Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 266
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

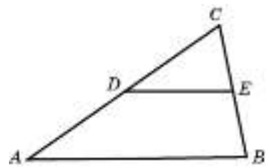
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

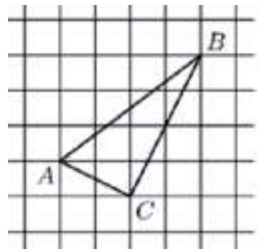
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Площадь треугольника ABC равна 4. DE — средняя линия. Найдите площадь треугольника CDE.



2. На клетчатой бумаге с размером 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите скалярное произведение $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.



3. Длина окружности основания цилиндра равна 3. Площадь боковой поверхности равна 6. Найдите высоту цилиндра.

4. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна $0{,}2$. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна $0{,}15$. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна $0{,}06$. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

6. Решите уравнение $(x-1)^2=(x+6)^2$.

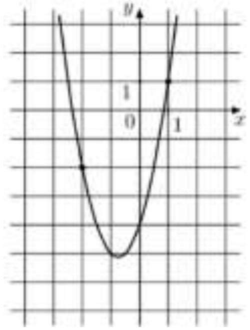
7. Найдите значение выражения $\dfrac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}+\dfrac{5\sqrt{x}}{x}+3x-4$ при $x=3$

8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-\dfrac{1}{3}t^2+4t+15$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=3$ с.

9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C=2\cdot10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R=5\cdot10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0=16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t=\alpha RC\log_2\dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha=0{,}7$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?

10. В помощь садовому насосу, перекачивающему 5 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=2x^2+bx+c$. Найдите $f(-5)$.



12. Найдите наименьшее значение функции $y=3\sin x+\dfrac{30}{\pi}x+3$ на отрезке $\left[-\dfrac{5\pi}{6};0\right]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin x\left(2\sin x-3\operatorname{ctg} x\right)=3$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 30, а боковое ребро SA равно 28. Точки M и N – середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C.

б) Найдите расстояние от точки A до плоскости α.

15. Решите неравенство:

$$\left(\log_2^2 x-2\log_2 x\right)^2+36\log_2 x+45<18\log_2^2 x$$

16. 15 января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась $2{,}34$ млн рублей?

17. Биссектриса AM острого угла A равнобедренной трапеции $ABCD$ делит боковую сторону CD пополам. Отрезок DN перпендикулярен отрезку AM и делит сторону AB в отношении $AN:NB=7:1$.

а) Докажите, что прямые BM и CN перпендикулярны.

б) Найдите длину отрезка MN, если площадь трапеции равна $4\sqrt{55}$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|a-2|\cdot x^4-2ax^2+|a-12|=0$$

имеет хотя бы два различных корня.

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход из них можно получить числа $a+b$ и $2a-1$ или числа $a+b$ и $2b-1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить числа 5 и 3 или 5 и 5).

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из чисел, написанных на доске, окажется числом 19.

б) Может ли после 100 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 200?

в) Сделали 1007 ходов, причем на доске никогда не было равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 266

1	1	Решение
2	5	Решение
3	2	Решение
4	0,35	Решение
5	0,8836	Решение
6	– 2,5	Решение
7	12	Решение
8	2	Решение
9	2	Решение
10	6	Решение
11	31	Решение
12	– 23,5	Решение

13	а) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k;\ k\in Z;$ б) $-\frac{4\pi}{3};\ -\frac{2\pi}{3}.$	Решение
14	$\frac{5\sqrt{3}}{2}.$	
15	$\left(\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right)\cup(8;32).$	Решение
16	2 000 000.	Решение
17	4.	Решение
18	$\left[\frac{12}{7};3\right]\cup[4;\infty).$	Решение
19	а) $(2;3), (5;5), (10;9), (19;19)$; б) нет; в) 2.	