

Задание №13. Тригонометрические уравнения**Пример (демо-2025).**

- 1) Решите уравнение $\cos^2 x = \cos x$.
- 2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[12; 15]$.

Решение.

$$1) \cos x (\cos x - 1) = 0 \leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$$

$$a) \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$b) \cos x = 1 \rightarrow x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

2) Отбор корней:

a) $12 \leq \frac{\pi}{2} + \pi n \leq 15$. Подставим $n = 4$: $\frac{\pi}{2} + 4\pi = \frac{9\pi}{2}$. Это число больше 12, но меньше 15. Другие n не подходят.

b) $12 \leq 2\pi n \leq 15$. Подставим $n = 2$: 4π . Это число больше 12, но меньше 15. Другие n не подходят.

Ответ: 1) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$.

$$2) \frac{9\pi}{2}; \quad 4\pi.$$

Задачи для самостоятельного решения.

1. 1) Решите уравнение $\sin^2 x = \sin x$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[10; 13]$.
2. 1) Решите уравнение $2\sin^2 x = 1$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[5; 10]$.
3. 1) Решите уравнение $\cos^2 x + 2\cos x = 0$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; 6]$.
4. 1) Решите уравнение $\sin^2 x + \cos x = 1$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3; 1]$.
5. 1) Решите уравнение $\operatorname{tg} x = \sin x$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6; 0]$.
6. 1) Решите уравнение $\sin^2 x + 2\sin x + 1 = \frac{1}{4}$.
2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[10; 15]$.

7. 1) Решите уравнение $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 4]$.

8. 1) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x = 0$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[10; 13]$.

9. 1) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3}\operatorname{tg} x = 0$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[10; 13]$.

10. 1) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - \frac{2\sqrt{3}}{3}\operatorname{tg} x + \frac{1}{3} = 0$.

2) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[5; 13]$.**Ответы**

1
1) $\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ 2) 4π
2
1) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}$
3
1) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ 2) $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$
4
1) $2\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ 2) $-2\pi; 0$
5
1) $\pi n, n \in Z$ 2) $-\pi; 0$
6
1) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\frac{23\pi}{6}$
7
1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\frac{\pi}{3}$
8
1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\frac{13\pi}{3}$
9
1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\frac{11\pi}{3}$
10

1) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

2) $\frac{13\pi}{6}; \frac{19\pi}{6}$

Составитель

