

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2023–2024 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Даны два утверждения:

1. Функция полезности $u(x, y) = \min(x, y)$ описывает тот факт, что товары x и y являются совершенными комплементарными (дополнителями).
2. Кардиналистский подход к построению теории полезности основан на том, что можно количественно оценить счастье от потребления блага.

Какие из утверждений являются верными?

- оба верны
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

2. Фирма Pure является производителем яблочного пюре в баночках. Известно, что предельные издержки Q -й баночки пюре имеют вид $MC = 2Q + 1$. Какая из функций ниже описывает общие издержки фирмы Pure, если Q может быть только натуральным числом или нулём?

- $TC = Q^2 + 2Q$
- $TC = Q^2$
- $TC = 2Q + 2$
- $TC = Q^2 + 4$

3. Даны два утверждения:

1. Индекс Джини используется только для анализа степени неравенства распределения доходов.
2. Кривая Лоренца, то есть кривая распределения дохода в экономике, где суммарный процент домохозяйств, получающий доход, отложен по оси абсцисс, а суммарный процент доходов – по оси ординат, может иметь отрицательный наклон.

Какие из утверждений являются верными?

- оба верны
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

4. Страна R в 2023 году зафиксировала рост номинального ВВП на 7 % при одновременном увеличении численности населения на 4 % по сравнению с 2022 годом. Стажёр службы государственной статистики страны R подготовил отчёт со следующими выводами:

- В стране R в 2023 году вырос реальный ВВП на душу населения.
- В стране R в 2023 году выросла средняя производительность труда.
- В стране R в 2023 году реальный ВВП мог как вырасти, так и сократиться или остаться неизменным.
- В стране R в 2023 году наблюдалась инфляция на уровне 10 %.

Сколько из этих утверждений являются достоверными?

- одно
- два
- три
- четыре

5. Выберите налог, который не приводит к изменению решения фирмы о количестве производимого товара.

- налог на выручку (в размере менее 100 %)
- налог на прибыль (в размере менее 100 %)
- налог с каждой продаваемой единицы товара
- налоговые взносы на сотрудников

Задания с кратким ответом

6. Отдача от масштаба в случае производственной функции – это изменения в объёме производства фирмы в результате пропорционального увеличения всех факторов производства.

Пусть производственная функция фирмы зависит от двух факторов производства, труда и капитала:

$$Q(K, L) = \sqrt{K + 2L}$$

Предположим, что и труд, и капитал выросли в 4 раза. Во сколько раз вырос объём производства фирмы?

7. Уровень безработицы в стране X составлял 10 % на конец 2015 года. За 2016 год 10 % безработных нашли работу, а 5 % занятых её потеряли, при этом численность экономически активного населения не изменилась. Найдите уровень безработицы в стране X на конец 2016 года. Ответ дайте в процентах.

Единое условие для заданий 8–10

Музыкант MB выпускает на рынок новый диск D . Целевая аудитория диска D состоит из трёх сегментов:

1. 200 тысяч «фанатов», которые приобретут диск D при любой цене до 400 долларов включительно.

2. 1000 тысяч «активных меломанов», совокупный спрос которых на диск D зависит только от его цены и выражается функцией $Q_d = 1\,000\,000 - 5\,000P$, где P – цена диска D в долларах.

3. Неограниченное число «новых поклонников», которые готовы приобретать диск D , если он наберёт значительную популярность. Совокупный спрос «новых поклонников» на диск D зависит от его цены и от количества слушателей, которые до этого приобрели диск, и выражается функцией

$$Q_d = (n - 700\,000) - 7000P,$$

где n – количество «фанатов» и «активных меломанов», которые приобрели диск D , $n \geq 700\,000$.

Музыкант MB не имеет возможности дискриминировать своих покупателей, иначе говоря, может назначить лишь одну цену на диск D .

8. Определите максимум выручки, если музыкант назначил такую цену, что диск покупают только «фанаты». Ответ дайте в млн долларов.

9. Определите максимум выручки, если музыкант назначил такую цену, что диск покупают и «фанаты», и «активные меломаны» («новые поклонники» не покупают). Ответ дайте в млн долларов.

10. Определите, какую цену в долларах следует назначить музыканту, чтобы максимизировать выручку от диска D .

11. Известно, что на совершенно конкурентном рынке утюгов в долгосрочном периоде издержки производителей имеют вид $TC = q^3 - 50q^2 + 700q$, а спрос $Q_d = 200 - P$. Сколько фирм будет на рынке в долгосрочном периоде?

12. На монопольном рынке свадебных платьев спрос имеет следующий вид $Q_d = 100 - 2p$, где p – цена за 1 платье. Чему равняется эластичность *выручки по количеству* в точке $Q = 80$?

13. Саша хочет начать производить спортивное питание, но ему для этого нужна платная лицензия, поэтому функция издержек имеет вид

$$TC = \begin{cases} 0, & Q = 0; \\ Q^2 + 900, & Q > 0. \end{cases}$$

Известно, что рыночная цена спортивного питания равна 50, рынок является совершенно конкурентным. Чему равна максимальная прибыль Саши?

14. Всесильное существо Янос отвечает за пропитание в Московском княжестве. Оно способно создавать поля, которые можно засеять либо пшеницей (x), либо рожью (y). Известно, что КПВ каждого поля имеет вид $y = 20 - x$. Однако создание полей происходит за некоторую плату – для сотворения n полей Янос должен пожертвовать рожью в размере n^2 . Например, если Янос решил сделать 2 поля, то он автоматически забирает с этих полей 4 единицы ржи (то есть поля будут обязаны сделать 4 единицы ржи, которые будут потом недоступны). Известно, что жители княжества питаются странными кашами: для одной каши нужна одна единица ржи и одна единица пшеницы. Сколько максимум каш сможет сделать Янос?

15. Компания «Поход» – монополист на рынке рюкзаков, спрос на её рюкзаки описывается функцией $P = 40 - x$, где P – цена рюкзака, а x – количество проданных рюкзаков.

В свою очередь компания «Поход» является единственным покупателем особой непромокаемой ткани для рюкзаков у компании «Брезент», которая также является единственной на рынке компанией. Сначала «Брезент» устанавливает цену на свою ткань, а потом продаёт компании «Поход» любой объём ткани, который она будет готова приобрести. Издержки на производство компании «Брезент» описываются функцией $ТС(y) = 2y$, где y – количество произведённых метров ткани. Компании «Поход» необходимо 4 метра ткани для производства одного рюкзака. Обе компании максимизируют свою прибыль. По какой цене за 1 метр ткани «Поход» будет закупать продукцию у компании «Брезент»?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2023–2024 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС
ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Даны два утверждения:

1. Функция полезности $u(x, y) = \min(x, y)$ описывает тот факт, что товары x и y являются совершенными комплементарными (дополнителями).
2. Кардиналистский подход к построению теории полезности основан на том, что можно количественно оценить счастье от потребления блага.

Какие из утверждений являются верными?

- **оба верны**
- верно только первое
- верно только второе
- оба неверны

За верный ответ – 4 балла.

2. Фирма Pure является производителем яблочного пюре в баночках. Известно, что предельные издержки Q -й баночки пюре имеют вид $MC = 2Q + 1$. Какая из функций ниже описывает общие издержки фирмы Pure, если Q может быть только натуральным числом или нулём?

- $TC = Q^2 + 2Q$
- $TC = Q^2$
- $TC = 2Q + 2$
- $TC = Q^2 + 4$

Комментарий:

Предельные издержки в случае производства целочисленного товара находятся из соотношения:

$$MC(Q) = TC(Q) - TC(Q - 1)$$

За верный ответ – 4 балла.

3. Даны два утверждения:

1. Индекс Джини используется только для анализа степени неравенства распределения доходов.

2. Кривая Лоренца, то есть кривая распределения дохода в экономике, где суммарный процент домохозяйств, получающий доход, отложен по оси абсцисс, а суммарный процент доходов – по оси ординат, может иметь отрицательный наклон.

Какие из утверждений являются верными?

- оба верны
- верно только первое
- верно только второе
- **оба неверны**

За верный ответ – 4 балла.

4. Страна R в 2023 году зафиксировала рост номинального ВВП на 7 % при одновременном увеличении численности населения на 4 % по сравнению с 2022 годом. Стажёр службы государственной статистики страны R подготовил отчёт со следующими выводами:

- В стране R в 2023 году вырос реальный ВВП на душу населения.
- В стране R в 2023 году выросла средняя производительность труда.
- В стране R в 2023 году реальный ВВП мог как вырасти, так и сократиться или остаться неизменным.
- В стране R в 2023 году наблюдалась инфляция на уровне 10 %.

Сколько из этих утверждений являются достоверными?

- **одно**
- два
- три
- четыре

Комментарий: в условии задачи ничего не сказано про инфляцию, поэтому пункт 4 неверный. Реальный ВВП мог измениться в любую сторону, поскольку нам ничего неизвестно об уровне инфляции, поэтому пункт 3 верный, а пункт 1 – нет. Средняя производительность труда 2 могла измениться в любую сторону – нам не известно, как изменился уровень занятости и как увеличение численности населения распределилось по группам занятых и незанятых.

За верный ответ – 4 балла.

5. Выберите налог, который не приводит к изменению решения фирмы о количестве производимого товара.

- налог на выручку (в размере менее 100 %)
- **налог на прибыль (в размере менее 100 %)**
- налог с каждой продаваемой единицы товара
- налоговые взносы на сотрудников

За верный ответ – 4 балла.

Максимальная оценка за тестовые задания – 20 баллов.

Задания с кратким ответом

6. Отдача от масштаба в случае производственной функции – это изменения в объёме производства фирмы в результате пропорционального увеличения всех факторов производства.

Пусть производственная функция фирмы зависит от двух факторов производства, труда и капитала:

$$Q(K, L) = \sqrt{K + 2L}$$

Предположим, что и труд, и капитал выросли в 4 раза. Во сколько раз вырос объём производства фирмы?

Ответ: 2.

Решение:

$$Q_1 = \sqrt{K_1 + 2L_1} = \sqrt{4K_0 + 2 \cdot 4 \cdot L_0} = 2\sqrt{K_0 + 2L_0} = 2Q_0$$

За верный ответ – 8 баллов.

7. Уровень безработицы в стране X составлял 10 % на конец 2015 года. За 2016 год 10 % безработных нашли работу, а 5 % занятых её потеряли, при этом численность экономически активного населения не изменилась. Найдите уровень безработицы в стране X на конец 2016 года. Ответ дайте в процентах.

Ответ: 13,5.

Решение:

Уровень безработицы равен 10 %, значит,

$$B_0 = 0,1 \cdot \text{ЭАН}$$

$$Z_0 = 0,9 \cdot \text{ЭАН}$$

В формуле ЭАН – экономически активное население.

С учётом изменений за 2016 год:

$$B_1 = 0,9 \cdot B_0 + 0,05 \cdot Z_0$$

$$Z_1 = 0,1 \cdot B_0 + 0,95 \cdot Z_0$$

Тогда при неизменности численности экономически активного населения:

$$B_1 = 0,9 \cdot 0,1 \cdot \text{ЭАН} + 0,05 \cdot 0,9 \cdot \text{ЭАН} = 0,135 \cdot \text{ЭАН}$$

$$Z_1 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot \text{ЭАН} + 0,95 \cdot 0,9 \cdot \text{ЭАН} = 0,865 \cdot \text{ЭАН}$$

И уровень безработицы на конец 2016 года равен 13,5 %.

За верный ответ – 8 баллов.

Единое условие для заданий 8–10

Музыкант MB выпускает на рынок новый диск D . Целевая аудитория диска D состоит из трёх сегментов:

1. 200 тысяч «фанатов», которые приобретут диск D при любой цене до 400 долларов включительно.

2. 1000 тысяч «активных меломанов», совокупный спрос которых на диск D зависит только от его цены и выражается функцией $Q_d = 1\,000\,000 - 5\,000P$, где P – цена диска D в долларах.

3. Неограниченное число «новых поклонников», которые готовы приобретать диск D , если он наберёт значительную популярность. Совокупный спрос «новых поклонников» на диск D зависит от его цены и от количества слушателей, которые до этого приобрели диск, и выражается функцией

$$Q_d = (n - 700\,000) - 7000P,$$

где n – количество «фанатов» и «активных меломанов», которые приобрели диск D , $n \geq 700\,000$.

Музыкант MB не имеет возможности дискриминировать своих покупателей, иначе говоря, может назначить лишь одну цену на диск D .

8. Определите максимум выручки, если музыкант назначил такую цену, что диск покупают только «фанаты». Ответ дайте в млн долларов.

Ответ: 80.

Решение:

«Активные меломаны» приобретают продукт при цене от 0 до

$$\frac{1\,000\,000}{5\,000} = 200$$

Для того чтобы «новые поклонники» начали присоединяться к продукту, по крайней мере 500 000 «активных меломанов» должны приобрести продукт (поскольку «фанаты» точно приобретут, а для входа «новых поклонников» нужно набрать не менее 0,7 миллиона слушателей в первых двух группах). Это случится при цене от 0 до

$$\frac{1\,000\,000 - 500\,000}{5\,000} = 100$$

Таким образом, при $P > 400$ – «фанаты» (из условия) и «активные меломаны» (из отрицательного спроса) не приобретают продукт; следовательно, и «новые поклонники» продукт не приобретают. На данном отрезке величина спроса нулевая, выручка отсутствует.

Если цена лежит на интервале $200 < P \leq 400$ – все «фанаты» покупают продукт, «активные меломаны» не покупают (из отрицательности спроса). «Новые поклонники» не покупают, так как не набралось достаточного числа слушателей. Максимум выручки достигается при цене 400 и равен 80 млн долларов.

За верный ответ – 8 баллов.

9. Определите максимум выручки, если музыкант назначил такую цену, что диск покупают и «фанаты», и «активные меломаны» («новые поклонники» не покупают). Ответ дайте в млн долларов.

Ответ: 72.

Решение:

Из решения задания 8 мы знаем, что если цена больше 200, то «активные меломаны» не покупают, а при цене больше 100 не покупают «новые поклонники», поэтому рассмотрим интервал цены $100 < P \leq 200$ – все «фанаты» покупают продукт, «активные меломаны» покупают продукт в объеме $Q_d = 1\,000\,000 - 5\,000P$; при этом общего числа пользователей недостаточно для подключения «новых поклонников». Найдём максимум выручки:

$$TR = P \cdot (1\,000\,000 - 5\,000P) + 200\,000P \rightarrow \max$$

$$TR = P \cdot (1\,200\,000 - 5\,000P)$$

Выражение выше представляет собой квадратичную функцию с ветвями вниз, наибольшее значение достигается в точке

$$P^* = \frac{-1\,200\,000}{2 \cdot (-5\,000)} = 120$$

Точка лежит на участке $(100; 200]$, следовательно, оптимум на данном участке достигается в ней и равен

$$TR = 120 \cdot (1\,200\,000 - 5\,000 \cdot 120) = 120 \cdot 600\,000 = 72\,000\,000$$

Наибольшая выручка на этом участке – 72 млн долларов.

За верный ответ – 8 баллов.

10. Определите, какую цену в долларах следует назначить музыканту, чтобы максимизировать выручку от диска D .

Ответ: 400.

Решение:

Для ответа на вопрос осталось рассмотреть только участок, когда цена меньше или равна 100, так как тогда все три группы слушателей будут покупать диск.

$0 \leq P \leq 100$ – все «фанаты» покупают продукт, «активные меломаны» покупают продукт в объеме $Q_d^a = 1\,000\,000 - 5\,000P$, «новые поклонники» покупают продукт в объеме $Q_d^n = (n - 700\,000) - 7\,000P$. Выразим число n через цену (количество «фанатов» и «активных меломанов»):

$$n = 200\,000 + 1\,000\,000 - 5\,000P = 1\,200\,000 - 5\,000P$$

Тогда спрос «новых поклонников» имеет вид:

$$\begin{aligned} Q_d^n &= (1\,200\,000 - 5\,000P - 700\,000) - 7\,000P = \\ &= 500\,000 - 12\,000P \end{aligned}$$

Значит, «новые поклонники» будут покупать только при цене $P \leq \frac{500}{12}$

Уравнение выручки примет вид (для трёх групп потребителей):

$$TR = 200\,000P + P \cdot (1\,000\,000 - 5\,000P) +$$

$$\begin{aligned} &+P \cdot ((500\,000 - 5\,000P) - 7\,000P) \\ TR &= P \cdot (1\,200\,000 - 5\,000P) + P \cdot (500\,000 - 12\,000P) \\ TR &= P \cdot (1\,700\,000 - 17\,000P) \end{aligned}$$

Выражение выше представляет собой квадратичную функцию с ветвями вниз, наибольшее значение достигается в точке

$$P^* = \frac{-1\,700\,000}{2 \cdot (-17\,000)} = 50 > \frac{500}{12}$$

Следовательно, оптимум на данном участке достигается в $\frac{500}{12}$.

Заметим, что при цене равной $\frac{500}{12}$ «новые поклонники» предъявляют нулевой спрос, а значит музыканту будет выгодно остаться в случае, когда покупают только «фанаты» и «активные меломаны», который в свою очередь менее выгодный, чем случай покупки только «фанатами».

Таким образом, оптимальное решение достигается при цене продукта D , равной 400 долларов.

За верный ответ – 8 баллов.

11. Известно, что на совершенно конкурентном рынке утюгов в долгосрочном периоде издержки производителей имеют вид $TC = q^3 - 50q^2 + 700q$, а спрос $Q_d = 200 - P$. Сколько фирм будет на рынке в долгосрочном периоде?

Ответ: 5.

Решение:

В долгосрочном периоде на совершенно конкурентном рынке прибыли всех фирм равны нулю, а значит, цена находится из соотношения

$$P = AC_{min}$$

Найдём минимум средних издержек:

$$AC = q^2 - 50q + 700$$

Минимум достигается в вершине, то есть при $q = 25$, и равен

$$AC_{min} = 25^2 - 50 \cdot 25 + 700 = 75$$

Значит, цена будет равна 75 и можно найти объём:

$$Q = 200 - 75 = 125$$

Следовательно, фирм на рынке будет $\frac{Q}{q} = \frac{125}{25} = 5$

За верный ответ – 8 баллов.

12. На монопольном рынке свадебных платьев спрос имеет следующий вид $Q_d = 100 - 2p$, где p – цена за 1 платье. Чему равняется эластичность выручки по количеству в точке $Q = 80$?

Ответ: –3.

Решение:

Функция выручки имеет вид

$$TR = \left(50 - \frac{Q}{2}\right) \cdot Q = 50Q - \frac{Q^2}{2}$$

Эластичность находим по формуле

$$E_{TR/Q} = TR' \cdot \frac{Q}{TR} = (50 - Q) \cdot \frac{Q}{\left(50 - \frac{Q}{2}\right) \cdot Q} = \frac{50 - Q}{50 - Q/2}$$

Подставляем $Q = 80$ и получаем $E_{TR/Q} = \frac{-30}{10} = -3$

За верный ответ – 8 баллов.

13. Саша хочет начать производить спортивное питание, но ему для этого нужна платная лицензия, поэтому функция издержек имеет вид

$$TC = \begin{cases} 0, Q = 0; \\ Q^2 + 900, Q > 0. \end{cases}$$

Известно, что рыночная цена спортивного питания равна 50, рынок является совершенно конкурентным. Чему равна максимальная прибыль Саши?

Ответ: 0.

Решение:

Выпишем функцию прибыли, если Саша будет производить ненулевое количество спортивного питания:

$$PR = 50Q - Q^2 - 900$$

Это парабола с ветвями вниз, значит, максимум функции достигается в вершине, то есть при

$$Q = 25$$

$$PR(50) = 50 \cdot 25 - 25^2 - 900 = -275 < 0 = PR(0)$$

Следовательно, выгодно вообще ничего не производить при такой функции издержек, то есть максимальная прибыль равна 0.

За верный ответ – 8 баллов.

14. Всесильное существо Янос отвечает за пропитание в Московском княжестве. Оно способно создавать поля, которые можно засеять либо пшеницей (x), либо рожью (y). Известно, что КПВ каждого поля имеет вид $y = 20 - x$. Однако создание полей происходит за некоторую плату – для сотворения n полей Янос должен пожертвовать рожью в размере n^2 . Например, если Янос решил сделать 2 поля, то он автоматически забирает с этих полей 4 единицы ржи (то есть поля будут обязаны сделать 4 единицы ржи, которые будут потом недоступны). Известно, что жители княжества питаются странными кашами: для одной каши нужна одна единица ржи и одна единица пшеницы. Сколько максимум каш сможет сделать Янос?

Ответ: 50.

Решение:

Предположим, что Янос сделал n полей, тогда суммарная КПВ на них равна:

$$y = 20n - x - n^2$$

Пропорция, в которой потребляются пшеница и рожь, 1 к 1. Значит, в уравнение КПВ можно подставить $y = x$, тогда

$$x = 20n - x - n^2$$

$$x = \frac{20n - n^2}{2}$$

Чтобы максимизировать количество каш, нужно найти максимум этой функции, это парабола с ветвями вниз, значит, максимум достигается в вершине, при $n = 10$.

Тогда $x = \frac{20 \cdot 10 - 10^2}{2} = 50$, это и есть максимальное число каш.

За верный ответ – 8 баллов.

15. Компания «Поход» – монополист на рынке рюкзаков, спрос на её рюкзаки описывается функцией $P = 40 - x$, где P – цена рюкзака, а x – количество проданных рюкзаков.

В свою очередь компания «Поход» является единственным покупателем особой непромокаемой ткани для рюкзаков у компании «Брезент», которая также является единственной на рынке компанией. Сначала «Брезент» устанавливает цену на свою ткань, а потом продаёт компании «Поход» любой объём ткани, который она будет готова приобрести. Издержки на производство компании «Брезент» описываются функцией $TC(y) = 2y$, где y – количество произведённых метров ткани. Компании «Поход» необходимо 4 метра ткани для производства одного рюкзака. Обе компании максимизируют свою прибыль. По какой цене за 1 метр ткани «Поход» будет закупать продукцию у компании «Брезент»?

Ответ: 6.

Решение:

Пусть p – цена метра ткани.

Найдём спрос «Похода» на ткань «Брезента».

Прибыль компании «Поход» в зависимости от количества проданных рюкзаков:

$$PR = (40 - x)x - 4px = (40 - 4p)x - x^2$$

Парабола, ветви вниз, максимум в вершине

$$x = \frac{40 - 4p}{2} = 20 - 2p$$

Тогда «Поход» будет закупать $4x$ метров ткани, спрос $y = 4x = 80 - 8p$

$$p = 10 - \frac{y}{8}$$

Прибыль компании «Поход»:

$$PR = \left(10 - \frac{y}{8}\right)y - 2y = 8y - \frac{y^2}{8}$$

$$y = \frac{8}{1/4} = 32$$

Тогда цена продажи ткани: $p = 10 - \frac{y}{8} = 10 - 4 = 6$

За верный ответ – 8 баллов.

Максимальная оценка за задания с кратким ответом – 80 баллов.