



## ДВИ МГУ по математике 2024. 1 поток

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее числа  $\frac{2 + \cos \frac{\pi}{5}}{3} + \frac{3 + \sin \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{2}\right)}{2}$ .

2. Натуральные числа  $a_1, \dots, a_n$  образуют строго возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения  $n$ , если известно, что  $n$  нечётно,  $n > 1$  и сумма  $a_1 + \dots + a_n$  равна 2024.

3. Решить неравенство  $\log_{x+3} (x^2 - 7x + 12) \leq 2$ .

4. Решить уравнение

$$\frac{\operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} 3x \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 2x.$$

5. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается стороны  $AC$  в точке  $D$ . Известно, что  $AD = 2 + \sqrt{3}$ ,  $CD = \sqrt{3}$ . Найдите  $\angle CAB$ , если известно также, что он в два раза меньше  $\angle ACB$ .

6. Числа  $a, b, c$  положительны и удовлетворяют соотношению  $a + b + c = 1$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{1+b}{1-b} \cdot \frac{1+c}{1-c}.$$

7. Плоскость  $\pi$  перпендикулярна ребру  $SA$  правильной треугольной пирамиды  $ABCS$  с вершиной  $S$  и основанием  $ABC$ , делит это ребро в отношении  $1 : 2$  (считая от вершины  $S$ ) и проходит через середину ребра  $SB$ . Найдите угол между плоскостью  $\pi$  и плоскостью основания пирамиды.