

ФИО ученика \_\_\_\_\_  
 ФИО учителя \_\_\_\_\_  
 Город/район \_\_\_\_\_  
 Школа \_\_\_\_\_

**Таблица полученных ответов**

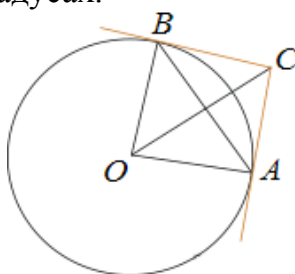
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |

**ВАРИАНТ 3**

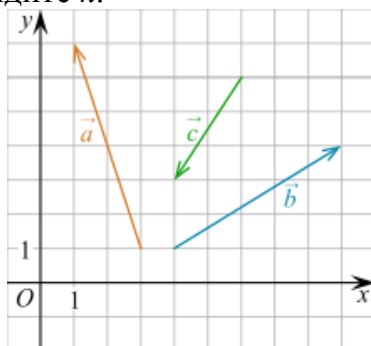
**Часть 1**

**Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь.**

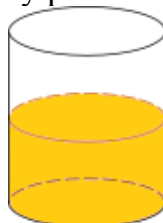
1. Через концы  $A, B$  дуги окружности в  $54^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Вектор  $\vec{c}$  разложен по двум неколлинеарным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :  $\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$ , где  $k$  и  $l$  – коэффициенты разложения. Найдите  $k$ .



3. В цилиндрический сосуд налили  $1200 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 10 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



4. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

5. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по

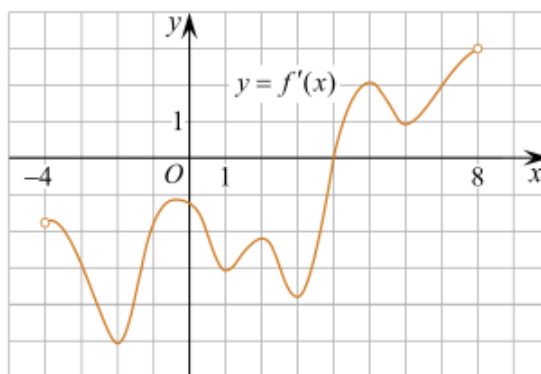
ФИО ученика \_\_\_\_\_

цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,5, а при каждом последующем – 0,7. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,99? В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.

6. Найдите корень уравнения  $5^{x-12} = \frac{1}{125}$ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8}$ .

8. На рисунке изображён график производной  $y = f'(x)$  функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 1]$  функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение?

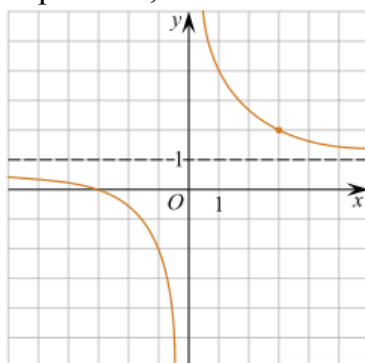


9. Водолазный колокол, содержащий  $v = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 2,4$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 13,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  —

постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 16 200 Дж.

10. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

11. На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите, при каком значении  $x$  значение функции равно 0,8.



12. Найдите наибольшее значение функции  $y = 2x^2 - 10x + 6 \ln x + 5$  на

ФИО ученика \_\_\_\_\_

отрезке  $\left[\frac{10}{11}; \frac{12}{11}\right]$ .

## Часть 2

Для заданий 13-19 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\sqrt{4 \cos^2 x + 9 \cos x + 6} = \sqrt{\cos x + 11}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

14. В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2.

а) Докажите, что прямые  $SE$  и  $AC$  перпендикулярны.

б) Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $SA$ .

15. Решите неравенство:  $x \cdot \log_2(6 - 4x - x^2) \geq 0$ .

16. Михаил хочет купить пакет акций компании. 15 февраля он отложил определённую сумму денег и планирует откладывать такую же сумму денег 15 числа каждого месяца. Первого февраля пакет акций стоил 160 000 рублей. Первого числа каждого месяца пакет акций дорожает на 25%. Какую наименьшую сумму нужно Михаилу откладывать каждый месяц, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?

17. В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .

б) Найдите  $EL$ , если  $AC = 12$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = 0,25$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система неравенств  $\begin{cases} |x| + |a| \leq 4, \\ x^2 + 8x < 16a + 48 \end{cases}$  имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[-1; 0]$ .

19 У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Цена пирожного в рублях выражается целым числом. Петя хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?

б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?

ФИО ученика \_\_\_\_\_