

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2023–2024 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Даны два утверждения:

1. Функция полезности $u(x, y) = x + y$ описывает тот факт, что товары x и y являются совершенными субститутами (заменителями).

2. Кривая безразличия – множество всевозможных комбинаций благ, имеющих для потребителя одинаковую полезность и по отношению к выбору которых он безразличен.

Какие из утверждений являются верными?

- оба верны
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

2. Кристина является производителем фруктового пюре. Известно, что предельные издержки Q -й порешки имеют вид $MC = 2Q + 4$. Какая из функций ниже описывает общие издержки Кристины, если количество порешек может быть равно только натуральному числу или нулю?

- $TC = Q^2 + 5Q$
- $TC = Q^2$
- $TC = 2Q + 2$
- $TC = Q^2 + 4Q$

3. Даны два утверждения:

1. Сальдо торгового баланса страны – это разница между стоимостью экспорта и импорта.

2. Торговый оборот страны – это сумма стоимостей экспорта и импорта.

Какие из утверждений являются верными?

- оба верны
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

4. Предположим, что номинальные доходы населения в стране R были 100 у.е. в начале 2022 года и выросли на 10 % к началу 2023 года. Инфляция в стране R за 2022 год составила 12 %. Как изменились реальные доходы населения страны R ?

- выросли на 2 % или более
- выросли менее чем на 2 %
- сократились менее чем на 2 %
- сократились на 2 % или более

5. Предположим, что в стране P на рынке автомобилей произошло два события: подорожали комплектующие, из которых эти автомобили собирают, и снизился спрос на автомобили.

В рамках модели спроса и предложения эти события привели к

- уменьшению равновесного количества, при этом равновесная цена могла как вырасти, так и упасть
- уменьшению равновесного количества и росту равновесной цены
- уменьшению равновесного количества и снижению равновесной цены
- увеличению равновесного количества и снижению равновесной цены

Задания с кратким ответом

6. Отдача от масштаба в случае производственной функции – это изменения в объёме производства фирмы в результате пропорционального увеличения всех факторов производства.

Пусть производственная функция фирмы зависит от двух факторов производства, труда и капитала:

$$Q(K, L) = \sqrt{KL}$$

Предположим, что и труд, и капитал выросли в 2 раза. Во сколько раз вырос объём производства фирмы?

7. В стране X в 2015 г. совокупный выпуск составил 28 у.е., потребление 15 у.е., экспорт 3 у.е, импорт 1 у.е. Бюджет страны X является сбалансированным, при этом налоговые поступления оказались равны 5 у.е. Также известна зависимость инвестиций в стране X от ставки процента: $I = 15 - 3r$, где r измеряется в процентах. Найдите ставку процента в стране X в 2015 году.

Единое условие для заданий 8–10

Разработчик компьютерных игр AB выпускает на рынок новый продукт W . Целевая аудитория продукта W состоит из трёх сегментов:

1. 300 тысяч «фанатов», которые приобретут продукт W при любой цене до 500 долларов включительно.

2. 1500 тысяч «активных игроков», совокупный спрос которых на продукт W зависит только от его цены и выражается функцией $Q_d = 1\,500\,000 - 5\,000P$, где P – цена продукта W в долларах.

3. Неограниченное число «новых игроков», которые готовы приобретать продукт W , если он наберёт значительную популярность. Совокупный спрос «новых игроков» на продукт W зависит от его цены и от количества игроков, которые до этого приобрели продукт, и выражается функцией

$$Q_d = (n - 1\,000\,000) - 3000P,$$

где n – количество «фанатов» и «активных игроков», которые приобрели продукт W , $n \geq 1000000$.

Разработчик AB не имеет возможности дискриминировать своих покупателей, иначе говоря, может назначить лишь одну цену на продукт W .

8. Определите максимум выручки, если разработчик назначил такую цену, что продукт покупают только «фанаты». Ответ дайте в млн долларов.

9. Определите максимум выручки, если разработчик назначил такую цену, что продукт покупают только «фанаты» и «активные игроки» («новые игроки» не покупают). Ответ дайте в млн долларов.

10. Определите, какую цену в долларах следует назначить разработчику, чтобы максимизировать выручку от продукта W .

11. Вася решил измерить неравенство распределения круассанов с клубникой в своей группе. Он знает, что ни у кого, кроме него самого, нет круассанов с клубникой. Чему равен индекс Джини, показывающий неравенство по распределению круассанов в группе, если её численность составляет 25 человек?

12. Инна является единственным поставщиком орехов макадамия, что делает её монополистом. Издержки Инны выглядят следующим образом: $TC = Q^2 + 4Q$. Спрос имеет вид $Q_d = 100 - P$, где Q – количество килограммов, а P – цена за килограмм орехов. Государство решило ввести на Инну специальный налог – за каждый проданный килограмм орехов сверх 20 кг Инна должна платить 8 д.е. в казну. Сколько килограммов орехов продаст Инна в таком случае?

13. Лёша является монополистом на рынке акульего жира в Кирове. Известно, что его предельные издержки постоянны и равны 6. Также известно, что в точке оптимума эластичность спроса по цене равна (-3) . Предположим, что спрос задаётся следующим уравнением: $Q_d = a - bp$, где p – цена за единицу акульего жира. Чему равно отношение $\frac{a}{b}$?

14. Фирма «Ай» за мир без ран и ссадин. Для этого она выпускает зелёнку (x) и йод (y). Известно, что КПВ фирмы описывается следующим уравнением: $y = 300 - 4x$. При этом «Ай» тесно общается с Максом – обладателем лаборатории. Он готов неограниченно обменивать один йод на две зелёнки и наоборот. Однако «Ай» продаёт зелёнку и йод не отдельно, а смешивает их и получает йодазелин. Известно, что одна единица йодазелина состоит из $\frac{2}{3}$ единицы йода и $\frac{1}{3}$ единицы зелёнки. Какое максимальное количество единиц йодазелина может получить фирма?

15. Компания «По краешку» – монополист на рынке пошива одежды, спрос на её футболки описывается функцией $P = 24 - x$, где P – цена футболки, а x – количество проданных футболок.

В свою очередь, компания «По краешку» является единственным покупателем ткани у компании «С миру по ниточке», которая также является единственной на рынке компанией. Сначала «С миру по ниточке» устанавливает цену на свою ткань, а потом продаёт компании «По краешку» любой объём ткани, который она будет готова приобрести. Издержки на производство «С миру по ниточке» описываются функцией $TC(y) = y^2$, где y – количество произведённых метров ткани. «По краешку» необходимо 2 метра ткани для производства одной футболки. Обе компании максимизируют свою прибыль. По какой цене за 1 метр ткани компания «По краешку» будет закупать продукцию у компании «С миру по ниточке»?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2023–2024 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС
ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Даны два утверждения:

1. Функция полезности $u(x, y) = x + y$ описывает тот факт, что товары x и y являются совершенными субститутами (заменителями).
2. Кривая безразличия – множество всевозможных комбинаций благ, имеющих для потребителя одинаковую полезность и по отношению к выбору которых он безразличен.

Какие из утверждений являются верными?

- **оба верны**
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

За верный ответ – 4 балла.

2. Кристина является производителем фруктового пюре. Известно, что предельные издержки Q -й порешки имеют вид $MC = 2Q + 4$. Какая из функций ниже описывает общие издержки Кристины, если количество порешек может быть равно только натуральному числу или нулю?

- $TC = Q^2 + 5Q$
- $TC = Q^2$
- $TC = 2Q + 2$
- $TC = Q^2 + 4Q$

Комментарий:

Предельные издержки в случае производства целочисленного товара находятся из соотношения:

$$MC(Q) = TC(Q) - TC(Q - 1)$$

За верный ответ – 4 балла.

3. Даны два утверждения:

1. Сальдо торгового баланса страны – это разница между стоимостью экспорта и импорта.

2. Торговый оборот страны – это сумма стоимостей экспорта и импорта.

Какие из утверждений являются верными?

- **оба верны**
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

За верный ответ – 4 балла.

4. Предположим, что номинальные доходы населения в стране R были 100 у.е. в начале 2022 года и выросли на 10 % к началу 2023 года. Инфляция в стране R за 2022 год составила 12 %. Как изменились реальные доходы населения страны R ?

- выросли на 2 % или более
- выросли менее чем на 2 %
- **сократились менее чем на 2 %**
- сократились на 2 % или более

За верный ответ – 4 балла.

5. Предположим, что в стране P на рынке автомобилей произошло два события: подорожали комплектующие, из которых эти автомобили собирают, и снизился спрос на автомобили.

В рамках модели спроса и предложения эти события привели к

- **уменьшению равновесного количества, при этом равновесная цена могла как вырасти, так и упасть**
- уменьшению равновесного количества и росту равновесной цены
- уменьшению равновесного количества и снижению равновесной цены
- увеличению равновесного количества и снижению равновесной цены

За верный ответ – 4 балла.

Максимальная оценка за тестовые задания – 20 баллов.

Задания с кратким ответом

6. Отдача от масштаба в случае производственной функции – это изменения в объёме производства фирмы в результате пропорционального увеличения всех факторов производства.

Пусть производственная функция фирмы зависит от двух факторов производства, труда и капитала:

$$Q(K, L) = \sqrt{KL}$$

Предположим, что и труд, и капитал выросли в 2 раза. Во сколько раз вырос объём производства фирмы?

Ответ: 2.

Решение:

$$Q_1 = \sqrt{K_1 L_1} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot K_0 L_0} = 2\sqrt{K_0 L_0} = 2Q_0$$

За верный ответ – 8 баллов.

7. В стране X в 2015 г. совокупный выпуск составил 28 у.е., потребление 15 у.е., экспорт 3 у.е, импорт 1 у.е. Бюджет страны X является сбалансированным, при этом налоговые поступления оказались равны 5 у.е. Также известна зависимость инвестиций в стране X от ставки процента: $I = 15 - 3r$, где r измеряется в процентах. Найдите ставку процента в стране X в 2015 году.

Ответ: 3.

Решение:

Основное макроэкономическое тождество:

$$Y = C + I + G + X_n$$

С учётом сбалансированного бюджета, то есть ситуации, в которой $G = T = 5$, можно найти объём инвестиций:

$$28 = 15 + I + 5 + (3 - 1)$$

$$I = 6$$

$$15 - 3r = 6$$

$$r = 3$$

3% - ставка процента.

За верный ответ – 8 баллов.

Единое условие для заданий 8–10

Разработчик компьютерных игр АВ выпускает на рынок новый продукт W. Целевая аудитория продукта W состоит из трёх сегментов:

1. 300 тысяч «фанатов», которые приобретут продукт W при любой цене до 500 долларов включительно.

2. 1500 тысяч «активных игроков», совокупный спрос которых на продукт W зависит только от его цены и выражается функцией $Q_d = 1\,500\,000 - 5\,000P$, где P – цена продукта W в долларах.

3. Неограниченное число «новых игроков», которые готовы приобретать продукт W, если он наберёт значительную популярность. Совокупный спрос

«новых игроков» на продукт W зависит от его цены и от количества игроков, которые до этого приобрели продукт, и выражается функцией

$$Q_d = (n - 1\,000\,000) - 3000P,$$

где n – количество «фанатов» и «активных игроков», которые приобрели продукт W , $n \geq 1\,000\,000$.

Разработчик AB не имеет возможности дискриминировать своих покупателей, иначе говоря, может назначить лишь одну цену на продукт W .

8. Определите максимум выручки, если разработчик назначил такую цену, что продукт покупают только «фанаты». Ответ дайте в млн долларов.

Ответ: 150.

Решение:

«Активные игроки» приобретают продукт при цене от 0 до

$$\frac{1\,500\,000}{5\,000} = 300$$

Для того чтобы «новые игроки» начали присоединяться к продукту, по крайней мере 700 000 «активных игроков» должны приобрести продукт (поскольку «фанаты» точно приобретут, а для входа «новых игроков» нужно набрать не менее 1 миллиона игроков в первых двух группах). Это случится при цене от 0 до

$$\frac{1\,500\,000 - 700\,000}{5\,000} = 160$$

Таким образом, при $P > 500$ «фанаты» (из условия) и «активные игроки» (из отрицательного спроса) не приобретают продукт; следовательно, и «новые игроки» продукт не приобретают. На данном отрезке величина спроса нулевая, выручка отсутствует.

Если цена лежит на интервале $300 < P \leq 500$ – все «фанаты» покупают продукт, «активные игроки» не покупают (из отрицательности спроса). «Новые игроки» не покупают, так как не набралось достаточного числа пользователей. Максимум выручки достигается при цене 500 и она будет равна 150 млн долларов.

За верный ответ – 8 баллов.

9. Определите максимум выручки, если разработчик назначил такую цену, что продукт покупают только «фанаты» и «активные игроки» («новые игроки» не покупают). Ответ дайте в млн долларов.

Ответ: 162.

Решение:

Из решения задания 8 мы знаем, что если цена больше 300, то «активные игроки» не покупают, а при цене больше 160 не покупают «новые игроки», поэтому рассмотрим интервал цены $160 < P \leq 300$ – все «фанаты» покупают продукт, «активные игроки» покупают продукт в объеме

$Q_d = 1\,500\,000 - 5\,000P$; при этом общего числа пользователей недостаточно для подключения «новых игроков». Найдём максимум выручки:

$$TR = P \cdot (1\,500\,000 - 5\,000P) + 300\,000P \rightarrow \max$$

$$TR = P \cdot (1\,800\,000 - 5\,000P)$$

Выражение выше представляет собой квадратичную функцию с ветвями вниз, наибольшее значение достигается в точке

$$P^* = \frac{-1\,800\,000}{2 \cdot (-5\,000)} = 180$$

Точка лежит на участке $(160; 300]$, следовательно, оптимум на данном участке достигается в ней и равен

$$TR = 180 \cdot (1\,800\,000 - 5\,000 \cdot 180) = 180 \cdot 900\,000 = 162\,000\,000$$

Наибольшая выручка на этом участке 162 млн долларов превышает выручку на участке $(300; 500]$ и пока является оптимумом.

За верный ответ – 8 баллов.

10. Определите, какую цену в долларах следует назначить разработчику, чтобы максимизировать выручку от продукта W .

Ответ: 180.

Решение:

Для ответа на вопрос осталось рассмотреть только участок, когда цена меньше или равна 160, так как тогда все три группы игроков будут покупать игру.

$0 \leq P \leq 160$ – все «фанаты» покупают продукт, «активные игроки» покупают продукт в объёме $Q_d^a = 1\,500\,000 - 5\,000P$, «новые игроки» покупают продукт в объёме $Q_d^n = (n - 1\,000\,000) - 3\,000P$. Выразим число n через цену (количество «фанатов» и «активных игроков»):

$$n = 300\,000 + 1\,500\,000 - 5\,000P = 1\,800\,000 - 5\,000P$$

Тогда уравнение выручки примет вид:

$$TR = 300\,000P + P \cdot (1\,500\,000 - 5\,000P) + \\ + P \cdot ((800\,000 - 5\,000P) - 3\,000P)$$

$$TR = P \cdot (1\,800\,000 - 5\,000P) + P \cdot (800\,000 - 8\,000P)$$

$$TR = P \cdot (2\,600\,000 - 13\,000P)$$

Выражение выше представляет собой квадратичную функцию с ветвями вниз, наибольшее значение достигается в точке

$$P^* = \frac{-2\,600\,000}{2 \cdot (-13\,000)} = 100$$

Точка лежит на участке $[0; 160]$, следовательно, оптимум на данном участке достигается в ней и равен

$$TR = 100 \cdot (2\,600\,000 - 1\,300\,000) = 130\,000\,000$$

Наибольшая выручка на этом участке 130 млн долларов ниже выручки на участке $(160; 300]$, следовательно, оптимальное решение достигается при цене продукта W , равной 180 долларов.

За верный ответ – 8 баллов.

11. Вася решил измерить неравенство распределения круассанов с клубникой в своей группе. Он знает, что ни у кого, кроме него самого, нет круассанов с клубникой. Чему равен индекс Джини, показывающий неравенство по распределению круассанов в группе, если её численность составляет 25 человек?

Ответ: 0,96 / 96.

Решение:

У нас в рассмотрении есть две группы: 24 человека из 25, у которых суммарно нет ни одного круассана, и Василий (1/25 группы), у которого 100% круассанов. Исходя из этой информации индекс Джини равен $24/25 = 0,96$ или 96%.

За верный ответ – 8 баллов.

12. Инна является единственным поставщиком орехов макадамия, что делает её монополистом. Издержки Инны выглядят следующим образом: $TC = Q^2 + 4Q$. Спрос имеет вид $Q_d = 100 - P$, где Q – количество килограммов, а P – цена за килограмм орехов. Государство решило ввести на Инну специальный налог – за каждый проданный килограмм орехов сверх 20 кг Инна должна платить 8 д.е. в казну. Сколько килограммов орехов продаст Инна в таком случае?

Ответ: 22.

Решение:

Найдём равновесный объём продаж орехов до введения налога.

$$PR = (100 - Q) \cdot Q - Q^2 - 4Q = 96Q - 2Q^2$$

Это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$Q = \frac{96}{2 \cdot 2} = 24$$

Прибыль при данном количестве положительная, $24 > 20$, значит, Инна будет облагаться налогом. Её прибыль в этом случае выглядит кусочно:

$$PR = \begin{cases} (100 - Q) \cdot Q - Q^2 - 4Q, & Q \leq 20 \\ (100 - Q) \cdot Q - Q^2 - 4Q - 8Q, & Q > 20 \end{cases}$$

На первом участке: $100 - 2Q - 2Q - 4 = 0, Q = 24 > 20$, не подходит.

Второй участок: $100 - 2Q - 2Q - 4 - 8 = 0, Q = 22 > 20$, то есть подходит.

Значит, Инна будет производить 22 кг орехов.

За верный ответ – 8 баллов.

13. Лёша является монополистом на рынке акульего жира в Кирове. Известно, что его предельные издержки постоянны и равны 6. Также известно, что в точке оптимума эластичность спроса по цене равна (-3) . Предположим, что спрос задаётся следующим уравнением: $Q_d = a - bp$, где p – цена за единицу акульего жира. Чему равно отношение $\frac{a}{b}$?

Ответ: 12.

Решение:

Вспомним формулу индекса Лернера (E_d – эластичность спроса):

$$\frac{P - MC}{P} = \frac{1}{|E_d|}$$

Тогда в точке оптимума:

$$\frac{P^* - 6}{P^*} = \frac{1}{3}$$
$$P^* = 9$$

Кроме того, эластичность в точке оптимума (с учетом линейного спроса) можно найти по определению:

$$E_d = Q'_d \cdot \frac{P^*}{Q^*}$$
$$-3 = -b \cdot \frac{9}{a - 9b}$$
$$a = 12b$$

За верный ответ – 8 баллов.

14. Фирма «Ай» за мир без ран и ссадин. Для этого она выпускает зелёнку (x) и йод (y). Известно, что КПВ фирмы описывается следующим уравнением: $y = 300 - 4x$. При этом «Ай» тесно общается с Максом – обладателем лаборатории. Он готов неограниченно обменивать один йод на две зелёнки и наоборот. Однако «Ай» продаёт зелёнку и йод не отдельно, а смешивает их и получает йодазелин. Известно, что одна единица йодазелина состоит из $2/3$ единицы йода и $1/3$ единицы зелёнки. Какое максимальное количество единиц йодазелина может получить фирма?

Ответ: 360.

Решение:

Для Макса равнозначны один йод и две зелёнки или, что аналогично, одна зелёнка и половина йода.

Это соотношение выгоднее, чем то, которое следует из КПВ фирмы «Ай»: чтобы получить одну зелёнку, нужно отказаться от 4 единиц йода.

Следовательно, возможность обмениваться товарами с Максом позволяет фирме получить следующие доступные комбинации товаров: $y = 300 - 0,5x$.

Теперь разберёмся, в какой пропорции создаётся йодазелин: доступные комбинации лежат на прямой $y = 2x$.

Подставляем это соотношение и получаем:

$$2x = 300 - 0,5x$$

$$x = 120$$

Следовательно, если можно получить 120 единиц зелёнки, то всего можно получить $3 \cdot 120 = 360$ единиц йодазелена.

За верный ответ – 8 баллов.

15. Компания «По краешку» – монополист на рынке пошива одежды, спрос на её футболки описывается функцией $P = 24 - x$, где P – цена футболки, а x – количество проданных футболок.

В свою очередь, компания «По краешку» является единственным покупателем ткани у компании «С миру по ниточке», которая также является единственной на рынке компанией. Сначала «С миру по ниточке» устанавливает цену на свою ткань, а потом продаёт компании «По краешку» любой объём ткани, который она будет готова приобрести. Издержки на производство «С миру по ниточке» описываются функцией $TC(y) = y^2$, где y – количество произведённых метров ткани. «По краешку» необходимо 2 метра ткани для производства одной футболки. Обе компании максимизируют свою прибыль. По какой цене за 1 метр ткани компания «По краешку» будет закупать продукцию у компании «С миру по ниточке»?

Ответ: 10.

Решение:

Пусть p – цена метра ткани.

Найдём спрос «По краешку» на ткань «С миру по ниточке».

Прибыль компании «По краешку» в зависимости от количества проданных футболок:

$$PR = (24 - x)x - 2px = (24 - 2p)x - x^2$$

Парабола, ветви вниз, максимум в вершине

$$x = \frac{24 - 2p}{2} = 12 - p$$

Тогда «По краешку» будет закупать $2x$ метров ткани, спрос $y = 2x = 2(12 - p)$

$$p = 12 - \frac{y}{2}$$

Прибыль компании «С миру по ниточке»:

$$PR = \left(12 - \frac{y}{2}\right)y - y^2 = 12y - 1,5y^2$$

$$y = \frac{12}{2 \cdot 1,5} = \frac{12}{3} = 4$$

Тогда цена продажи ткани: $p = 12 - \frac{y}{2} = 12 - 2 = 10$

За верный ответ – 8 баллов.

Максимальная оценка за задания с кратким ответом – 80 баллов.