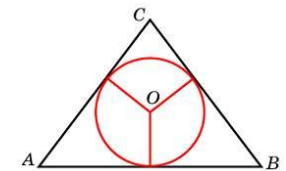
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

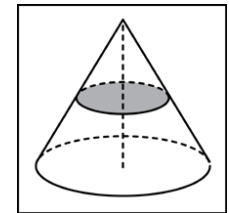
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



2. Сторона равностороннего треугольника  $ABC$  равна  $8\sqrt{3}$ . Найдите длину разности векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{CA}$ .

3. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



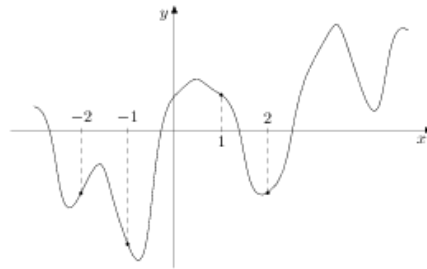
4. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

5. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

6. Найдите корень уравнения  $7^{9+x} = 49$ .

7. Найдите  $\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 2$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.

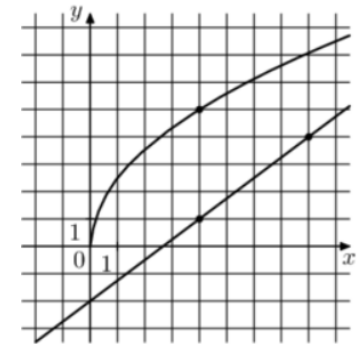


9. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем

расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

10. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



12. Найдите наибольшее значение функции  $y = 8 \ln(x + 7) - 8x + 3$  на отрезке  $[-6, 5; 0]$



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2) \log_7(-\sin x) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

14. Высота конуса равна 6, а радиус основания равен 8.

а) Докажите, что наибольшая площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через его вершину, равна 50.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до этой плоскости.

15. Решите неравенство:

$$2^x \cdot 27^{\frac{1}{x}} < 24$$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 5 млн рублей.

17. Дан треугольник  $ABC$ . Известно, что  $BC = \sqrt{37}$ ,  $AB = 4$ ,  $AC = 3$ . На стороне  $BC$  построен равносторонний треугольник  $BDC$ , при этом точки  $A$  и  $D$  лежат по разные стороны от прямой  $BC$ .

а) Докажите, что вокруг полученного четырёхугольника  $ABDC$  можно описать окружность.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABDC$  до центра его описанной окружности.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 7 + \ln(x - a))^2 = (x^2 - 7)^2 + \ln^2(x - a)$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0; 3]$ .

19. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{30}$ ?

б) Может ли эта разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{35}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 270

<b>1</b>	1,5	<a href="#">Решение</a>
<b>2</b>	24	<a href="#">Решение</a>
<b>3</b>	2	<a href="#">Решение</a>
<b>4</b>	0,408	<a href="#">Решение</a>
<b>5</b>	0,2	<a href="#">Решение</a>
<b>6</b>	-7	<a href="#">Решение</a>
<b>7</b>	-9	<a href="#">Решение</a>
<b>8</b>	-2	<a href="#">Решение</a>
<b>9</b>	36	<a href="#">Решение</a>
<b>10</b>	10	<a href="#">Решение</a>
<b>11</b>	16	<a href="#">Решение</a>
<b>12</b>	51	<a href="#">Решение</a>

<b>13</b>	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}.$	<a href="#">Решение</a>
<b>14</b>	$\frac{6\sqrt{7}}{5}.$	
<b>15</b>	$(-\infty; 0) \cup (\log_2 3; 3).$	<a href="#">Решение</a>
<b>16</b>	9.	<a href="#">Решение</a>
<b>17</b>	$\frac{\sqrt{1443}}{21}.$	
<b>18</b>	$(-\infty; -1) \cup \{\sqrt{7} - 1\} \cup (2; \sqrt{7}).$	
<b>19</b>	а) нет; б) да; в) $\frac{4}{7}.$	