

Вариант № 958

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

- 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

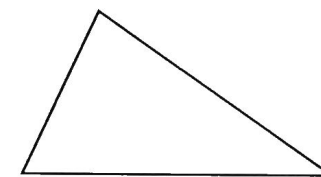
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Один из углов треугольника равен 60° , а величины двух других относятся как 2:3. Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

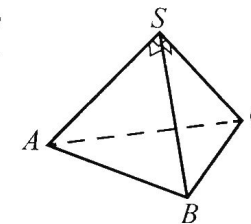


Ответ: _____.

- 2 Длина вектора \vec{a} равна $5\sqrt{6}$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° , а скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} равно $9\sqrt{6}$. Найдите длину вектора \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Боковые рёбра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, длина каждого из них равна 15. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

- 4 В пенале у Полины лежали фишки с номерами от 1 до 26. Брат Юра потерял шесть фишек с чётными номерами. Найдите вероятность того, что случайно взятая Полиной фишка окажется с чётным номером.

Ответ: _____.

- 5 Рекламное агентство использует автоматическую телефонную станцию, которая по введённому списку телефонных номеров дозванивается до абонентов и при ответе передаёт записанное голосовое сообщение. При отсутствии ответа станция набирает номер ещё раз. Если с абонентом не удалось соединиться после пяти попыток, станция набирает номер другого абонента. Установлено, что станция может дозвониться до абонента с первого раза с вероятностью 0,3, а при каждом следующем наборе номера этого абонента вероятность увеличивается на 0,2. Найдите вероятность того, что станция сможет передать абоненту сообщение не позднее третьего набора его номера.

Ответ: _____.

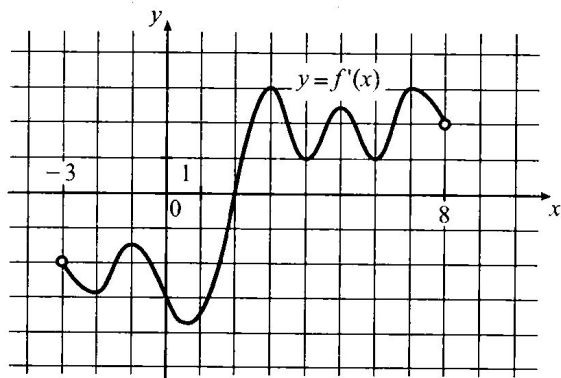
- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt{3x} - \sqrt{6} = \sqrt{24}$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\log_3 2 \cdot \log_4 3$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-1, 5; 7, 5]$.



Ответ: _____.

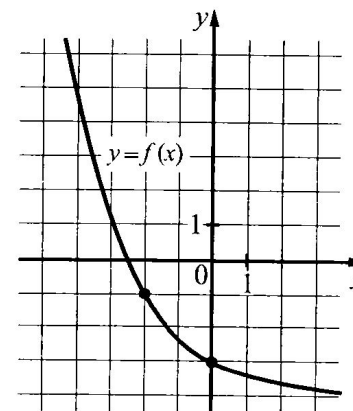
- 9 После дождя уровень воды в колодце повышается. Мальчик измеряет время падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние (в метрах), t — время падения (в секундах). До дождя время падения камешков составляло 1,2 секунды. На сколько метров должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 секунды? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 10 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 13 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 23$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 108x + 19$ на отрезке $[-7; 0]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $1 + \sin(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin 2x + \cos 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

14

Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 18, а её боковое ребро равно 9. Плоскость сечения α содержит ребро BC и пересекает луч AA_1 в точке L . Угол, образованный плоскостями α и ABC , равен 60° .

а) Докажите, что сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α — трапеция.

б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α .

15

Решите неравенство $\frac{\log_2(2x) + 3}{\log_2 x + 1} \cdot (\log_2^2 x + \log_2(8x) - 3) \leq 0$.

16

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на три года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 86 850 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17

В равностороннем треугольнике ABC на стороне AB отмечена её середина — точка K , на стороне BC отмечена её середина — точка M . На отрезке KM отмечена точка E так, что $KE:EM=1:2$. Прямая AE пересекает сторону BC в точке N .

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку K параллельно прямой AN , пересекает отрезок BN в его середине.

б) Найдите длину отрезка AN , если $AC = 4\sqrt{13}$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = \log_{a-6}(\sqrt{a^2 + 49x^2 - 7x}) - 2$ является нечётной.

19

Четверо одноклассников играют в числа. Первый записал несколько обязательно различных двузначных чисел. Второй нашёл их сумму, и у него получилось 132. Третий поменял местами единицы и десятки в каждом числе, записанном первым. Четвёртый нашёл сумму чисел, получившихся у третьего.

а) Может ли сумма чисел, найденная четвёртым, быть в 4 раза больше суммы, которую получил второй?

б) Может ли сумма чисел, найденная четвёртым, быть в 3 раза больше суммы, которую получил второй?

в) Какую наибольшую сумму может получить четвёртый?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.