



ДВИ МГУ по математике 2024. 3 поток

1. Найдите целое число, задаваемое выражением $\log_{\frac{1}{2}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \right) + \log_{\frac{1}{2}} \left(\cos \frac{\pi}{6} \right)$.

2. Найдите сумму всех двузначных чисел, состоящих из одной чётной цифры и одной нечётной цифры (чётной цифры – это 0, 2, 4, 6, 8, нечётные – все остальные).

3. Решите неравенство

$$\frac{4x^2 - 16^{4x-8}}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{12 + 4x - x^2}} > 0$$

4. Решите уравнение $2 \sin^3 x = \cos 3x$.

5. На стороне BC остроугольного треугольника ABC отмечена точка D , отличная от B и C . Пусть E – точка пересечения отрезка AC с окружностью, описанной около треугольника ABD , отличная от A . Пусть F – точка пересечения отрезка AB с окружностью, описанной около треугольника ACD , отличная от A . Пусть D' , E' , F' – точки пересечения окружности, описанной около треугольника ABC , с прямыми AD , BE , CF соответственно, отличные от A , B , C . Найдите угол $\angle E'D'F'$, если известно, что $\angle EDF = 30^\circ$.

6. Найдите все тройки положительных чисел x , y , z , удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2) = xyz, \\ (x^4 + x^2y^2 + y^4)(y^4 + y^2z^2 + z^4)(z^4 + z^2x^2 + x^4) = x^3y^3z^3. \end{cases}$$

7. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной 3. Найдите объём призмы, если известно, что существует сфера радиуса 1, касающаяся плоскости нижнего основания, двух противоположных боковых рёбер и всех рёбер верхнего основания.