

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ**9 класс**

6 марта 2024 года

Вариант МА2390403

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!***Часть 1**

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет следующие размеры: длина — 3,5 м, ширина — 2,2 м, высота — 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма — 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	8–12	40	18 000
2	дровяная	10–16	48	19 500
3	электрическая	9–15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

- 1** Установите соответствие между стоимостями и номерами печей. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Стоимость (руб.)	15 000	19 500	18 000
Номер печи			

Ответ: _____.

- 2** Найдите площадь потолка парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 3** На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

- 4 На электрическую печь сделали скидку 10 %. Сколько рублей стала стоить печь?

Ответ: _____.

- 5 Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рис. 2.



Рис. 1

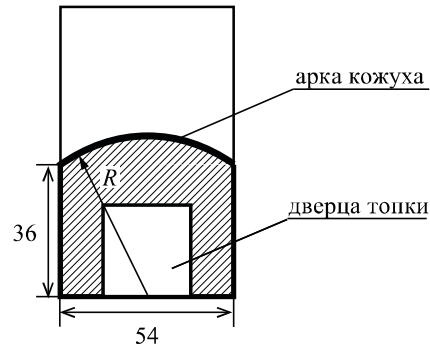


Рис. 2

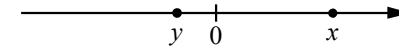
Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $-80 + 0,3 \cdot (-10)^3$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $x + y < 0$ 2) $xy^2 > 0$ 3) $x - y > 0$ 4) $x^2y < 0$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot x^4 y^{10}}$ при $x = 3$ и $y = 2$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения $10(x - 9) = 7$.

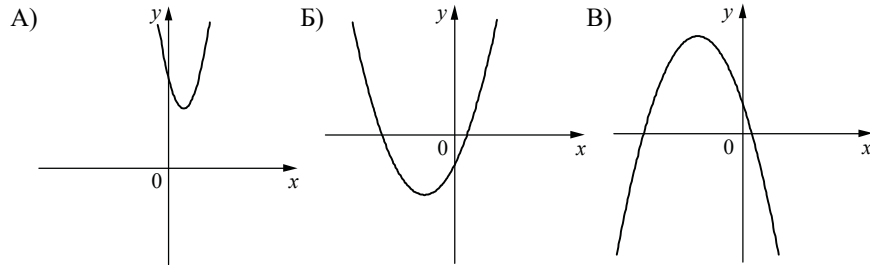
Ответ: _____.

- 10 В среднем из 100 карманных фонариков, поступивших в продажу, девять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 11 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $a > 0, c < 0$ 2) $a < 0, c > 0$ 3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12 Закон Кулона можно записать в виде $F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F — сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 — величины зарядов (в кулонах), k — коэффициент пропорциональности (в $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$), а r — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $q_2 = 0,008 \text{ Кл}$, $r = 300 \text{ м}$, а $F = 0,64 \text{ Н}$.

Ответ: _____.

- 13 Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

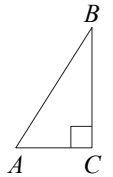
- 1) $x^2 - 3x - 11 < 0$ 3) $x^2 - 3x + 11 > 0$
 2) $x^2 - 3x + 11 < 0$ 4) $x^2 - 3x - 11 > 0$

Ответ:

- 14 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 9 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 320 мг. Найдите массу изотопа через 63 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

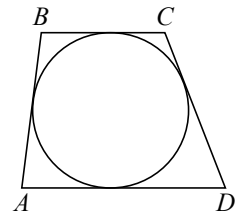
Ответ: _____.

- 15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{7}{12}$, $AB = 48$. Найдите AC .



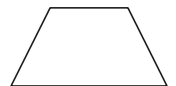
Ответ: _____.

- 16 Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 7$, $BC = 5$, $CD = 9$. Найдите AD .



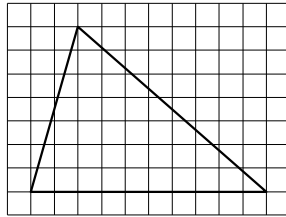
Ответ: _____.

- 17 В равнобедренной трапеции сумма двух углов равна 196° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (x-6)(y-5)=0, \\ \frac{y-2}{x+y-8}=3. \end{cases}$$

- 21 Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 260 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба?

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5 .

- 24 Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне AD . Докажите, что M — середина AD .

- 25 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$.

Ответы на тренировочные варианты 2390401-2390404 (ОГЭ) от 06.03.2024

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2390401	312	7,7	2000	16200	50	- 50	1	72	6,75	0,92	132	0,0003	1	5	15	19	129	10	1
2390402	132	21,72	4500	17550	65	105	3	50	- 10,25	0,88	123	0,002	2	25	20	18	4	9	1
2390403	321	7,7	2000	13500	45	- 380	1	96	9,7	0,91	312	0,0008	2	2,5	28	11	82	35	1
2390404	132	15,4	4500	12750	52	- 720	3	24	- 10,6	0,98	321	0,007	2	10	12	23	46	20	2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (x-6)(y-5) = 0, \\ \frac{y-2}{x+y-8} = 3. \end{cases}$$

Решение.

Из первого уравнения получаем $x = 6$ или $y = 5$.

При $x = 6$ второе уравнение принимает вид $\frac{y-2}{y-2} = 3$. Решений нет.

При $y = 5$ второе уравнение принимает вид $\frac{3}{x-3} = 3$, откуда находим $x = 4$.

Ответ: (4; 5).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

21

Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 260 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба?

Решение.

Пусть первая труба пропускает x литров в минуту, тогда вторая труба пропускает $x + 3$ литров в минуту. Получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{260}{x} &= \frac{260}{x+3} + 6; \\ 260x + 780 &= 260x + 6x^2 + 18x; \\ x^2 + 3x - 130 &= 0, \end{aligned}$$

откуда $x = 10$.

Ответ: 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22

Постройте график функции

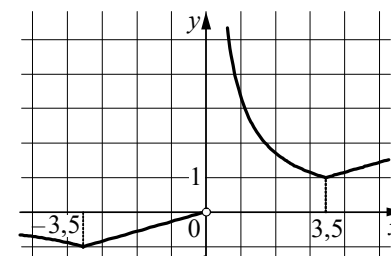
$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Значение выражения $\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x}$ неотрицательно при $-3,5 \leq x < 0$ и $x \geq 3,5$, а при $x < -3,5$ и $0 < x < 3,5$ значение этого выражения отрицательно.

Построим график функции $y = \frac{x}{3,5}$ при $-3,5 \leq x < 0$ и $x \geq 3,5$ и график функции $y = \frac{3,5}{x}$ при $x < -3,5$ и $0 < x < 3,5$.



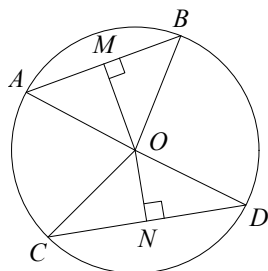
Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $m = 1$ или $m = -1$.

Ответ: $m = 1$; $m = -1$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 23** Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5.

Решение.



Пусть $OM = 12$ и $ON = 5$ — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.

Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 13.$$

В прямоугольном треугольнике CON имеем $CO = OB = 13$, значит, $CN = \sqrt{OC^2 - ON^2} = 12$. Получаем, что $CD = 2CN = 24$.

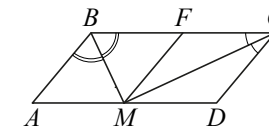
Ответ: 24.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 24** Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне AD . Докажите, что M — середина AD .

Доказательство.

Проведём прямую MF параллельно стороне AB (см. рисунок). Тогда в каждом из параллелограммов $ABFM$ и $CDMF$ диагональ делит угол пополам, поэтому эти параллелограммы являются ромбами. Значит, $AM = MF = MD$. Следовательно, точка M — середина AD .



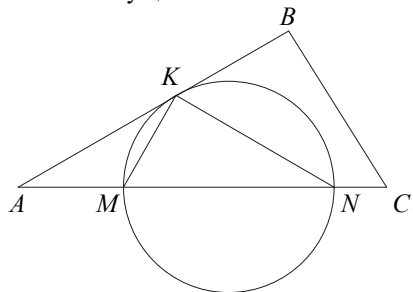
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$.

Решение.

Пусть K — точка касания окружности с лучом AB (см. рисунок).

По теореме о касательной и секущей $AK^2 = AM \cdot AN = 9 \cdot 11 = 99$.



По теореме косинусов

$$KM^2 = AM^2 + AK^2 - 2AM \cdot AK \cos \angle BAC = 81 + 99 - 2 \cdot 9 \cdot \sqrt{99} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = 81.$$

Значит, $KM = 9$.

Треугольник AKM равнобедренный, поэтому $\angle AKM = \angle KAM = \angle BAC$.

По теореме об угле между касательной и хордой $\angle KNM = \angle AKM = \angle BAC$.

Пусть R — радиус окружности, проходящей через точки M , N и K .

По теореме синусов

$$R = \frac{KM}{2 \sin \angle KNM} = \frac{9}{2 \sqrt{1 - \frac{11}{36}}} = 5,4.$$

Ответ: 5,4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2