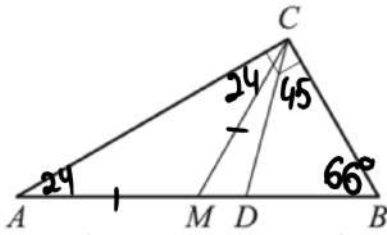


1

Острый угол B прямоугольного треугольника равен 66° . Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



$$\angle A = 180 - 90 - 66 = 24$$

$$\angle MCD = 90 - 45 - 24 = 21$$

ОТВЕТ | 2 | 1

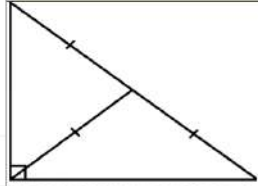
ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2017
 Основная волна 2021
 Основная волна (Резерв) 2022
 Досрочная волна 2023

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

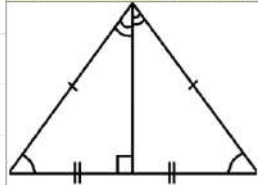
180°

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

2

Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны 3 и 5, а угол между ними равен 60° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



238861

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5$$

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

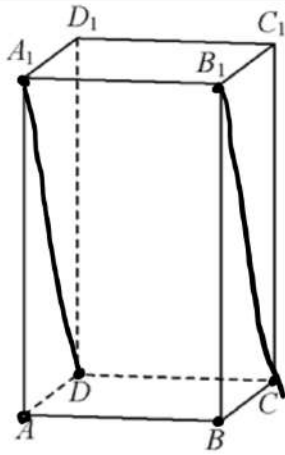
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

где φ – угол между векторами

ОТВЕТ | 7 | , | 5

3

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, D, A_1, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3, AD = 4, AA_1 = 5$.



C352F6

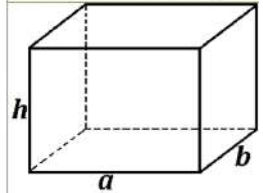
$$V_{\text{шк.}} = \frac{1}{2} V_{\text{пар.}} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 30$$

ОТВЕТ 3 0

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
Основная волна 2024
Досрочная волна 2023

ОБЪЁМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА



$$V = abh$$

4

Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

eFFB3B

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Досрочная волна 2024
Пробный ЕГЭ 2017

НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

Несовместные события – это события, которые не могут наступить одновременно

ПРИМЕР:

Событие A – на кубике выпало чётное число очков

Событие B – на кубике выпало нечётное число очков

Нельзя бросить кубик так, чтобы оба события наступили одновременно

Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

$$0,75 = 0,63 + x$$

$$x = 0,12$$

ОТВЕТ 0 , 1 2

5

Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,9. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

73B69F

$$① P(\text{все лампы сгорят}) = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729$$

$$② P(\text{хотя бы одна не сгорит}) = 1 - 0,729 = 0,271$$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СОБЫТИЯ

Сумма вероятностей наступления противоположных событий равна 1

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

ПРИМЕР:

Событие A — выпадение орла
Событие \bar{A} — выпадение решки

Если при одном бросании монеты не выпал орёл, то точно выпадет решка

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2024
Основная волна 2022
Досрочная волна 2022

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события — это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:

Событие A — в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
Событие B — в кофе-автомате из Читы закончится кофе

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

ОТВЕТ 0,271

6

Найдите корень уравнения $3^{\log_9(4x+1)} = 9$.

036C77

$$3^{\log_9(4x+1)} = 3^2$$

$$\log_9(4x+1) = 2$$

$$81 = 4x + 1$$

$$80 = 4 \cdot x$$

$$x = 20$$

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА
Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОТВЕТ 20

7

Найдите значение выражения

$$\sqrt{754^2 - 304^2} = \sqrt{(754-304) \cdot (754+304)} = \sqrt{450 \cdot 1058} =$$

$$= \sqrt{225 \cdot 529 \cdot 4} = 15 \cdot 23 \cdot 2 = 690$$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна (Резерв) 2019
ФСУ

- 1 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- 2 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- 5 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- 6 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ОТВЕТ | 6 | 9 | 0

8

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 6t + 250$, где x

— расстояние от точки отсчёта в метрах,

 t — время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 96 м/с?

D14B5E

$$v(t) = \frac{1}{6} \cdot 3t^2 - 2 \cdot 2t + 6 = 96$$

$$\frac{t^2}{2} - 4t - 90 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$t^2 - 8t - 180 = 0$$

$$t = 18 \quad t = \cancel{10}$$

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ
ПРОИЗВОДНОЙ

$$S'(t) = V(t)$$

$$V'(t) = a(t)$$

ПРОИЗВОДНЫЕ

1 $C' = 0$

2 $x' = 1$

3 $(Cx)' = C$

4 $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

5 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6 $(U \cdot V)' = U'V + UV'$

7 $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$

8 $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$

9 $(\sin x)' = \cos x$

10 $(\cos x)' = -\sin x$

11 $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

12 $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

13 $(e^x)' = e^x$

14 $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

15 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

16 $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ОТВЕТ | 1 | 8

9

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 6,4 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, где p — давление в газе (в Па), V — объём газа (в м^3), $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Досрочная волна 2019

$$2 \cdot 10^5 \cdot V^{\frac{5}{3}} = 6,4 \cdot 10^6$$

$$V^{\frac{5}{3}} = \frac{6,4 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^5} = 32 = 2^5$$

$$V^{\frac{5}{3}} = 2^5 \quad \left| \wedge^{\frac{1}{5}} \right.$$

$$V^{\frac{1}{3}} = 2^1 \quad \left| \wedge^3 \right.$$

$$V = 8$$

ОТВЕТ | 8

10

Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

ИСТОЧНИКИ

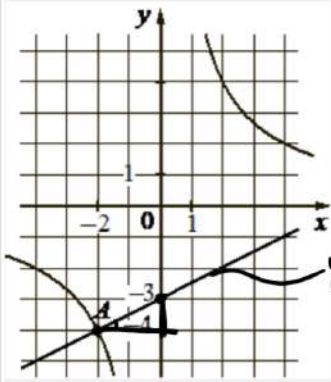
Досрочная волна 2023

	Пр-ть	Время	Кол-во Литр.	
I	$4 \frac{1}{\text{мин}}$	2	8	$\frac{4}{1} + \frac{8}{7} = \frac{36}{x}$ $\frac{36}{7} = \frac{36}{x}$ $x = 7$
II	$\frac{8}{7} \frac{1}{\text{мин}}$	7	8	
Вместе	$\frac{36}{x} \frac{1}{\text{мин}}$	X	36	

ОТВЕТ | 7

11

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



$$A(-2; -4)$$

$$-4 = \frac{k}{-2}$$

$$k = 8$$

$$y = \frac{8}{x}$$

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

6FA927

$$\frac{8}{x} = \frac{x}{2} - 3 \quad | \cdot x$$

$$8 = \frac{x^2}{2} - 3x \quad | \cdot 2$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$x_B = 8 \quad x_A = -2$$

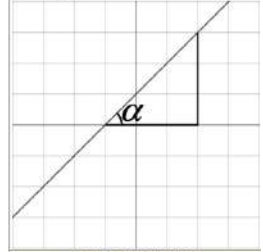
ОТВЕТ | 8

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2024
Основная волна 2023
Досрочная волна 2022

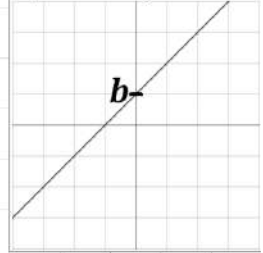
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ k

k отвечает за наклон прямой
 $k = \operatorname{tg} \alpha$



ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ b

b отвечает за координату пересечения оси y



12

Найдите наибольшее значение функции

$y = \ln(8x) - 8x + 7$ на отрезке $\left[\frac{1}{16}; \frac{5}{16}\right]$.

$$\textcircled{1} y' = \frac{1 \cdot 8}{8x} - 8 = 0$$

$$\frac{1}{x} = 8$$

$$x = \frac{1}{8}$$

$$\textcircled{2} y\left(\frac{1}{8}\right) = \ln 1 - 8 \cdot \frac{1}{8} + 7 = 6$$

$$y\left(\frac{1}{16}\right) = \dots$$

$$y\left(\frac{5}{16}\right) = \dots$$

ОТВЕТ | 6

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2018
Пробный ЕГЭ 2016

ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

13 а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

а) $(4^2)^{\sin x} = (4^{-1})^{2 \sin 2x}$

$$4^{2 \sin x} = 4^{-2 \sin 2x}$$

$$2 \sin x = -2 \sin 2x \quad | :2$$

$$2 \sin x \cdot \cos x + \sin x = 0$$

$$\sin x \cdot (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

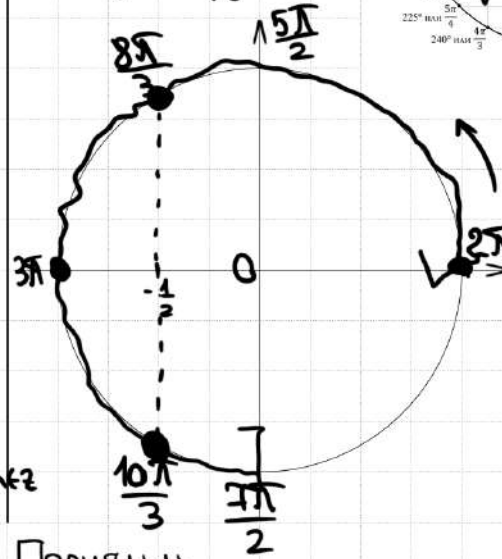
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим

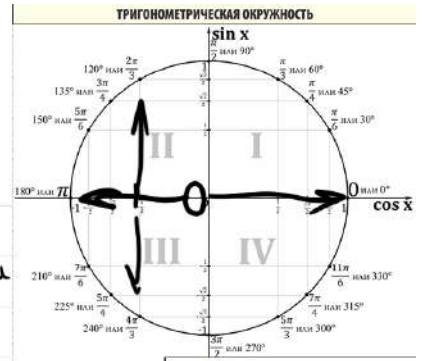
$$x = 2\pi$$

$$x = 3\pi$$

$$x = 3\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

$$x = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

Ответ: а) πn ; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}$.



ИСТОЧНИКИ

- ФИПИ (старый банк)
- ФИПИ (новый банк)
- Яценко 2020 (36 вар)
- Яценко 2019 (36 вар)
- Основная волна 2017
- Основная волна 2015

СТЕПЕНИ

- 1 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- 2 $a^n : a^m = a^{n-m}$
- 3 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- 4 $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- 5 $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- 6 $a^0 = 1$
- 7 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- 8 $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

- 1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- 2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 3 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- 4 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . На AB отмечена точка P такая, что $AP:PB = 3:1$. Точка Q делит пополам ребро B_1C_1 . Точка M делит пополам ребро BC . Через точку M проведена плоскость α , перпендикулярная PQ .

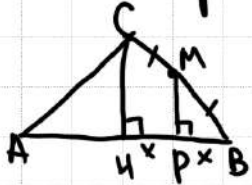
а) Докажите, что прямая AB параллельна плоскости α .

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок PQ , если $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$.

а) ① $\triangle QMP$:

Пусть MD — перпендикуляр к прямой QP

② Рассмотрим $\triangle ABC$



MP — ср. линия $\triangle BAC$

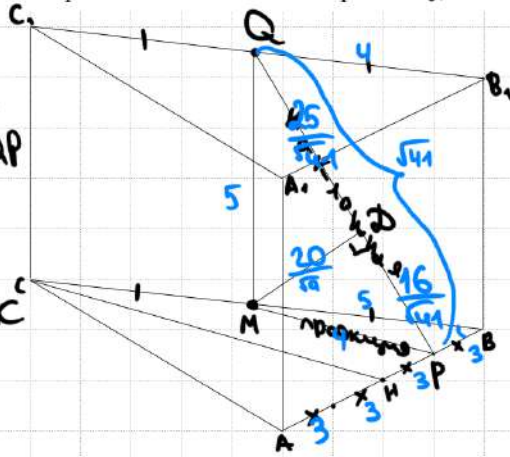
$MP \parallel AC$
 $MP \perp AB$

проекция

QP — проекция AB по ТТП

③ $\alpha \perp QP$
 $AB \perp QP$ (по усл.)

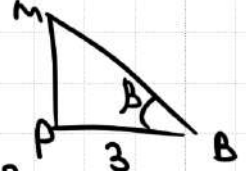
$\Rightarrow \alpha \parallel AB$ ■



б) ① $\frac{QD}{PD} = ?$

Пусть $\cos \angle ABC = \frac{3}{5} = \cos \beta$

② $\triangle BMP$:



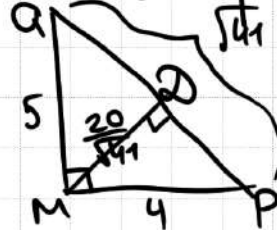
$$\cos \beta = \frac{3}{5} = \frac{3}{BM}$$

$$BM = 5$$

$$BC = 10$$

$$MP = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

③ Рассмотрим $\triangle QMP$:



$$MD = \frac{4 \cdot 5}{\sqrt{41}}$$

$$DP = \sqrt{MP^2 - MD^2} = \frac{16}{\sqrt{41}}$$

$$QD = \frac{25}{\sqrt{41}}$$

$$\frac{QD}{DP} = \frac{25}{16}$$

Ответ: $\frac{25}{16}$.

$$\log_{0,5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27) \leq \log_{0,25}(x - 3)^4$$

$$\log_{0,5}(x^2(x-3) - 9 \cdot (x-3)) \leq \log_{0,5^2}(x-3)^4$$

$$\log_{0,5}((x-3)(x^2-9)) \leq \log_{0,5}(x-3)^2$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} (x-3)(x^2-9) \geq (x-3)^2 \end{cases}$$

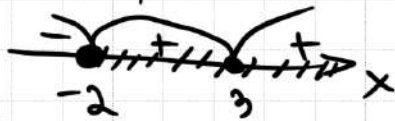
$$\textcircled{2} (x-3)(x^2-9) > 0$$

$$\textcircled{3} (x-3)^2 > 0$$

$$\textcircled{1} (x-3)(x-3)(x+3) - (x-3)^2 \geq 0$$

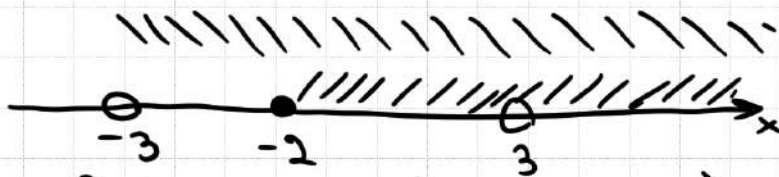
$$(x-3)^2 \cdot (x+3-1) \geq 0$$

$$(x-3)^2 \cdot (x+2) \geq 0$$



$$\textcircled{3} x \neq 3$$

Найдём пересечение:



Ответ: $[-2; 3) \cup (3; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Основная волна 2023

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1 $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$

2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$

3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

4 $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

5 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

ФСУ

1 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

5 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

6 $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

7 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 1 464 100 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 2 674 100 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Пусть S – сумма долга

$$x = 1\,464\,100$$

$$y = 2\,674\,100$$

$$1 + \frac{r}{100} = b$$

март – месяц платежа

Кредит на 4 года

Дата	Сумма долга
и 20	S
л 21	$S \cdot b$
м 21	$S \cdot b - x$
л 22	$Sb^2 - xb$
м 22	$Sb^2 - xb - x$
л 23	$Sb^3 - xb^2 - xb$
м 23	$Sb^3 - xb^2 - xb - x$
л 24	$Sb^4 - xb^3 - xb^2 - xb$
м 24	$Sb^4 - xb^3 - xb^2 - xb - x = 0$

$$\textcircled{1} \begin{cases} Sb^4 - xb^3 - xb^2 - xb - x = 0 \\ \textcircled{2} Sb^2 - yb - y = 0 \end{cases}$$

Выразим $Sb^2 = yb + y$

Подставим в $\textcircled{1}$

$$(yb + y) \cdot b^2 - xb^3 - xb^2 - xb - x = 0$$

$$yb^3 + yb^2 - xb^3 - xb^2 - xb - x = 0$$

$$yb^2 \cdot (b+1) - xb^2 \cdot (b+1) - x \cdot (b+1) = 0$$

$$(b+1) \cdot (yb^2 - xb^2 - x) = 0$$

$$b = -1$$

$$1 + \frac{r}{100} = -1$$

$$r = -200\% \quad \text{X}$$

$$(y-x) \cdot b^2 = x$$

$$b^2 = \frac{x}{y-x}$$

$$b^2 = \frac{1\,464\,100}{121\,000} = \frac{121}{100}$$

$$b = \frac{11}{10} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$\frac{r}{100} = 0,1$$

$$r = 10\%$$

Кредит на 2 года

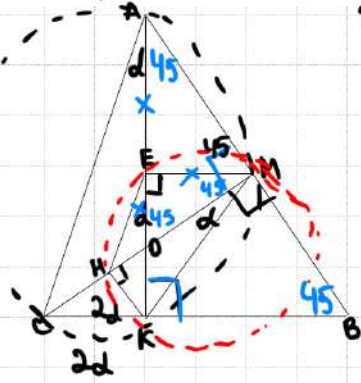
Дата	Сумма долга
и 20	S
л 21	$S \cdot b$
м 21	$Sb - y$
л 22	$Sb^2 - yb$
м 22	$Sb^2 - yb - y = 0$

Ответ: 10.

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

а) ① $\angle AMC = 90^\circ$
 $\angle AKC = 90^\circ$ эти углы равны и опр. на AC
 Опшем окр-ть с диаметром AC около $AMKC$



② $\angle MEK = 90^\circ$
 $\angle MKC = 90^\circ$ эти углы равны и опр. на MK
 Опшем окр-ть с диаметром MK около $EMKH$

③ Пусть $\angle CAK = d$
 $\angle CK = 2d$
 $\angle CMK = d$
 $\angle MK = 2d$
 $\angle KEK = d$

Получаем
 $\angle CAK = d = \angle KEK$ соответственные
 $EH \parallel AC$ ■

д) $\frac{EH}{AC} = k = \frac{EO}{AO} = \frac{HO}{OC}$
 где k - это коэфф. подобия
 $\triangle EOK \sim \triangle AOC$ по 2 углам

② $\triangle ABK$: $\angle BAK = 180 - 90 - 45 = 45$

$\triangle AEM$: $\angle AME = 180 - 90 - 45 = 45$
 $\angle EMO = 45$
 $\angle EOM = 45$

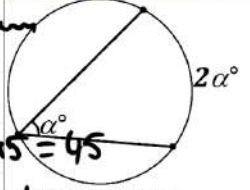
т.е. $\triangle EOM \sim \triangle AEM$ - п/д.
 Пусть $EM = x = EO = AE$
 Тогда $\frac{EH}{AC} = \frac{EO}{AO} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

Ответ: 1:2.

ИСТОЧНИКИ

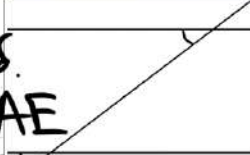
ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна (Резерв) 2024
 Ященко 2018
 Основная волна 2016

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ



Центральный угол равен половине дуги, на которую он опирается

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ

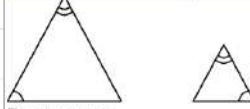


Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По двум углам

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

Досрочная волна 2023
 Основная волна 2019
 Ященко 2022 (36 вар)
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)

имеет ровно 2 различных решения.

① $|4x| - x - 3 - a = 0$

② $x^2 - x - a \neq 0$

Если $x = 0$, то $|4 \cdot 0| - 0 - 3 - a = 0$
 при $a = -3$ будет решение $x = 0$
 $\Rightarrow a \neq -3$

Если $x > 0$, то $4x - x - 3 - a = 0$
 $3x = 3 + a$
 $x = \frac{3+a}{3}$
 $x > 0$, поэтому $\frac{3+a}{3} > 0$

при $a > -3$ будет $x = \frac{3+a}{3}$ найдем.

Если $x < 0$, то $-4x - x - 3 - a = 0$
 $5x = -3 - a$
 $x = -\frac{3+a}{5}$
 $x < 0$, поэтому $-\frac{3+a}{5} < 0 \quad | \cdot (-1)$

при $a > -3$ будет отриц. $x = -\frac{3+a}{5}$

\Rightarrow при $a > -3$ будет 2 разл. реш.

Найдем при каких a $x = \frac{a+3}{3}$ и $x = -\frac{3-a}{5}$ удовл. не-ву

$x^2 - x - a \neq 0$

Если $x = \frac{a+3}{3}$, то

$$\left(\frac{a+3}{3}\right)^2 - \left(\frac{a+3}{3}\right) - a \neq 0$$

$$\frac{(a+3)^2}{9} - \frac{(a+3)}{3} - a \neq 0 \quad | \cdot 9$$

$$a^2 + 6a + 9 - 3a - 9 - 9a \neq 0$$

$$a^2 - 6a \neq 0$$

$$a(a-6) \neq 0$$

$a \neq 0$ $a \neq 6$

Если $x = -\frac{3-a}{5}$, то

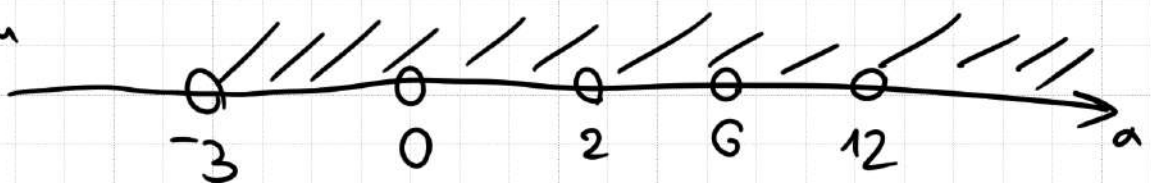
$$\left(-\frac{3-a}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3-a}{5}\right) - a \neq 0 \quad | \cdot 25$$

$$(3+a)^2 + 15 + 5a - 25a \neq 0$$

$$a^2 - 14a + 24 \neq 0$$

$a \neq 2$
 $a \neq 12$

Получаем



Ответ: $(-3; 0) \cup (0; 2) \cup (2; 6) \cup (6; 12) \cup (12; +\infty)$

С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
 б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
 в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

$$а) \frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 300$$

$$\frac{99a + 9b}{3} = 300$$

$$33a + 3b = 300$$

$$11a + b = 100$$

При $a=9$ $b=1$ $c=0$

$$\frac{910 - 10}{3} = 300 \checkmark$$

Ответ: а) да, например 910.

$$б) \frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 151$$

$$\frac{99a + 9b}{3} = 151$$

$$33a + 3b = 151 \quad | :3$$

$$11 \cdot a + b = \frac{151}{3}$$

Получаем, что сумма целых чисел равна нецелому, что невозможно.
 Ответ: б) нет.

При $a=9$
 $b=1$
 $c=0$ (или любая другая цифра)
 Получаем $\frac{910 - 10}{3} = 300 \checkmark$

В $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 99a + 9b = 33a + 3b$
 Результат зависит от a и b $33a + 3b$

ОТВЕТ: а) Да, для числа 910, например.
 б) Нет.
 в) 51

Т.е. для числа от 100 до 600 вкл, то $1 \leq a \leq 6$

Если $a=1$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

33
36
39
42
45
48
51
54
57
60

 } 10 разных значений

Если $a=2$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

66
69
72
75
78
81
84
87
90
93

 } 10 разных значений

Если $a=3$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

99
102
105
108
111
114
117
120
123
126

 } 10 р.з.

Если $a=4$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

132
135
138
141
144
147
150
153
156
159

 } 10 р.з.

Если $a=5$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

165
168
171
174
177
180
183
186
189
192

 } 10 р.з.

Если $a=6$, то $b=0$, тогда $33a + 3b = 198$ - единственное значение

Получаем, что в результате операции может получиться 51 разное число.
 Ответ: в) 51.