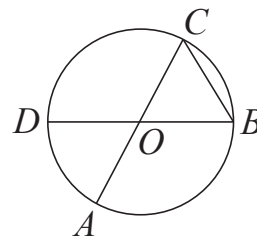


Часть 1

- 1 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 32° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.

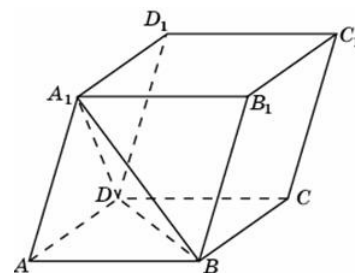


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(2; 6)$ и $\vec{b}(1; 0)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 24. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.



Ответ: _____.

- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 4 часа.

Ответ: _____.

- 5 Биатлонист 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

профиматика

6 Найдите корень уравнения $\log_2 x + 2 = \log_2 (x + 6)$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $5 \cdot \log_2 (\log_5 625)$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y = -2x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 2x^2 - x + 4$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

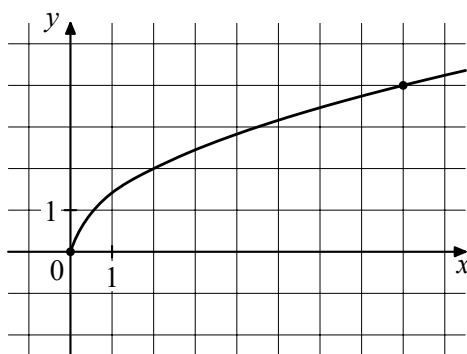
9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 200 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

Ответ: _____.

10 Даша и Маша пропалывают грядку за 40 минут, а одна Маша — за 140 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(32)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 7x - \ln(x + 7)^7$ на отрезке $[-6,5; 0]$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\sin 2x \cdot \cos x - 2 \sin^3 x = \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right).$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ через середину высоты SO параллельно рёбрам SA и BC проведено сечение α . Известно, что $SA = 2AB$.

а) Докажите, что сечение α является прямоугольником.

б) Найдите высоту SO , если площадь сечения $\frac{208}{9}$.

15 Решите неравенство

$$x^4 \left((2^x - 16)^2 - 256 \right) \leq 169 (4^x - 2^{x+5}).$$

16 В июле планируется взять кредит на сумму 174 460 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

17 В треугольнике ABC через точку A проведена первая окружность, касающаяся стороны BC . Через точку C проведена вторая окружность, касающаяся стороны AB . Эти окружности пересекаются в точках B и M .

а) Докажите, что треугольники ABM и CBM подобны.

б) Найдите AM , если $AB = 8$, $BC = 10$, $CM = 6$.

18 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(8 \sin^4 x)^5 = (4 \sin x + 2a)^5 + 3(4 \sin x + 2a) - 24 \sin^4 x$$

имеет хотя бы 1 решение.

19 На сайте театра проводится опрос. Каждый посетитель голосует за одного актёра. Рейтинг каждого актёра – это доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 11,2, 11,5 и 12,3 округляются до 11, 12 и 12 соответственно.

а) В некоторый момент на сайте всего проголосовало 34 человека. У актёра Васнецова при этом получился рейтинг 38. Маша увидела этот результат и решила тоже проголосовать за Васнецова. Какой теперь у него рейтинг?

б) Все голоса были отданы за трёх актёров. Могло ли получиться так, что их суммарный рейтинг оказался больше 100?

в) В некоторый момент у актёра Васнецова рейтинг был 12. После того, как Маша увидела этот результат и тоже проголосовала за него, рейтинг Васнецова стал равен 17. Какое наибольшее количество голосов за всех актёров, включая голос Маши, могло быть сделано?