

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

Копирование не допускается

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

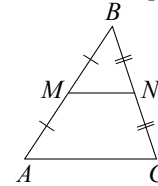
Таблица квадратов двузначных чисел

|         |   | Единицы |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|---|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         |   | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Десятки | 1 | 100     | 121  | 144  | 169  | 196  | 225  | 256  | 289  | 324  | 361  |
|         | 2 | 400     | 441  | 484  | 529  | 576  | 625  | 676  | 729  | 784  | 841  |
|         | 3 | 900     | 961  | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
|         | 4 | 1600    | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
|         | 5 | 2500    | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
|         | 6 | 3600    | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
|         | 7 | 4900    | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
|         | 8 | 6400    | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
|         | 9 | 8100    | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

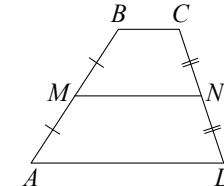
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

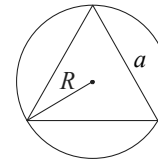


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$



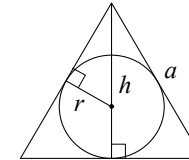
$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



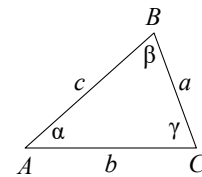
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



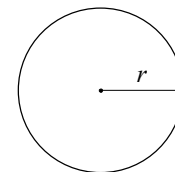
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

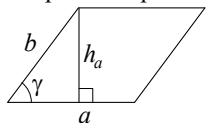


Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

**Площади фигур**

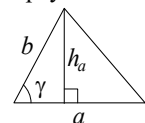
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

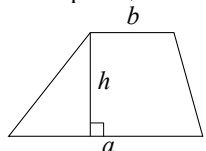
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

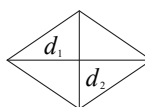
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

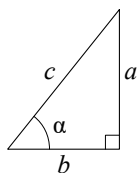
Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

| $\alpha$                   | градусы | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$ | $180^\circ$ | $270^\circ$ | $360^\circ$ |
|----------------------------|---------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $\sin \alpha$              |         | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          | 0           | -1          | 0           |
| $\cos \alpha$              |         | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          | -1          | 0           | 1           |
| $\operatorname{tg} \alpha$ |         | 0         | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | —          | 0           | —           | 0           |

Копирование не допускается

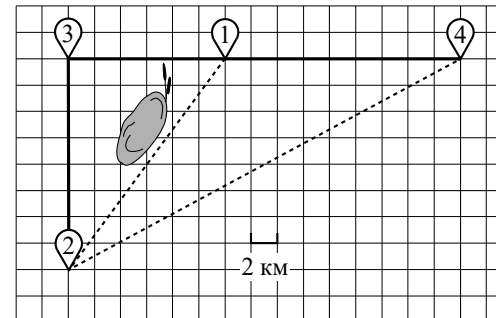
**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

Серёжа летом отдыхает с папой в деревне Пирожки. В среду они собираются съездить на машине в село Княжеское. Из деревни Пирожки в село Княжеское можно проехать по прямой грунтовой дороге. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Васильево до деревни Рябиновка, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Княжеское. Есть и третий маршрут: в деревне Васильево можно свернуть на прямую грунтовую дорогу в село Княжеское, которая идёт мимо пруда.

Шоссе и грунтовые дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Серёжа с папой едут со скоростью 60 км/ч, а по грунтовой дороге — со скоростью 40 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 2 км.

- 1 Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.  
Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

| Насел. пункты | д. Васильево | с. Княжеское | д. Рябиновка |
|---------------|--------------|--------------|--------------|
| Цифры         |              |              |              |

- 2 Сколько километров проедут Серёжа с папой от деревни Пирожки до села Княжеское, если они поедут по шоссе через деревню Рябиновка?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите расстояние от деревни Васильево до села Княжеское по прямой.  
Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Сколько минут затратят на дорогу из деревни Пирожки в село Княжеское Серёжа с папой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в деревне Васильево на прямую грунтовую дорогу, которая проходит мимо пруда?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Пирожки, селе Княжеское, деревне Васильево и деревне Рябиновка.

| Наименование продукта   | д. Пирожки | с. Княжеское | д. Васильево | д. Рябиновка |
|-------------------------|------------|--------------|--------------|--------------|
| Молоко (1 л)            | 48         | 45           | 50           | 52           |
| Хлеб (1 батон)          | 34         | 32           | 33           | 28           |
| Сыр «Российский» (1 кг) | 240        | 280          | 270          | 260          |
| Говядина (1 кг)         | 370        | 400          | 380          | 420          |
| Картофель (1 кг)        | 22         | 16           | 28           | 30           |

Серёжа с папой хотят купить 3 л молока, 1 кг говядины и 4 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения  $\frac{7}{8} : \frac{5}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На координатной прямой точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  соответствуют числам  $-0,201$ ;  $-0,012$ ;  $-0,304$ ;  $0,021$ .



Какой точке соответствует число  $-0,304$ ?

- 1)  $A$                       2)  $B$                       3)  $C$                       4)  $D$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения  $a^{19} \cdot a^{-8} : a^9$  при  $a=6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** Решите уравнение  $x^2 - 9 = 0$ .  
Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** У бабушки 15 чашек: 9 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

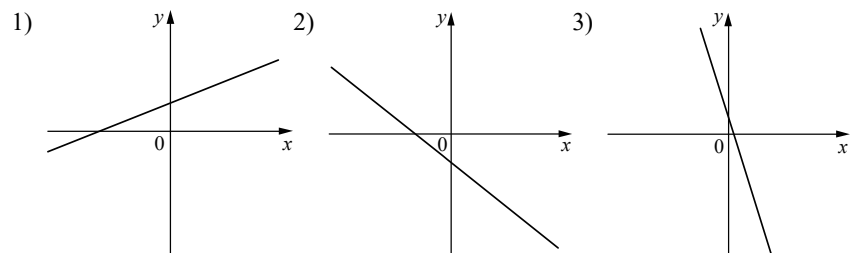
Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $k$  и  $b$  и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А)  $k < 0, b < 0$       Б)  $k > 0, b > 0$       В)  $k < 0, b > 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

|   |   |   |
|---|---|---|
| А | Б | В |
|   |   |   |

**12** Центробежное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  — угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $0,5 \text{ с}^{-1}$ , а центробежное ускорение равно  $2,25 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 0,3 \geq 1. \end{cases}$$

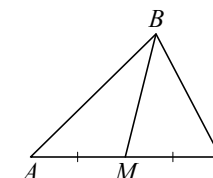


Ответ:

**14** В амфитеатре 14 рядов. В первом ряду 16 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

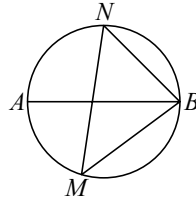
Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = 34$ ,  $BM$  — медиана,  $BM = 26$ . Найдите  $AM$ .



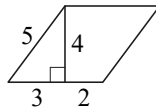
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 43^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



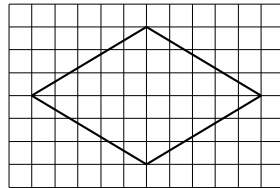
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 2) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
- 3) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна  $90$  градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ:

**!** Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите неравенство  $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$ .

- 21 Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно  $45$  км. Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт  $B$ , тотчас повернула обратно и возвратилась в  $A$ . К этому времени плот проплыл  $28$  км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна  $4$  км/ч.

- 22 Постройте график функции

$$y = |x^2 + x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 23 Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 18$ ,  $DC = 54$ ,  $AC = 48$ .

- 24 Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно  $2$  и  $32$ ,  $BD = 8$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.

- 25 Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно  $8$  и  $30$  от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**!** Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.