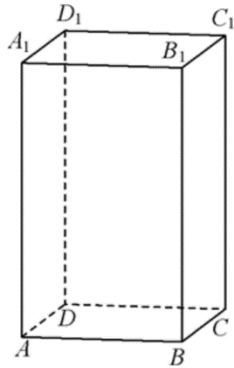


- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, D, A_1, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3, AD = 4, AA_1 = 5$.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: _____.

- 5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,9. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$3^{\log_9(4x+1)} = 9.$$

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\sqrt{754^2 - 304^2}.$$

Ответ: _____.

- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 6t + 250$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 96 м/с?

Ответ: _____.

- 9 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 6,4 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, где p – давление в газе (в Па), V – объём газа (в м^3), $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

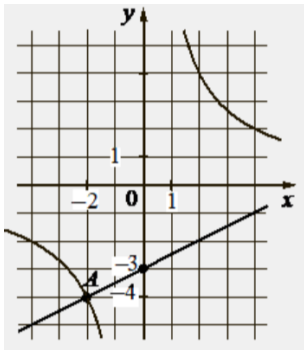
Ответ: _____.

- 10 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(8x) - 8x + 7$ на отрезке $[\frac{1}{16}; \frac{5}{16}]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x}$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

- 14 Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . На AB отмечена точка P такая, что $AP:PB = 3:1$. Точка Q делит пополам ребро B_1C_1 . Точка M делит пополам ребро BC . Через точку M проведена плоскость α , перпендикулярная PQ .

- а) Докажите, что прямая AB параллельна плоскости α .
 б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок PQ , если $AA_1 = 5, AB = 12, \cos \angle ABC = \frac{3}{5}$.

- 15 Решите неравенство

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,25}(x - 3)^4.$$

- 16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 1 464 100 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 2 674 100 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .



17 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

18 При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

19 С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
 б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
 в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	13 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Результаты моих учеников на ЕГЭ 2024: Елена – 100 баллов Дака – 100 баллов Сева – 100 баллов Дмитрий – 100 баллов Андрей – 100 баллов Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	21	
2	7,5	
3	30	
4	0,12	
5	0,271	
6	20	
7	690	
8	18	
9	8	
10	7	
11	8	
12	6	
13	а) $\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}$	
14	$\frac{16}{25}$	
15	$[-2; 3) \cup (3; +\infty)$	
16	10	
17	$\frac{1}{2}$	
18	$(-3; +\infty) \setminus \{0; 2; 6; 12\}$	
19	а) да б) нет в) 51	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$16 \sin x = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

а) $(4^2) \sin x = (4^{-1})^2 \sin 2x$

$$4^{2 \sin x} = 4^{-2 \sin 2x}$$

$$2 \sin x = -2 \sin 2x \quad | :2$$

$$2 \sin x \cdot \cos x + \sin x = 0$$

$$\sin x \cdot (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

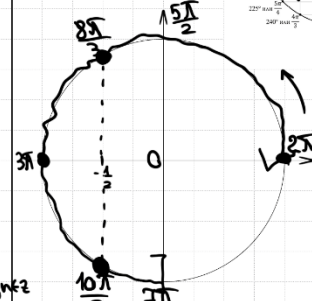
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

б) Ответим корни с помощью окружности



Получим

$$x = 2\pi$$

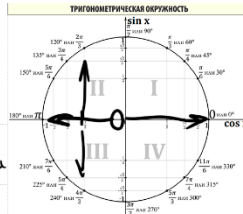
$$x = 3\pi$$

$$x = 3\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

$$x = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

Ответ: а) $\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$

б) $2\pi, \frac{8\pi}{3}, 3\pi, \frac{10\pi}{3}$



ИСТОЧНИКИ

- 1. ЕГЭ (старый банк)
 - 2. ЕГЭ (новый банк)
 - 3. Ященко 2020 (36 вар)
 - 4. Ященко 2019 (36 вар)
 - 5. Основная волна 2017
 - 6. Основная волна 2015
- СТЕПЕНИ**
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
 - $a^n : a^m = a^{n-m}$
 - $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 - $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
 - $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
 - $a^0 = 1$
 - $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
 - $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$
- ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
 - $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 - $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 - $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14

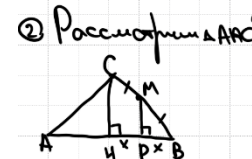
Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . На AB отмечена точка P такая, что $AP:PB = 3:1$. Точка Q делит пополам ребро B_1C_1 . Точка M делит пополам ребро BC . Через точку M проведена плоскость α , перпендикулярная PQ .

ИСТОЧНИКИ
Основная волна 2023

а) Докажите, что прямая AB параллельна плоскости α .

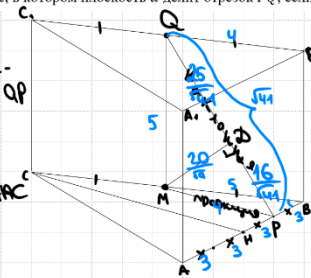
б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок PQ , если $AA_1 = 5, AB = 12, \cos \angle ABC = \frac{3}{5}$.

а) 1) ΔQMP :
Пусть MD - перпендикуляр к прямой QP



2) Рассмотрим ΔABC
 MP - ср. линия ΔBPC
 $MP \parallel CB$
 $MP \perp AB$
прямая QP перпендикулярна AB по ТТП

3) $\alpha \perp QP$
 $AB \perp QP$ (по усл.)
 $\Rightarrow \alpha \parallel AB$



б) 1) $\frac{QD}{PD} = ?$
Пусть $\cos \angle ABC = \frac{3}{5} = \cos \beta$

2) ΔBMP :
 $\cos \beta = \frac{3}{5} = \frac{3}{BM}$
 $BM = 5$
 $BC = 10$
 $MP = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

3) Рассмотрим ΔQMP :
 $MQ = \frac{4 \cdot 5}{\sqrt{41}}$
 $QP = \sqrt{MP^2 - MQ^2} = \frac{16}{\sqrt{41}}$
 $QD = \frac{25}{\sqrt{41}}$
 $\frac{QD}{QP} = \frac{25}{16}$

Ответ: $\frac{25}{16}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	1



17 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

ИСТОЧНИКИ
 ЕГЭ (старый банк)
 ЕГЭ (новый банк)
 Основная волна (Резерв) 2024
 Ященко 2018
 Основная волна 2016
ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ
 Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)
СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА
 180°
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ
 По двум углам

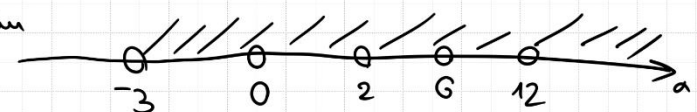
Решение:
 а) $\angle AMC = 90^\circ$
 $\angle AKC = 90^\circ$ эти углы равны и опр. на AC
 Опустим окр-ть с диаметром AC около $AMKC$
 $\angle MEK = 90^\circ$
 $\angle MKH = 90^\circ$ эти углы равны и опр. на MK
 Опустим окр-ть с диаметром MK около $EMKH$
 б) Пусть $\angle CAK = d$
 $\angle CK = 2d$
 $\angle CMK = d$
 $\angle MK = 2d$
 $\angle MEK = d$
 Получаем $\angle CAK = d = \angle MEK$ соответственные
 $EH \parallel AC$

Ответ: 1:2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18 При каких значениях параметра a уравнение $|4x| - x - 3 - a = 0$
 $x^2 - x - a = 0$
 имеет ровно 2 различных решения.

ИСТОЧНИКИ
 Досрочная волна 2019
 Основная волна 2019
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)

Решение:
 а) $|4x| - x - 3 - a = 0$
 б) $x^2 - x - a \neq 0$
 Если $x = 0$, то $|4 \cdot 0| - 0 - 3 - a = 0$
 при $a = -3$ будет решение $x = 0$
 Если $x > 0$, то $4x - x - 3 - a = 0$
 $3x = 3 + a$
 $x = \frac{3+a}{3}$
 $x > 0$, поэтому $\frac{3+a}{3} > 0$
 $3+a > 0$
 при $a > -3$ будет $x = \frac{3+a}{3}$ решение.
 Если $x < 0$, то $-4x - x - 3 - a = 0$
 $5x = -3 - a$
 $x = \frac{-3-a}{5}$
 $x < 0$, поэтому $\frac{-3-a}{5} < 0 \quad | \cdot (-1)$
 $\frac{3+a}{5} > 0$
 при $a > -3$ будет отриц.
 \Rightarrow при $a > -3$ будет 2 разл. реш.
 Найдём при каких a $x = \frac{a+3}{3}$ и $x = \frac{-3-a}{5}$ уравн. неф. вы
 $x^2 - x - a \neq 0$
 Если $x = \frac{a+3}{3}$, то $\left(\frac{a+3}{3}\right)^2 - \left(\frac{a+3}{3}\right) - a \neq 0$
 $\frac{(a+3)^2}{9} - \frac{(a+3)}{3} - a \neq 0 \quad | \cdot 9$
 $a^2 + 6a + 9 - 3a - 9 - 9a \neq 0$
 $a^2 - 6a \neq 0$
 $a(a-6) \neq 0$
 $a \neq 0$ $a \neq 6$
 Если $x = \frac{-3-a}{5}$, то $\left(\frac{-3-a}{5}\right)^2 - \left(\frac{-3-a}{5}\right) - a \neq 0 \quad | \cdot 25$
 $(3+a)^2 + 15 + 5a - 25a \neq 0$
 $a^2 - 4a + 24 \neq 0$
 $a^2 - 4a + 24 = 0$
 $a \neq 12$
 Получаем

Ответ: $(-3; 0) \cup (0; 2) \cup (2; 6) \cup (6; 12) \cup (12; +\infty)$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

19 С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем полученную разность делят на 3.

а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
 б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
 в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

ИСТОЧНИКИ
 Основная школа 2022

а) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 300$

$$\frac{99a + 9b}{3} = 300$$

$$33a + 3b = 300$$

$$11a + b = 100$$

При $a=9 \quad b=1 \quad c=0$

$$\frac{910 - 10}{3} = 300 \checkmark$$

Ответ: а) да, например 910.

б) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 151$

$$\frac{99a + 9b}{3} = 151$$

$$33a + 3b = 151 \quad | :3$$

$$11a + b = \frac{151}{3}$$

Получаем, что сумма целых чисел равна нецелому, что невозможно

Ответ: б) нет.

При $a=9$
 $b=1$
 $c=0$ или любых других цифр
 Получим $\frac{910 - 10}{3} = 300 \checkmark$

а) Да, для числа 910, например
 б) Нет
 в) 51

При $a=100 - b \cdot 10 + c - a - b - c = 99a + 9b = 300 + 3b$
 Результат делится на 3, т.е. $33a + 3b$

Т.к. диапазон чисел от 100 до 600 ас, то $9 \leq a \leq 6$

Если $a=1$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$ } 10 вариантов значений
 Если $a=2$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$ } 10 вариантов значений
 Если $a=3$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$ } 10 р.з.
 Если $a=4$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$ } 10 р.з.
 Если $a=5$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$ } 10 р.з.
 Если $a=6$, то $b=0$, тогда $33a + 3b = 198$ - единственное значение

Получим, что в результате операции может получиться 51 разное число
 Ответ: 51

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 18





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

