



ДВИ МГУ по математике 2024. 2 поток

1. Найдите целое число, задаваемое выражением $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}$.
2. Найдите сумму всех натуральных чисел n , для которых число $n^2 + 7n + 1$ является квадратом некоторого натурального числа.
3. Решите неравенство $8^{\log_{x^2-1}(x-1)} + 8^{\log_{x^2-1}(x+1)} \leq 6$.
4. Решите уравнение $\sin x + \sin 2x + \cos x = 1$.
5. Вокруг остроугольного треугольника ABC описана окружность. На дуге CA (не содержащей точку B) этой окружности отмечена некоторая точка P . Прямая, проходящая через точки B и H , где H – точка пересечения высот треугольника ABC , пересекает отрезок AP в точке Q . Найдите отношение AC к BC , если известно, что точки C, P, Q, H лежат на одной окружности.
6. Число x_0 является общим корнем многочленов $x^3 + ax^2 + bx + c$, $x^3 + bx^2 + cx + a$, $x^3 + cx^2 + ax + b$. Найдите все возможные значения x_0 , если известно, что $a > b > c$.
7. В основании пирамиды лежит трапеция $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Сфера радиуса 1 касается плоскости основания пирамиды и плоскостей её боковых граней ADS и BCS . Найдите отношение, в котором делит объём пирамиды плоскость ADT , где T – точка касания сферы с плоскостью BCS , если грань ADS перпендикулярна плоскости основания, а высота пирамиды равна 4.